# Zeitabhängiges Materialverhalten und Anisotropie von weichen Böden – Theorie und Anwendung

## Von der Fakultät für Bau– und Umweltingenieurwissenschaften der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung,

vorgelegt von

#### HEIKO PETER NEHER

aus Ruit auf den Fildern

Hauptberichter:
Mitberichter:

Prof. Dr.-Ing. P. A. Vermeer Prof. Dr.-Ing. H.-G. Kempfert Prof. Dr.-Ing. habil. H. Schad

Tag der mündlichen Prüfung 22. Juli 2008

Institut für Geotechnik der Universität Stuttgart

2008

Mitteilung 60 des Instituts für Geotechnik Universität Stuttgart, Deutschland, 2008

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. P. A. Vermeer

©Heiko Peter Neher Institut für Geotechnik Universität Stuttgart Pfaffenwaldring 35 70569 Stuttgart

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des Autors in irgendeiner Form - durch Fotokopie, Mikrofilm oder irgendein anderes Verfahren - reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von Datenverarbeitungsmaschinen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden.

Schlagwörter: weiche Böden, zeit- und geschwindigkeitsabhängiges Materialverhalten, Kriechen, Anisotropie

Druck: e.kurz + co, Stuttgart, Deutschland, 2008

ISBN 978-3-921837-60-3 (D93 - Dissertation, Universität Stuttgart)

# **Vorwort des Herausgebers**

Wenn in der geotechnischen Bemessung von Gründungen, Dämmen oder Baugruben weiche Böden behandelt werden, müssen Langzeitverformungen berücksichtigt werden, um zukünftige Gebrauchstauglichkeits- oder Stabilitätsprobleme auszuschließen. Die Viskosität der Weichböden ist auch bei Labor- und Feldversuchen von Bedeutung und muss zur Interpretation der Ergebnisse herangezogen werden. Wegen seiner Relevanz für die Praxis ist die Abhängigkeit vom Kriechen, bzw. von der Viskosität, weicher Böden von vielen Wissenschaftlern seit Anfang der 1920er Jahre untersucht worden. Viele mathematische Formulierungen des Phänomens wurden vorgestellt, beginnend bei den Pionierarbeiten von Buisman (1936), Bjerrum (1967) und Garlanger (1972). Diese nützlichen Ansätze waren jedoch nur für eingeschränkte Fälle gültig, d. h. eine eindimensionale Beanspruchung und konstante effektive Spannungen.

Im Zusammenhang mit der Entwicklung von leistungsstarken Computern und numerischen Methoden wurden in den letzten Jahrzehnten eine Vielzahl von dreidimensionalen Kriechmodellen veröffentlicht; fast alle sind eine Erweiterung des bekannten Cam-Clay Modells. In dieser Dissertationsschrift geht Herr Heiko Neher zunächst auch diesen Weg, aber sein Stoffmodell unterscheidet sich dadurch von anderen Kriechmodellen, dass überhaupt keine neuen Bodenparameter zum Einsatz kommen. Dadurch hat dieses sogenannte "Soft-Soil-Creep Modell" mittlerweile auch breite Akzeptanz in der Praxis gefunden.

Die Erweiterung des Cam-Clay Modells auf zeitabhängiges Materialverhalten basiert jedoch auf Isotropie, während natürliche Böden Anisotropie aufweisen. Zur Modellierung der Anisotropie werden in dieser Studie mehrere Konzepte dargestellt, wovon schließlich das Multilaminate-Konzept erprobt wird. Damals war dies freilich auch für mich das favorisierte Konzept, aber diese Studie zeigt auch Nachteile dieser Herangehensweise, so dass wir für Anisotropie nun in Stuttgart einen anderen Weg verfolgen. Das einfachere isotrope "Soft-Soil-Creep Modell" wird jedoch wieder als Grundlage genommen. Mit der Entwicklung dieses Modells und der Berechnung der Verdrehung des Schiefen Turms zu Pisa bewältigt Herr Neher wohl einige der schwierigsten Probleme der Bodenmechanik.

Pieter A. Vermeer

# Vorwort des Verfassers

Die Basis der vorliegenden Arbeit entstand während meiner sechsjährigen Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Geotechnik der Universität Stuttgart. In diesen sechs Jahren durfte ich Erfahrungen auf den unterschiedlichsten Gebieten der Geotechnik sammeln. Neben den Tätigkeiten in der Lehre und in der Institutsorganisation arbeitete ich an unterschiedlichen, auch internationalen, Forschungsvorhaben mit und erstellte verschiedene Gutachten. In dieser Zeit sammelte ich Erfahrung als Teilnehmer und Vortragender bei nationalen und internationalen Konferenzen, Tagungen und Workshops sowie als Teilnehmer und Tutor bei verschiedenen Kursen.

Es besteht meiner Meinung nach kein Zweifel, dass das Zustandekommen einer Dissertation nur mit der Unterstützung von unterschiedlichsten Personen möglich ist. Deshalb an dieser Stelle mein Dank an alle Personen, die wissentlich oder unwissentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. P. A. Vermeer, dem Hauptberichter dieser Arbeit, für die gemeinsame Zeit an seinem Institut und die vielfältigen Aufgaben, die ich in meiner sechsjährigen Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter dort übernehmen durfte.

Dank den Herren Prof. Dr. -Ing. H. -G. Kempfert und Prof. Dr. -Ing. habil. H. Schad für die Übernahme des Mitberichts.

Dank den vielen nationalen und internationalen Kollegen und Kolleginnen, mit denen ich bei den unterschiedlichsten Veranstaltungen und Treffen fruchtbare Diskussionen führen durfte. Ein besonderer Dank an Herrn Dr. P. Bonnier für die Unterstützung bei der numerischen Implementierung der Stoffgesetze.

Dank auch an alle Institutskollegen und -kolleginnen für die gute und freundliche Atmosphäre. Das angenehme Arbeitsklima und die anregenden Diskussionen über vielerlei wissenschaftliche und gesellschaftliche Themen trugen zum Gelingen dieser Arbeit bei.

Dank an meine Familie, die mich in jeder Phase dieser Arbeit aktiv und passiv unterstützt hat.

Heiko P. Neher

# Inhaltsverzeichnis

1 Einführung			1		
2	Mat	erialei	genschaften weicher Böden	3	
	2.1	Klassi	fikation	3	
		2.1.1	Korngrößenverteilung	4	
		2.1.2	Wassergehalt und Konsistenzgrenzen	4	
		2.1.3	Weitere klassifizierende Eigenschaften	7	
	2.2	Steifig	;keit und Festigkeit	9	
		2.2.1	Verformungsverhalten	10	
		2.2.2	Scherfestigkeit	11	
3	Allg	gemein	es zur Modellierung von zeitabhängigem Materialverhalten	15	
	3.1	Phänc	menologische Beschreibung	15	
	3.2	Rheol	ogische Modelle	16	
	3.3	Empii	rische Formulierungen	17	
	3.4	Stoffg	esetze	19	
		3.4.1	Allgemeines	19	
		3.4.2	Elastisch/viskoplastische Modelle mit dem Overstress-Konzept	21	
		3.4.3	Elastisch/viskoplastische Modelle mit nicht-stationärer Fließfläche	23	
		3.4.4	Inkrementelle nicht-lineare Modelle	24	
4	Eino	dimens	ionales Materialverhalten	25	
	4.1	Setzu	ngsanteile und ihre Definition	25	
	4.2	Formulierungen für die eindimensionale Kompression ohne Viskosität			
		4.2.1	Historie	28	
		4.2.2	Entwicklung des Erdruhedruckbeiwertes $K_0 \ldots \ldots \ldots \ldots$	31	
		4.2.3	Ermittlung der Vorkonsolidationsspannung $\sigma_p$	34	
		4.2.4	Logarithmische bzw. natürliche Dehnungsdefinition	37	
	4.3	Form	ulierungen für die eindimensionale Kompression mit Viskosität	39	
		4.3.1	Historie	39	
		4.3.2	Hypothese A und Hypothese B	48	
		4.3.3	Der Erdruhedruckbeiwert $K_0$ als Funktion der Zeit	51	
		4.3.4	Die Vorkonsolidationsspannung $\sigma_p$ als Funktion der Zeit	53	
	4.4	Neues	differentielles eindimensionales Stoffgesetz	56	

5	Isotropes dreidimensionales Materialverhalten			63
	5.1	Dreidi	mensionale Formulierungen ohne Viskosität	63
	5.2	Dreidi	mensionale Formulierungen mit Viskosität	75
	5.3	Neues	differentielles isotropes dreidimensionales Stoffgesetz	79
6	Ani	sotrope	s dreidimensionales Materialverhalten	87
	6.1	Versch	niedene Möglichkeiten der Modellierung von Anisotropie	87
		6.1.1	Direkte Modellierung im allgemeinen Spannungsraum	88
		6.1.2	Microplane Modelle	93
		6.1.3	Multilaminate Modelle	97
	6.2	Neues	differentielles anisotropes dreidimensionales Stoffgesetz	103
		6.2.1	Mathematische Grundlagen des <i>Multilaminate</i> Konzepts	103
		6.2.2	Anwendung des Multilaminate Konzepts auf das neue differentiel-	
			le dreidimensionale Stoffgesetz	108
7	Anv	vendun	g der neuen Stoffgesetze auf Elementarversuche	115
	7.1	Param	eterbestimmung	115
	7.2	Exemp	plarische eindimensionale Berechnungen	120
		7.2.1	Simulationsergebnisse Oedometerversuch I	121
		7.2.2	Simulationsergebnisse Oedometerversuch II	123
	7.3	Exemp	plarische dreidimensionale Berechnungen	128
		7.3.1	Abhängigkeit der Versagensspannung von der Abschergeschwin- digkeit	128
		732	Kriechfließen /-versagen	120
		7.3.3	Anisotropes Materialverhalten	134
	74	Simul	ation von Triaxialversuchen	137
	7.1	onnun		107
8	Anv	vendun	ig der neuen Stoffgesetze auf Randwertprobleme	149
	8.1	Versue	chsdamm in Skå Edeby, Schweden	149
		8.1.1	Geometrie sowie geologische und geotechnische Untergrundverhält- nisse	150
		8.1.2	Numerisches Modell und Stoffgesetzparameter	151
		8.1.3	Ergebnisse	153
		8.1.4	Bewertung der Ergebnisse	154
	8.2	Der Sc	chiefe Turm von Pisa	155
		8.2.1	Baugeschichte	156
		8.2.2	Geologische und geotechnische Untergrundverhältnisse	157
		8.2.3	Numerisches Modell und Stoffgesetzparameter	158
		8.2.4	Erste Kalibrierungsanalyse	166
		8.2.5	Zweite Kalibrierungsanalyse	168
		8.2.6	Bewertung der Kalibrierungsanalysen und Zukunftsprognose	170

9	<b>Schl</b> 9.1 9.2	ussfolgerungen und Ausblick Kurzfassung	<b>173</b> 173 177
Lit	teratu	irverzeichnis	178
A	Her A.1	eitungen für das eindimensionale Materialverhalten Steifemodul-Schwellbeiwert-Beziehung	<b>201</b> 201
B	<b>Her</b> B.1 B.2	eitungen für das dreidimensionale Materialverhalten Beziehung der Kompressionsbeiwerte $\lambda$ und $C_c$	<b>203</b> 203 203
C	Nun C.1	nerische Integrationsformel für die Oberfläche einer Kugel Kosinuswerte der Richtungsvektoren und Gewichtungskoeffizienten	<b>205</b> 205
D	Korn D.1 D.2 D.3 D.4	relationen für modifizierte isotrope Beiwerte und klassische Beiwerte Korrelationen für Kompressionsbeiwerte $C_c$ und Ent–/Wiederbelastungs- beiwerte $C_r$	<ul> <li>207</li> <li>207</li> <li>209</li> <li>209</li> <li>209</li> </ul>
Ε	<b>Betr</b> E.1 E.2	achtungen zur Rotation der Hauptspannungen Exemplarische Simulation reiner Hauptspannungsrotation Simulation von Versuchen mit reiner Hauptspannungsrotation	<b>211</b> 211 215

# Abstract

The non-cyclic isothermal time-dependent material behavior of soft soils under constant effective stresses is an emphasis of this thesis. Moreover the issue of anisotropy (directionality of physical characteristics) of soft soils is addressed.

Fundamental material properties of the regarded soft soils (fully saturated, normally consolidated and slightly over-consolidated peat, clays and silts) are indicated in chapter 2, inclusive reference values.

Different modelling possibilities of time-dependent material behavior are presented in chapter 3, among them phenomenological descriptions, rheologic views, empirical formulations as well as constitutive laws.

In chapter 4 a differential, one-dimensional elasto/viskoplastic constitutive law is set up on the base of historical formulations for one-dimensional compression (non-viscous and viscous) of soft soils.

Firstly chapter 5 deals with isotropic three-dimensional material behavior (non-viscous and viscous) of soft soils. Different constitutive laws are presented. Moreover the differential, one-dimensional elasto/viscoplastic constitutive law presented in chapter 4 is extended to three-dimensional stress states.

Anisotropic material behavior of soft soils is treated in chapter 6. Different possibilities of modelling anisotropy are pointed out. On base of the introduced *Multilaminate* concept the differential three-dimensional elasto/viscoplastic constitutive law developed in chapter 5 is extended, in order to be able to illustrate anisotropic material behavior.

A parameter identification of the differential three-dimensional elasto/viscoplastic constitutive laws presented in chapters 5 and 6 is given in chapter 7. Moreover possibilities of material modelling with these consitutive laws are pointed, using exemplary, one-dimensional and three-dimensional simulations. Undrained creep tests under triaxial boundary conditions are simulated for further validation.

The application of the differential three-dimensional elasto/viscoplastic constitutive laws presented in chapters 5 and 6 to geotechnical boundary value problems is given in chapter 8. Two case studies are examined: A trial embankment in Skå Edeby, Sweden as well as the simulation of the history of the Leaning Tower of Pisa.

The main points of this thesis are summarized in chapter 9. The chapter closes with a view on further modelling possibilities for soft soils.

# Zusammenfassung

Das nicht-zyklische isothermale zeitabhängige Materialverhalten von weichen Böden unter konstanten effektiven Spannungszuständen ist ein Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit. Des Weiteren wird auf die Anisotropie, d. h. die Richtungsabhängigkeit der physikalischen Eigenschaften von weichen Böden eingegangen.

Wesentliche Materialeigenschaften der betrachteten weichen Böden (vollständig gesättigte, normalkonsolidierte und leicht überkonsolidierte Torfe, Mudden, Tone und Schluffe) sind in Kapitel 2, inklusive Anhaltswerten, angegeben.

Unterschiedliche Modellierungsmöglichkeiten von zeitabhängigem Materialverhalten werden in Kapitel 3 vorgestellt, darunter phänomenologische Beschreibungen, rheologische Betrachtungen, empirische Formulierungen sowie "mathematisch-physikalische" Stoffgesetze.

In Kapitel 4 wird auf Basis der dort aufgezeigten Entwicklung der Formulierungen für die eindimensionale Kompression (nicht-viskos und viskos) von weichen Böden ein differentielles, eindimensionales elasto/viskoplastisches Stoffgesetz aufgestellt.

Kapitel 5 befasst sich zunächst mit isotropem dreidimensionalem Materialverhalten (nicht-viskos und viskos) von weichen Böden. Es werden ausgewählte Stoffgesetze vorgestellt. Anschließend wird das in Kapitel 4 vorgestellte differentielle, eindimensionale elasto/viskoplastische Stoffgesetz auf dreidimensionale Spannungszustände erweitert.

Anisotropes Materialverhalten von weichen Böden wird in Kapitel 6 behandelt. Es werden unterschiedliche Möglichkeiten der Modellierung von Anisotropie aufgezeigt. Danach wird auf Basis des auch vorgestellten *Multilaminate* Konzepts das in Kapitel 5 entwickelte differentielle dreidimensionale elasto/viskoplastische Stoffgesetz erweitert, um anisotropes Materialverhalten abbilden zu können.

In Kapitel 7 erfolgt zunächst die Parameterbestimmung der in Kapitel 5 und 6 vorgestellten differentiellen dreidimensionalen elasto/viskoplastischen Stoffgesetze. Des Weiteren werden anhand exemplarischer, eindimensionaler und dreidimensionaler Simulationen die Möglichkeiten der Materialmodellierung mit diesen Stoffgesetzen aufgezeigt. Zur weiteren Validierung werden undrainierte Kriechversuche unter triaxialen Randbedingungen simuliert.

Die Anwendung der in den Kapiteln 5 und 6 vorgestellten differentiellen dreidimensionalen elasto/viskoplastischen Stoffgesetze auf geotechnische Randwertprobleme erfolgt in Kapitel 8. Es werden zwei Fallstudien untersucht: Ein Versuchsdamm in Skå Edeby, Schweden sowie die Simulation der Baugeschichte des Schiefen Turms von Pisa.

Die wesentlichen Punkte der vorliegenden Arbeit werden in Kapitel 9 zusammengefasst. Dieses Kapitel schließt mit einem Ausblick auf weitere Modellierungsmöglichkeiten für weiche Böden.

# Kapitel 1 Einführung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Modellierung bzw. Simulation von weichen Böden. Es werden nicht-zyklische isothermale zeitabhängige Formänderungen, insbesondere unter konstanten effektiven Spannungszuständen, betrachtet. Zum Verformungsverhalten von weichen Böden unter zyklischer Belastung wird z. B. auf KEMP-FERT UND HU (1997) bzw. KEMPFERT UND HU (1999) sowie HU (2000) verwiesen. Arbeiten zum temperaturabhängigen Materialverhalten von weichen Böden finden sich z. B. bei ERIKSSON (1989) und MARQUES U. A. (2004). Aussagen zum Konsolidationsverhalten <sup>1</sup> von weichen Böden werden nicht gemacht, es wird hierzu z. B. auf ULRICH (1980) und BUCHMAIER (1985) sowie den Begründer der Konsolidationstheorie TER-ZAGHI (1925) verwiesen.

Eine der grundlegenden Eigenschaften von weichen Böden ist ihre hohe Kompressibilität. In Folge derer kann jegliche Art von Belastung zu großen Setzungen führen. Die Setzungen geschehen in den seltensten Fällen gleichmäßig, sodass weiche Böden häufig beträchtliche Setzungsdifferenzen aufweisen. Eine weitere Eigenschaft von weichen Böden ist Ihre Neigung, Setzungen ohne Laständerung zu generieren.

Empirisch ist über weite Zeitbereiche nach dem praktischen <sup>2</sup> Ende der Konsolidation ein linearer Zusammenhang zwischen der eindimensionalen Setzung *s* und dem natürlichen Logarithmus der verstreichenden Zeit  $\ln t$  einheitlich feststellbar. Dabei hängt die Setzungsgeschwindigkeit nach dem praktischen Ende der Konsolidation anscheinend nur von der Bodenart, der Temperatur und dem Wassergehalt sowie der Lagerungsdichte, nicht aber von den geometrischen Randbedingungen ab, vgl. LEINENKUGEL (1976) und KRIEG (2000).

Darüber hinaus ist das Materialverhalten von Böden im Allgemeinen und weichen Böden im Besonderen häufig anisotrop, d. h. die mechanischen und physikalischen Eigenschaften sind von der Richtung abhängig (vgl. z. B. DÌAZ-RODRÌGUEZ U. A. (1992)).

Die Arbeit gliedert sich unter Berücksichtigung dieser einführenden Bemerkungen in folgende Kapitel:

In Kapitel 2 wird auf die wesentlichen Materialeigenschaften der in dieser Arbeit betrachteten weichen Böden eingegangen. Es werden die klassischen bodenmechanischen Eigenschaften wie Korngrößenverteilung, Wassergehalt und Konsistenzgrenzen von Böden erläutert. Außerdem werden prinzipielle Aussagen zur Steifigkeit und Festigkeit von weichen Böden gemacht.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Konsolidation ist der Vorgang, der den Abbau vorhandener Porenwasserüberdrücke, d. h. das Abströmen von Porenwasser, mit der Zeit beschreibt.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Das theoretische Ende der Konsolidation liegt im Unendlichen.

Kapitel 3 befasst sich mit der Modellierung von zeitabhängigem Verhalten unter konstanter effektiver Belastung im Allgemeinen. Es werden darin unterschiedliche Modellierungsansätze vorgestellt. Als erstes werden verschiedene phänomenologische Beschreibungen von viskosem Materialverhalten erläutert. Daran anschließend wird auf die rheologische Betrachtungsweise des Kriechens eingegangen. Ein weiterer Abschnitt befasst sich mit den empirischen Formulierungen, die in der Praxis angewandt werden. Zum Schluss werden unterschiedliche Möglichkeiten der Formulierung von "mathematisch-physikalischen" Stoffgesetzen vorgestellt.

Eindimensionales Kompressionsverhalten von weichen Böden wird in Kapitel 4 behandelt. Es wird die wesentliche Entwicklung der Formulierungen für die eindimensionale Kompression weicher Böden aufgezeigt. Nach der Definition der einzelnen Setzungsanteile und verschiedener Möglichkeiten ihrer Bestimmung wird zunächst auf Formulierungen ohne Berücksichtigung von viskosem Materialverhalten eingegangen. Formulierungen, die Viskosität berücksichtigen, werden anschließend vorgestellt. Auf der Basis der zuvor erwähnten Formulierungen wird ein differentielles, eindimensionales elasto/viskoplastisches Stoffgesetz entwickelt.

In Kapitel 5 wird auf isotropes, dreidimensionales Materialverhalten von weichen Böden eingegangen. Zunächst wird exemplarisch eine begrenzte Anzahl von isotrop formulierten dreidimensionalen Stoffgesetzen für weiche Böden vorgestellt, die viskoses Materialverhalten nicht beinhalten. Anschließend wird eine Auswahl an Stoffgesetzen aufgeführt, die viskoses Materialverhalten berücksichtigen. Zum Schluss wird eine Erweiterung des in Kapitel 4 eingeführten differentiellen, eindimensionalen elasto/viskoplastischen Stoffgesetzes auf allgemeine dreidimensionale Zustände vorgestellt.

Kapitel 6 befasst sich mit dem anisotropen Materialverhalten von weichen Böden. Es werden grundlegende Eigenschaften und verschiedene Möglichkeiten der Modellierung von Anisotropie beschrieben. Des Weiteren wird das in Kapitel 5 entwickelte differentielle, dreidimensionale elasto/viskoplastische Stoffgesetz unter Verwendung des *Multilaminate* Konzepts erweitert, um anisotropes Materialverhalten abbilden zu können.

Ein Abschnitt des Kapitels 7 geht auf die Parameterbestimmung der in den Kapiteln 5 und 6 vorgestellten differentiellen, dreidimensionalen elasto/viskoplastischen Stoffgesetze ein. Darüber hinaus werden exemplarisch eindimensionale und dreidimensionale Simulationen vorgestellt, die das mit den Stoffgesetzen modellierte Materialverhalten verdeutlichen. Zur Validierung der Stoffgesetze werden Laborversuche verwendet.

Kapitel 8 beinhaltet die Anwendung der in den Kapiteln 5 und 6 eingeführten Stoffgesetze auf geotechnische Randwertprobleme. Die Herstellung und die zeitliche Entwicklung der Setzungen eines Versuchsdamms auf weichem Untergrund werden mit beiden Materialmodellen simuliert. Die Simualtionsergebnisse werden mit Messergebnissen verglichen und bewertet. Vergleichend wird außerdem die Simulation mit einem nicht-viskosen Stoffgesetz betrachtet. Abschließend wird mit dem in Kapitel 5 vorgestellten Stoffgesetz die Baugeschichte des Schiefen Turms von Pisa simuliert. Anhand von Kalibrierungsberechnungen wird eine Aussage über das zu erwartende Setzungsund Neigungsverhalten des Turms getroffen.

Kapitel 9 fasst die wesentlichen Punkte der vorliegenden Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick auf weitere Möglichkeiten der Modellierung von weichen Böden.

# Kapitel 2

# Materialeigenschaften weicher Böden

Es handelt sich bei Boden (Lockergestein) im Gegensatz zu Fels (Festgestein) um die oberflächennahe, nicht verfestigte Zone der Erdkruste. Die einzelnen Bestandteile eines Bodens sind nicht oder nur in so geringem Maße mineralisch verkittet, dass diese Verkittung die Eigenschaften des Bodens nicht prägt. Mineralischer Boden entsteht durch Verwitterung von Festgestein. Man unterscheidet Residualböden (Verwitterungsböden), die sich an Ort und Stelle ablagern, sowie Sedimente, die durch Wind, Wasser und Eis transportiert werden und sich an anderer Stelle ablagern. Darüber hinaus gibt es noch organische <sup>1</sup> und organogene <sup>2</sup> Böden.

Unter weichen Böden werden in dieser Arbeit normalkonsolidierte und leicht überkonsolidierte (bis  $OCR \approx 2, 0^3$ ) Torfe<sup>4</sup>, Mudden<sup>5</sup> und Tone sowie Schluffe verstanden. Stark faserhaltige Torfe werden nicht berücksichtigt, da die Fasern eine andere als die vorgestellte Herangehensweise der Modellierung erfordern. Des Weiteren wird davon ausgegangen, dass die organische Zersetzung in Böden nur einen vernachlässigbaren, geringen Einfluss auf das Verformungsverhalten von weichen Böden hat. Es wird das Materialverhalten von vollständig gesättigten weichen Böden betrachtet.

Zum besseren Verständnis werden in diesem Kapitel die wesentlichen Materialeigenschaften von weichen Böden vorgestellt. Dabei wird zunächst auf die klassischen bodenmechanischen Eigenschaften wie Korngrößenverteilung, Wassergehalt und Konsistenzgrenzen eingegangen. Es erfolgt eine Klassifikation der weichen Böden. Auf das Benennen und Beschreiben von Böden nach DIN 4022-1 wird verzichtet, da kein spezieller Boden betrachtet wird. Daran anschließend wird die Steifigkeit und die Festigkeit der weichen Böden betrachtet.

#### 2.1 Klassifikation

Nach DIN 18196 lassen sich Böden in folgende Hauptgruppen einteilen: Grobkörnige, gemischtkörnige und feinkörnige Böden; organogene Böden und Böden mit organischen Beimengungen sowie organische Böden. Eine eigenständige Hauptgruppe sind Auffüllungen, da sie auch aus Fremdstoffen, wie Bauschutt und Müll, bestehen können.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Organische Böden enthalten pflanzliche und/oder tierische Reste.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Organogene Böden sind aus abgestorbenen Lebewesen im Meer gebildete Ablagerungen, z. B. Kreide.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Das Überkonsolidationsverhältnis *OCR* (Over-Consolidation-Ratio) ist das Verhältnis der vorhandenen Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  zur aktuellen effektiven Spannung  $\sigma'$  (*OCR* =  $\frac{\sigma_{p0}}{\sigma'}$ ).

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Torf: nur pflanzliche Reste, rein organischer Boden

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Mudde: pflanzliche und tierische Reste mit anorganischen Bestandteilen durchsetzt



Abbildung 2.1: Bandbreite der Korngrößenverteilungen für weiche Böden.

Nach dieser Einteilung gehören die in dieser Arbeit betrachteten weichen Böden zu den Hauptgruppen der feinkörnigen Böden, der organogenen Böden und der Böden mit organischen Beimengungen sowie der organischen Böden. In der Hauptgruppe der organogenen Böden und der Böden mit organischen Beimengungen zählen aber nur die Gruppe der Schluffe mit organischen Beimengungen und organogene Schluffe sowie die Gruppe der Tone mit organischen Beimengungen und organogene Tone zu den weichen Böden. Die Hauptgruppe der feinkörnigen Böden unterteilt sich nach DIN 18196 in folgende Gruppen: leicht plastische Schluffe, mittelplastische Schluffe, ausgeprägt zusammendrückbare Schluffe, leicht plastische Tone, mittelplastische Tone und ausgeprägt plastische Tone. Die Untergruppe der leicht plastischen Schluffe kann nur bedingt zu den weichen Böden gezählt werden, da ihre Steifigkeit relativ hoch ist.

#### 2.1.1 Korngrößenverteilung

In Abbildung 2.1 ist die Bandbreite der Korngrößenverteilungen für weiche Böden angegeben. Die Korngrößenverteilung von leicht plastischen Schluffen ist dabei getrennt dargestellt. Es ist erkennbar, dass fast ausschließlich Korngrößen kleiner als 0,06 mm vorliegen, und es nur bei den leicht plastischen Schluffen einen Bruchteil an Korngrößen größer als 2,0 mm gibt. Die Ermittlung der Korngrößenverteilung eines Bodens ist in DIN 18123 angegeben.

#### 2.1.2 Wassergehalt und Konsistenzgrenzen

Der Wassergehalt, welcher nach DIN 18121-1 bzw. DIN 18121-2 bestimmt werden kann, ist das Verhältnis des Massenverlustes beim Trocknen  $m_w$  (Masse des Porenwassers) zur verbleibenden Trockenmasse  $m_d$  einer Bodenprobe.

Wassergehalt 
$$w = \frac{m_w}{m_d}$$
 (2.1)

Die Trockenmasse beinhaltet dabei die Masse des adsorbtiv gebundenen Wassers bzw. des interkristallinen Wassers, das bei der Trocknung der Bodenprobe nicht verdampft.

Der natürliche Wassergehalt  $w_n$  gesättigter, weicher Böden liegt gewöhnlich in der Bandbreite von  $w_n \approx 20\%$  bis über 100%. Die Werte von über 100% werden aber nur von organischen Böden wie Torfen und Mudden erreicht. Zumeist liegen die Werte für Tone und Schluffe in der Bandbreite von  $w_n \approx 20\%$  bis 50%.

Die Konsistenzgrenzen, auch Zustandsgrenzen nach ATTERBERG (1911) genannt, beschreiben die Bildbarkeit (Plastizität) eines feinkörnigen Bodens. Der Wassergehalt der Fließgrenze  $w_L$  bestimmt den Übergang von der flüssigen zur bildsamen Konsistenz. Der Wassergehalt der Ausrollgrenze  $w_P$  definiert den Übergang von der bildsamen zur halbfesten Konsistenz. Der Wassergehalt der Schrumpfgrenze  $w_S$  legt den Übergang von der halbfesten zur festen Konsistenz fest. Die Bestimmung der jeweiligen Wassergehalte ist durch genormte Versuche nach DIN 18122-1 sowie DIN 18122-2 festgelegt. Der Bereich zwischen Fließ- und Schrumpfgrenze wird als plastischer Bereich bezeichnet. Durch den Vergleich des aktuellen Wassergehalts w mit den Wassergehalten der Fließ $w_L$  und Ausrollgrenze  $w_P$  einer Bodenprobe ergibt sich die Konsistenz- bzw. Liquiditätszahl eines Bodens.

Konsistenzzahl 
$$I_C = \frac{w_L - w}{w_L - w_P}$$
 (2.2)

Liquiditätszahl 
$$I_L = 1 - I_C = \frac{w - w_P}{w_L - w_P}$$
 (2.3)

Mittels dieser Zahlen lassen sich die in Tabelle 2.1 angegebenen Zustandsformen unterscheiden.

Die Differenz der Wassergehalte  $w_L$  und  $w_P$  beschreibt die Plastizitätszahl  $I_P$ .

Plastizitätszahl 
$$I_P = w_L - w_P$$
 (2.4)

Je größer die Plastizitätszahl  $I_P$ , desto plastischer ist ein Boden, d. h. umso größer ist der Wassergehaltsbereich, in dem der Boden bildbar ist.

Die Abhängigkeit der Fließ- sowie der Ausrollgrenze und damit der Plastizitätszahl von der Kornfeinheit (Korngröße) und dem Mineralbestand eines Bodens erlaubt eine Klassifizierung mittels dieser Kenngrößen, da sie mit den wesentlichen bautechnischen Eigenschaften wie Steifigkeit und Scherfestigkeit korrelieren. Zur Klassifizierung nach DIN 18196 (vgl. Abbildung 2.2) wird die Plastizitätskarte nach CASAGRANDE (1947) verwendet.

Der Wassergehalt an der Fließgrenze  $w_L$  weicher Böden liegt gewöhnlich in der Bandbreite von  $w_L \approx 25\%$  bis über 100%. Die Werte von über 100% gelten für Mudden. Für Tone und Schluffe liegen die Werte in einer Bandbreite von  $w_L \approx 25\%$  bis 100%. Bei Torfen ist eine Bestimmung aufgrund der Struktur nicht möglich.

_	Konsistenzzahl $I_C$	Liquiditätszahl $I_L$	Benennung	Verhalten des Bodens in der Hand
_	< 0,00	> 1,00	flüssig	fließt aus der Hand
	0,00-0,50	1,00-0,50	breiig	quillt beim Pressen in der Faust zwi- schen den Fingern hindurch
	0,50-0,75	0,50-0,25	weich	lässt sich leicht kneten
	0,75 - 1,00	0,25-0,00	steif	schwer knetbar; lässt sich noch zu 3 mm dicken Walzen ausrollen, ohne zu zerbrechen
	$1,00 < I_C < \frac{w_L - w_S}{w_L - w_P}$	$\frac{w_S - w_P}{w_L - w_P} < I_L < 0,00$	halbfest	bröckelt und bricht beim Ausrollen zu 3 mm dicken Walzen; lässt sich aber erneut zu Klumpen formen

Tabelle 2.1: Zuordnung der Konsistenz- und Liquiditätszahl zu den Zustandsformen des plastischen Bereichs.



Abbildung 2.2: Plastizitätskarte nach CASAGRANDE (1947) zur Bodenklassifikation nach DIN 18196.

Der Wassergehalt an der Ausrollgrenze  $w_P$  weicher Böden besitzt im Allgemeinen einen Wert von  $w_P \approx 15\%$  bis 80%. Auch hier gelten die höheren Werte für Mudden. Eine Bestimmung ist für Torf ebenfalls nicht möglich. Die Werte für Tone und Schluffe liegen in einer Bandbreite von  $w_P \approx 15\%$  bis 45%.

Demzufolge ist eine Plastizitätszahl von  $I_P \approx 5\%$  bis über 100% für weiche Böden

üblich. Erneut gelten die Werte von über 100% nur für Mudden. Die Werte für Tone und Schluffe bewegen sich von  $I_P \approx 5\%$  bis 85%.

Des Weiteren gilt im Allgemeinen für weiche Böden, dass sie eine Konsistenzzahl von  $I_C < 0,75$  besitzen. Ihre Konsistenz ist demnach weich, breiig oder flüssig.

#### 2.1.3 Weitere klassifizierende Eigenschaften

Die in den zuvor aufgeführten Unterabschnitten für die Klassifikation weicher Böden beschriebenen Materialeigenschaften lassen sich durch weitere ergänzen, die eine zusätzliche Unterscheidung weicher Böden zulassen.

So beeinflusst der Mineralaufbau eines weichen Bodens sein bodenphysikalisches Verhalten und damit seine Verformungs- und Festigkeitseigenschaften. Man unterscheidet bei den durch chemische Verwitterung entstandenen Tonmineralen Zwei- und Dreischichtminerale. Die Bestimmung der einzelnen Anteile eines Bodens sind zumindest qualitativ durch das Röntgen-Reflexionsverfahren <sup>6</sup> oder durch die Differential-Thermo-Analyse <sup>7</sup> möglich. Einen guten, zusammenfassenden Überblick über die verschiedenen Tonminerale geben FÖRSTER (1996) sowie VON SOOS (2001). Im Gegensatz zu den durch mechanische Verwitterung entstandenen Mineralien, wie Quarz, Feldspat, Glimmer, Kalk und Dolomit, kann man Tonminerale nur im Rasterelektronenmikroskop sichtbar machen. Bei SCHMIDT (2001) findet sich eine tabellarische Zusammenstellung der wichtigsten Minerale.

Das Gefüge des Bodens entspricht bei in Süßwasser sedimentierten Tonmineralen einer Wabenstruktur, die aufgrund der unterschiedlichen elektrochemischen Ladung der kurzen Ränder (positiv) und länglichen Seiten (negativ) der Teilchen entsteht. Eine Sedimentation von Tonmineralen im Salzwasser führt im Gegensatz dazu zu einer Flockenstruktur, die nicht aus einzelnen Tonplättchen, sondern aus mehreren Tonplättchen besteht, die flächig aneinander haften. Die lockere Flockenstruktur kann auch bei Verwitterungsböden (Residualböden) durch Auslaugung (Hydrolyse) entstehen. Von einer Parallelstruktur oder einer dispersen Struktur wird gesprochen, wenn sich die Tonminerale flach und parallel abgelagert haben.

Die Kornform und Kornrauigkeit der einzelnen aus den Mineralen zusammengesetzten Körner eines Bodens beeinflussen das bodenphysikalische Verhalten zusätzlich. So hat ein Boden mit hoher Kornrauigkeit eine hohe Scherfestigkeit und eine geringe Zusammendrückbarkeit. Die Kornform beeinflusst die spezifische Kornoberfläche  $A_s$  und damit das Wasserbindevermögen und die Plastizität. So haben kugelförmige Körner eine geringere spezifische Kornoberfläche  $A_s$  als plättchenförmige Tonminerale.

Spezifische Kornoberfläche 
$$A_s = \frac{A}{m_d}$$
 (2.5)

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Das Röntgen-Reflexionsverfahren beruht auf der Tatsache, dass Röntgenstrahlen im Allgemeinen in die zu untersuchende Substanz eindringen und erst bei streifendem Einfall (kleinen Einfallswinkeln) in Abhängigkeit von der Substanz reflektiert werden (Totalreflexion).

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Die Differential-Thermo-Analyse (DTA) beruht auf der Registrierung von exo- bzw. endothermen Reaktionen in Folge des gleichmäßigen Erwärmens der zu untersuchenden Substanz.

Aktivitätszahl $I_A$	Aktivität der Tonminerale	Beispiel
< 0,75	inaktiv	Kaolin
$0,75 < I_A < 1,25$	normal	Illit
> 1,25	aktiv	Montmorillonit

Tabelle 2.2: Unterscheidungsbereiche der Aktivitätszahl nach SKEMPTON (1953).

Bodenart	Feuchtwichte $\gamma  [\text{kN/m}^3]$	Wichte unter Auftrieb $\gamma'  [{ m kN/m}^3]$
Schluff	17,0 bis $21,0$	8,5 bis $11,0$
Ton	16,5 bis $22,0$	7,0 bis $12,0$
Schluff oder Ton, organisch	$15,5\mathrm{bis}\ 18,5$	5,5 bis $8,5$
Torf	$10,4\mathrm{bis}12,5$	0,4 bis $2,5$
Mudde	12,5 bis $16,0$	2,5 bis $6,0$

Tabelle 2.3: Wichten weicher Böden.

Die spezifische Kornoberfläche  $A_s$  ist die Oberfläche der Körner A von 1 g Trockenmasse  $m_d$ . Ihre Einheit ist [cm<sup>2</sup>/g]. Sie nimmt mit abnehmender Korngröße zu, da das Volumen mit der dritten, die Oberfläche nur mit der zweiten Potenz der Korngröße ansteigt.

Der Gehalt an aktiven Tonmineralen erhöht die Fließgrenze und die Plastizitätszahl. Die Aktivitätszahl  $I_A$  nach SKEMPTON (1953) ist ein Maß zur Bestimmung der Aktivität der vorhandenen Tonminerale und damit der Art der Tonminerale sowie ein Maß für ihre spezifische Kornoberfläche  $A_S$ .

Aktivitätszahl 
$$I_A = \frac{I_P}{m_{dT}/m_d}$$
 (2.6)

In Gleichung 2.6 ist  $I_P$  die Plastizitätszahl,  $m_{dT}$  die Trockenmasse der Teilchen, deren Korngröße kleiner als 0,002 mm ist, und  $m_d$  die Trockenmasse der Bodenprobe. Tabelle 2.2 gibt die einzelnen Aktivitätsbereiche an.

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Art der vorhandenen Tonminerale ist das Wasseraufnahmevermögen des Feinkornanteils (< 0, 4 mm) nach DIN 18132.

Die Wichte der weichen Böden schwankt sehr stark und hängt vor allem vom Organgehalt und der Porosität ab. So besitzen Torfe und Mudden nur sehr geringe Wichten. Die Wichten von reinen Tonen und Schluffen können aber sehr hoch sein, da die Korndichte  $\rho_s$  von Tonmineralen hoch ist. Anhaltswerte für Wichten weicher Böden sind in Tabelle 2.3 angegeben.

Der Durchlässigkeitsbeiwert k ist bei weichen Böden aufgrund ihrer Korngrößenverteilung im Vergleich zu Sanden und Kiesen gering. Anhaltswerte für Durchlässigkeits-

Bodenart	Durchlässigkeitsbeiwert $k \text{ [m/s]}$
Schluff	$1 \cdot 10^{-5}$ bis $1 \cdot 10^{-8}$
Ton	$1 \cdot 10^{-7}$ bis $1 \cdot 10^{-12}$
Schluff oder Ton, organisch	$1 \cdot 10^{-9}$ bis $1 \cdot 10^{-11}$
Torf	$1\cdot 10^{-5}$ bis $1\cdot 10^{-8}$
Mudde	$1 \cdot 10^{-7}$ bis $1 \cdot 10^{-9}$

Tabelle 2.4: Durchlässigkeitsbeiwerte weicher Böden.

beiwerte weicher Böden sind in Tabelle 2.4 zusammengestellt.

Des Weiteren beeinflusst der Kalkgehalt eines Bodens, der quantitativ nach DIN 18129 bestimmt werden kann, seine Plastizität und/oder Festigkeit.

Der Gehalt an organischen Bestandteilen lässt sich mit der Bestimmung des Glühverlusts nach DIN 18128 ermitteln. Je größer der Anteil an organischen Bestandteilen, desto mehr Wasser kann ein Boden binden und desto größer sind sein Porenanteil  $n^8$ und seine Porenzahl  $e^9$ . Parallel dazu verschlechtern sich seine Verformungs- und Festigkeitseigenschaften, auf die im nächsten Abschnitt eingegangen wird.

# 2.2 Steifigkeit und Festigkeit

Die Steifigkeit sowie die Festigkeit von Böden und damit ihre Spannungs-Verformungs-Beziehungen hängen außer von der Bodenart noch von weiteren Randbedingungen ab. So spielen die Spannungsvorgeschichte, das Spannungsniveau sowie die Art der Spannungsänderung, d. h. die Richtung und Gestalt des Spannungspfades, eine entscheidende Rolle. Der Grad der Ausnutzung der Scherfestigkeit beeinflusst die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen noch zusätzlich. Bei weichen Böden kommt außerdem hinzu, dass die in Folge von Spannungsänderungen auftretenden Verformungen sehr stark zeitund geschwindigkeitsabhängig sind und es auch ohne Spannungsänderungen zu Verformungen kommen kann.

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der oben erwähnten Randbedingungen auf das Verformungsverhalten und die Scherfestigkeit weicher Böden im Allgemeinen erläutert. Eine spezifische Auseinandersetzung, die die Erklärung und die Modellierung der Phänomene mit einschließt, erfolgt in den nächsten Kapiteln.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Der Porenanteil ist das Verhältnis des Porenvolumens zum gesamten Bodenvolumen.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Die Porenzahl ist das Verhältnis des Porenvolumens zum Volumen der Festmasse (Bodenkörner).

Tabelle 2.5: Steifemodule  $E_s$  für normalkonsolidierte Böden bei einer Referenzspannung von 100 kN/m<sup>2</sup> nach VON SOOS (2001).

Bodenart	Steifemodul $E_s  [\text{MN/m}^2]$
Schluff, leicht plastisch	4 bis 11
Schluff, mittel- bis ausgeprägt plastisch	3 bis 7
Ton, leicht plastisch	2 bis 5
Ton, mittelplastisch	1 bis 3
Ton, ausgeprägt plastisch	0,6 bis $2$
Schluff oder Ton, organisch	0,5 bis $2$
Torf	0, 3 bis $0, 8$
Mudde	0,4 bis $1$

#### 2.2.1 Verformungsverhalten

Der Begriff weiche Böden impliziert schon, dass es sich dabei um Böden mit großer Zusammendrückbarkeit handelt. Im Gegensatz zu Sanden und Kiesen ist ihre Steifigkeit um ein Vielfaches geringer. VON SOOS (2001) gibt die in Tabelle 2.5 angegebenen Steifemodule  $E_s$ <sup>10</sup> für normalkonsolidierte Böden bei einer Referenzspannung von 100 kN/m<sup>2</sup> an. Die Bestimmung des Steifemoduls in einem eindimensionalen Kompressionsversuch ist in DIN 18135 E geregelt.

Normalkonsolidierte Böden sind unter der aktuellen effektiven Spannung konsolidiert und haben noch nie eine höhere Spannung erfahren. Im Gegensatz dazu besitzen überkonsolidierte Böden eine vorhandene Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$ , die größer als die aktuell wirksame Spannung ist. Das Verhältnis zwischen der vorhandenen Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  und der aktuellen effektiven Spannung  $\sigma'$  wird als Überkonsolidationsverhältnis OCR bezeichnet.

Überkonsolidationsverhältnis 
$$OCR = \frac{\sigma_{p0}}{\sigma'}$$
 (2.7)

Normalkonsolidierte Böden verhalten sich im Vergleich zu überkonsolidierten Böden stets weicher. Darüber hinaus nimmt die Steifigkeit von Böden mit zunehmendem Spannungsniveau zumindest im bautechnisch interessanten Bereich bis  $\sigma' = 1000 \text{ kN/m}^2 \text{ zu}$ . Weiche Böden zeigen dabei die Besonderheit, dass die Steifigkeit annähernd linear von der effektiven Spannung abhängt.

Kriechen, d. h. die Verformung unter einer konstanten Last, ist eine weitere Eigenschaft weicher Böden. Diese Eigenschaft steht in direkter Relation zur Relaxation, d. h. dem Spannungsabbau bei festgehaltener Deformation. Darüber hinaus zeigen weiche

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>Beim Steifemodul handelt es sich um den Elastizitätsmodul, der sich aus einem eindimensionalen Kompressionsversuch mit behinderter Seitendehnung ergibt.



Abbildung 2.3: Versuchsergebnisse von weggesteuerten Oedometerversuchen mit unterschiedlichen Vorschubgeschwindigkeiten an einem Ton aus Bäckebol, Göteborg, Schweden nach SÄLLFORS (1975).

Böden noch eine weitere Besonderheit. Ihr Materialverhalten ist auch geschwindigkeitsabhängig. Ein Beispiel dafür sind die in Abbildung 2.3 gezeigten Versuchsergebnisse von SÄLLFORS (1975). In einem halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm sind Versuchskurven von weggesteuerten Oedometerversuchen <sup>11</sup> mit unterschiedlichen Vorschubgeschwindigkeiten an einem Ton aus Bäckebol, Göteborg, Schweden abgebildet. Es ist erkennbar, dass hohe Vorschubgeschwindigkeiten geringe Dehnungen zur Folge haben. Auf diese Eigenschaften und ihre Modellierung wird in den folgenden Kapiteln näher eingegangen.

Der Einfluss der Art des Spannungspfades auf das Verformungsverhalten hängt mit der Anisotropie von Böden zusammen, die in Kapitel 6 erläutert wird.

#### 2.2.2 Scherfestigkeit

Die Bestimmung der Scherfestigkeit von Böden ist in DIN 18137-1, DIN 18137-2 und DIN 18137-3 geregelt. Die Scherfestigkeit an sich wird bei weichen Böden durch ihre mineralische Zusammensetzung (effektiver Reibungswinkel  $\varphi'$ ) und ihren Verdichtungszustand (effektive Kohäsion c') bestimmt. Für die Festigkeit von weichen Böden gilt wie bei ihrer Steifigkeit, dass Sie im Vergleich zu Sanden und Kiesen geringer ist. Darüber hinaus verhalten sich viele weiche Böden beim Abscheren wie sehr lockere nichtbindige Böden. Sie erfahren mit zunehmender Scherverformung eine stetige Vergrößerung der aufnehmbaren Scherspannungen (Verfestigung) bei gleichzeitiger Volumenabnahme (Kontraktion) bis zum Erreichen des Grenzzustandes.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>Ein Oedometerversuch ist ein eindimensionaler Kompressionsversuch mit behinderter Seitendehnung.

Tabelle 2.6: Anhaltswerte für die Sensitivität  $S_t$  von Böden nach SCHMIDT (2001).

Bodenart	Sensitivität $S_t[-]$
normalbelastete Tone	2 bis 4
ausgelaugte Meerwassersedimente (z. B. Quicktone)	bis über 100

Das Verhältnis der Scherfestigkeit eines ungestörten Bodens <sup>12</sup>  $\tau_{ungestört}$  zur Scherfestigkeit eines gestörten Bodens <sup>13</sup>  $\tau_{gestört}$  wird als Sensitivität  $S_t$  bezeichnet.

Sensitivität 
$$S_t = \frac{\tau_{ungest \ddot{o}rt}}{\tau_{gest \ddot{o}rt}}$$
 (2.8)

Nach SCHMIDT (2001) gelten die in Tabelle 2.6 angegebenen Anhaltswerte für die Sensitivität  $S_t$  von Böden.

Die Thixotropie <sup>14</sup> einzelner Tone lässt sich auf ihre hohe Sensitivität zurückführen. Ein klassisches Beispiel sind die in Skandinavien vorkommenden Quicktone, die als Meerwassersedimente abgelagert wurden. Die die Flockenstruktur stabilisierenden Salzminerale wurden aber in der Zwischenzeit durch Frischwasserzufuhr ausgewaschen, sodass diese Tone heutzutage eine mechanisch sehr anfällige Struktur besitzen.

Das Verhältnis der Differenz zwischen der Grenzscherfestigkeit  $\tau_f$  beim Erreichen des Grenzzustandes und der Restscherfestigkeit  $\tau_r$  zur Grenzscherfestigkeit im Grenzzustand  $\tau_f$  wird als Sprödheitszahl  $I_B$  (BISHOP (1967)) bezeichnet. Die Restscherfestigkeit  $\tau_r$  ergibt sich erst bei extrem großen Scherwegen durch das parallele Einrichten der Tonminerale.

Sprödheitszahl 
$$I_B = \frac{\tau_f - \tau_r}{\tau_f}$$
 (2.9)

Die Sprödheitszahl  $I_B$  nimmt mit zunehmendem Überkonsolidationsverhältnis OCR und zunehmender Plastizitätszahl  $I_p$  zu.

Darüber hinaus zeigt sich, dass das Scherfestigkeitsverhalten von weichen Böden zeitund geschwindigkeitsabhängig ist. So erhält man hohe Scherfestigkeiten bei hohen Abschergeschwindigkeiten. Durch Kriechen unter undrainierten Randbedingungen kann es zum Kriechfließen <sup>15</sup> kommen. Die Abbildungen 2.4 und 2.5 verdeutlichen dies anhand einiger Versuchsergebnisse von VAID UND CAMPANELLA (1977) an *Haney Clay* (vgl. Kapitel 7). Auf diese Eigenschaften und ihre Modellierung wird in den folgenden

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>Die Struktur von ungestörten Böden ist nicht durch mechanische oder sonstige Einwirkungen zerstört.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup>Die Struktur von gestörten Böden ist durch mechanische oder sonstige Einwirkungen zerstört. Dazu gehören künstlich aufbereitete Böden, aber auch bei der Probenentnahme stark beanspruchte Bodenproben.

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>Thixotropie ist die Eigenschaft von Materialien, in Folge mechanischer Beanspruchung und ohne Änderung des Wassergehalts von der plastischen in die flüssige Konsistenz überzugehen.

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup>Es wird bewusst der Begriff Kriechfließen an Stelle des üblichen Begriffs Kriechbruch verwendet, da es sich zumeist um keinen völligen Festigkeitsverlust im Sinne der Bruchmechanik handelt.



Abbildung 2.4: Versuchsergebnisse von undrainierten weggesteuerten Triaxialversuchen mit unterschiedlichen Vorschubgeschwindigkeiten an *Haney Clay* nach VAID UND CAMPANELLA (1977).



Abbildung 2.5: Versuchsergebnisse von undrainierten Kriechversuchen unter triaxialen Randbedingungen an *Haney Clay* nach VAID UND CAMPANELLA (1977).

Kapiteln näher eingegangen. Der Einfluss der Art des Spannungspfades auf die Scherfestigkeit hängt mit der Anisotropie von Böden zusammen (vgl. Kapitel 6).

# Kapitel 3

# Allgemeines zur Modellierung von zeitabhängigem Materialverhalten

Zur Erklärung der Kriechvorgänge in weichen Böden sind bis heute verschiedene Modelle entwickelt worden. In diesem Kapitel werden zunächst verschiedene phänomenologische Beschreibungen des Problems erläutert. Daran anschließend wird auf die rheologische Betrachtungsweise des Kriechens eingegangen. Ein weiterer Abschnitt befasst sich mit den empirischen Formulierungen, die in der Praxis angewandt werden. Zum Schluss wird noch auf die unterschiedlichen Möglichkeiten der Formulierung von "mathematisch-physikalischen" Stoffgesetzen eingegangen.

## 3.1 Phänomenologische Beschreibung

Eine eindeutige und einheitliche Beschreibung des Phänomens Kriechen existiert in der Literatur nicht. Im Wesentlichen lassen sich die Phänomenbeschreibungen in der Literatur in drei Gruppen einteilen.

So vertreten TERZAGHI (1941) und weitere Autoren, wie z. B. BARDEN (1965) sowie GUSSMANN (1990) die Auffassung, dass die Neu- bzw. Umordnung der Bodenteilchen nach einer Spannungsänderung in Folge einer Strukturviskosität zeitverzögert erfolgt. Die viskosen Effekte sind auf das an die Bodenteilchen gebundene Porenwasser (Hydrathülle) zurückzuführen, die einen viskosen Widerstand bei den Verschiebungsvorgängen der Bodenteilchen darstellen. Mit der fortschreitenden Zusammendrückung einer Bodenprobe werden diese Hydrathüllen immer dünner, und die Viskosität nimmt stark zu. Demzufolge nimmt die Geschwindigkeit bei der Umlagerung der Bodenteilchen immer weiter ab. Dieser Vorgang wird von TERZAGHI (1941) als *Solidification* (dt. Verfestigung, Verhärtung, Erstarrung) bezeichnet.

Im Rahmen der *Rate Process Theory* (EYRING (1936)) wird die Annahme getroffen, dass sich Atome und Moleküle direkt am Deformationsprozess beteiligen. Im Gleichgewichtszustand sind ihre Bewegungen zueinander durch Energiebarrieren eingeschränkt, die gleichwertige Gleichgewichtspositionen voneinander trennen. Um in eine andere Gleichgewichtsposition zu gelangen, muss zum Überwinden der Energiebarrieren Energie zugeführt werden. Ohne Aufbringen eines gerichteten Potentials und eines damit vorhandenen Gradienten kommt es zu keinen Positionswechseln, die Verformungen verursachen. Die Energiebarrieren werden ohne vorhandenen Gradienten bei Energiezufuhr mit gleicher Frequenz in alle Richtungen durchbrochen. Es können folglich keine Verformungen entstehen. Bringt man jedoch ein gerichtetes Potential auf, z. B. über Schubspannungen, werden die Energiebarrieren für unterschiedliche Richtungen unterschiedlich hoch. Daraus ergibt sich eine gerichtete Bewegung der Atome und Moleküle in Richtung der schwächeren Energiebarriere, z. B. in Richtung der aufgebrachten Schubspannung. Dies zieht Verformungen nach sich. MITCHELL U. A. (1968) verwenden die *Rate Process Theory*, um viskoplastisches Materialverhalten zu erklären.

DE JOSSELIN DE JONG (1968) erklärt die Ursache des Kriechens mit Hilfe eines Systems von Makro- und Mikroporen bzw. -kanälen, die ein Entwässerungssystem für das Porenwasser bilden. Das System der Makroporen bildet die Grundlage für die Konsolidationstheorie nach TERZAGHI (1925). Nach der Entwässerung über das Drainagesystem der Makrokanäle erfolgt nach DE JOSSELIN DE JONG (1968) die Entwässerung über das Drainagesystem der Mikrokanäle. Dieser Prozess ist viel zeitintensiver und geht auch wesentlich langsamer vonstatten, sodass die dadurch auftretenden Setzungen sich nur sehr langsam entwickeln; der Boden kriecht.

# 3.2 Rheologische Modelle

Die Rheologie, die ein Wissenszweig der Physik ist, befasst sich mit der Beschreibung von Fließerscheinungen, die durch Einwirkung äußerer Kräfte auf feste, flüssige oder kolloidale <sup>1</sup> Substanzen zustande kommen, und der Beschreibung der dabei auftretenden Gesetzmäßigkeiten und kommt damit der Mechanik als Teilgebiet der Physik am nächsten (REINER (1969)). Das Drei-Phasen-System Boden (Feststoff-Wasser-Luft) ist nach dieser Definition nicht eindeutig einzuordnen, in den meisten Fällen aber wohl als poröse feste bzw. kolloidale Substanz zu betrachten. Durch die Kombination von idealen Körpern (HOOKE – ideal elastisch, NEWTON – ideal zähe Flüssigkeit sowie ST.VENANT – ideal plastisch) lässt sich in der Rheologie zumindest qualitativ das Verhalten realer Stoffe beschreiben. Die Bezeichnungen der rheologischen Körper gelten auch für nichtlineares Materialverhalten. Die verschiedenen rheologischen Modelle ergeben sich aus den vielfältigen Möglichkeiten der Parallel- und Reihenschaltungen der einzelnen idealen Körper sowie einer Kombination der beiden Schaltungsmöglichkeiten. In Abbildung 3.1 sind die drei idealen Körper der Rheologie dargestellt.

Der Vorteil von rheologischen Modellen liegt darin, dass mechanische Modelle meistens anschaulicher sind als mathematische Gleichungen. So ist eine leicht verständliche Abbildung der Realität mit einfachen mechanischen Elementen ein nützliches Hilfsmittel in der Physik, auch wenn die Abbildung meistens nur qualitativ richtig ist. Zu berücksichtigen ist allerdings die Tatsache, dass bei einer Beschreibung des Verhaltens von Boden eine eindeutige Zuordnung der mechanischen Elemente eines rheologischen Modells zu den einzelnen Bodenanteilen nicht möglich ist. Eine Zusammenstellung der für die Bodenmechanik relevanten rheologischen Modelle findet sich bei SCHAD (1992).

Zur Beschreibung von zeit- und geschwindigkeitsabhängigem Materialverhalten wird immer ein NEWTON-Körper alleine oder als Körperkombination mit anderen idealen

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Als Kolloide werden feste oder flüssige Stoffe in feinster (kolloidaler) Verteilung in einem flüssigen oder gasförmigen Medium bezeichnet.



Abbildung 3.1: Darstellung der drei idealen Körper nach HOOKE – ideal elastisch (Feder), NEWTON – ideal zähe Flüssigkeit (Dämpfer) sowie ST.VENANT – ideal plastisch (Reibungselement).

Körpern oder Körperkombinationen parallel und/oder in Reihe geschaltet. Rheologische Modelle für Spannungs-Dehnungs-Zeit-Beziehungen finden sich z. B. bei MURA-YAMA UND SHIBATA (1961) und WU U. A. (1966) im Rahmen der *Rate Process Theory* (EYRING (1936)) sowie u. a. bei GHABOUSSI UND GIODA (1977), SCHAD (1992) und weiteren Autoren.

Für die rheologischen Modelle gilt, dass sie zwar sehr einfach und deswegen leicht anwendbar sind, die Anwendbarkeit ist aber aus dem gleichen Grund begrenzt. So sind sie meistens auf der Grundlage von einaxialen Versuchen ermittelt worden, und eine allgemein gültige Erweiterung auf allgemeine dreidimensionale Spannungs- und Dehnungszustände ist deshalb ohne Annahmen nicht möglich.

# 3.3 Empirische Formulierungen

Sämtliche empirische Formulierungen beruhen auf der Beobachtung von Kriechvorgängen in der Natur bzw. in Laborversuchen und befassen sich zumeist mit der mathematischen Beschreibung der vertikalen Dehnung bzw. Setzung. Es wird bei all diesen Formulierungen kein ganzheitlicher Zusammenhang zwischen dem Dehnungstensor und dem Spannungstensor<sup>2</sup> formuliert, sondern nur Beziehungen zwischen einzelnen Komponenten der Tensoren beschrieben. Es wird im Folgenden exemplarisch auf einige empirische Formulierungen eingegangen. Die Sammlung erhebt aber keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

Die wohl älteste empirische Formulierung für Böden, die das Kriechen beschreibt, geht auf KEVERLING BUISMAN (1936) zurück und wurde von vielen weiteren Autoren verwendet und modifiziert (siehe dazu Kapitel 4). KEVERLING BUISMAN stellte Gleichung 3.1 auf der Grundlage von Beobachtungen an Bauwerken und Laborversuchen auf.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Für Tensoren wird in dieser Arbeit die Matrizenschreibweise verwendet.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + C \log \frac{t}{t_0}$$
 wobei  $\dot{\varepsilon} = C \frac{1}{t}$  (3.1)

Dieses Gesetz impliziert, dass die Dehnungsgeschwindigkeit umgekehrt proportional zur verstrichenen Zeit ist. Die Dehnung  $\varepsilon$  in Gleichung 3.1 setzt sich aus einer Anfangsdehnung  $\varepsilon_0$ , ab der reines Kriechen stattfindet, und der eigentlichen Kriechdehnung zusammen. Die Zeit *t* ist die verstrichene Zeit seit der Lastaufbringung. Die Definition der Anfangszeit  $t_0$  ist nicht einfach, da sie einerseits als ein dem Boden zugeordneter Parameter betrachtet werden kann, andererseits ist es auch möglich, sie als frei wählbar anzunehmen, um eine möglichst genaue Beschreibung des realen Verhaltens zu erreichen. In Kapitel 4 wird näher auf dieses Problem eingegangen.

Durch Setzungsmessungen an bestehenden Gebäuden in bindigem sowie nichtbindigem Boden zeigt SHERIF (1973), dass sich der zeitliche Verlauf der Setzungen gut durch eine Hyperbelfunktion annähern lässt (vgl. Gleichung 3.2). Der Endwert der Setzung liegt dabei aufgrund der Formulierung im Unendlichen. SHERIF geht aber nicht direkt auf das Kriechen ein.

$$s = \frac{t}{\alpha + \beta t} \cdot \xi$$
 mit  $\xi = \frac{p}{p_{max}}$  (3.2)

Die dimensionslose Variable  $\xi$ , in die die endgültige Gebäudelast  $p_{max}$  sowie ihre zeitliche Entwicklung während des Bauablaufs eingehen, erlaubt es, den Setzungsverlauf an die Lastaufbringungszeit/-dauer anzupassen. Die Bestimmung der Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  ergibt sich durch das Auftragen der Hyperbelfunktion in einem geeigneten Koordinatensystem (Abszisse: Zeit t und Ordinate:  $\frac{\xi t}{s}$ ). Der zu erwartende Endwert der Setzung  $s_{\infty}$  ist der Kehrwert der Geradensteigung  $\beta$ .

LEROUEIL U. A. (1985) beschreiben aufgrund von vier Arten von Oedometerversuchen (Versuche mit konstanter Vorschubgeschwindigkeit, Versuche mit kontrolliertem konstantem Porenwasserüberdruck, Versuche mit mehreren Laststufen und Kriechversuche) eine eindimensionale Beziehung zwischen Spannung, Dehnung und Dehnungsgeschwindigkeit, mit der das Materialverhalten weicher Böden im Oedometer eindeutig beschrieben werden kann. Relaxationsversuche, bei denen die Verformungen konstant gehalten werden und die dafür notwendige Kraft gemessen wird, können damit aber nicht modelliert werden. Eine Erweiterung des Modells, das die Relaxation berücksichtigt, geben KABBAJ U. A. (1986) (siehe auch YIN UND GRAHAM (1989)).

Eine allgemeinere Formulierung (vgl. Gleichung 3.3) für die Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\varepsilon}$  geben SINGH UND MITCHELL (1968) und MITCHELL U.A. (1968) an. Diese Formulierung wird durch experimentelle Untersuchungen (Triaxialversuche) bestätigt (SINGH UND MITCHELL (1968)) sowie theoretisch über die zuvor erwähnte *Rate Process Theory* (Abschnitt 3.1) hergeleitet (MITCHELL U.A. (1968)).

$$\dot{\varepsilon} = A e^{\alpha D} \left(\frac{t_1}{t}\right)^m \tag{3.3}$$

Die Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\varepsilon}$  ist darin eine Funktion der Zeit sowie von *D*, welches selbst eine Funktion des Spannungsdeviators ist. Die Parameter  $\alpha$  und *m* sind Boden-

kennwerte. *A* ist die Dehnungsgeschwindigkeit zur Bezugszeit (*unit time*)  $t_1$  mit D = 0. Eine ausführliche Zusammenstellung der Theorie findet sich bei MITCHELL (1976).

Die begrenzte Anwendbarkeit aller empirischen Formulierungen ist in ihrer Herleitung begründet. So sind sie eigentlich nur für solche, zumeist eindimensionale Spannungs- und Dehnungsverhältnisse, gültig, auf deren Grundlage sie entwickelt wurden. Ohne weitere Hypothesen und Annahmen können sie nicht auf allgemeine dreidimensionale Spannungs- und Dehnungszustände erweitert werden.

# 3.4 Stoffgesetze

In den letzten Jahrzehnten wurde eine beachtliche Anzahl verschiedenster Stoffgesetze zur Beschreibung des Materialverhaltens von Böden entwickelt. Eine gute und bis heute immer noch weitgehend aktuelle Übersicht findet sich bei MURAYAMA (1985). Für Anwender ist es wichtig und notwendig zu wissen, welches Stoffgesetz wann geeignet ist, wie die Stoffkenngrößen praktikabel und zuverlässig zu bestimmen sind, welche Anfangs- und Randbedingungen damit verträglich sind und welche numerische Diskretisierung und Iteration dem Problem angemessen ist (GUDEHUS (2001)). Dieses Wissen ist notwendig, um einen sinnvollen Einsatz eines Stoffgesetzes, der wirklichkeitsnah und robust ist, zu gewährleisten.

In diesem Abschnitt wird zunächst auf die Definition von Spannungen und Dehnungen im Kontinuum und ein paar allgemeine Voraussetzungen eingegangen. Daran anschließend werden grundlegende Modellierungsmöglichkeiten für zeit- und geschwindigkeitsabhängiges Verhalten von weichen Böden im Rahmen der Kontinuumsmechanik vorgestellt.

#### 3.4.1 Allgemeines

Im Rahmen der Kontinuumsmechanik werden Spannungen und Dehnungen eines Volumenelements als tensorielle Größen einem Punkt zugeordnet. Da es sich um symmetrische Tensoren handelt, können die Komponenten auch in einem Vektor (Spaltenmatrix) zusammengefasst werden. In der vorliegenden Arbeit wird zur Beschreibung der Spannungen und Dehnungen die sogenannte Matrizennotation verwendet. Die matrizielle Darstellung der Spannungen bzw. Dehnungen ist wie folgt definiert.

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}]^T$$
(3.4)

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}]^T$$
(3.5)

Ein örtliches kartesisches Koordinatensystem, in dem die gemischten Komponenten (Schubspannungen) zu Null werden, wird als Hauptspannungsraum bzw. Hauptdehnungsraum bezeichnet. Die Hauptkomponenten  $\sigma_1, \sigma_2$  und  $\sigma_3$  bzw.  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  und  $\varepsilon_3$  bilden darin die Koordinaten des durch sie aufgespannten allgemeinen Raums. Die Hauptspannungen sind durch folgende algebraische Anordnung gekennzeichnet.

$$\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3 \tag{3.6}$$

Die ROSCOE-Variablen, die Invarianten <sup>3</sup> sind, bezeichnen die effektive hydrostatische Spannung p' und den Spannungsdeviator q.

$$p' = \frac{1}{3} \left( \sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3 \right) = \frac{1}{3} \left( \sigma'_{xx} + \sigma'_{yy} + \sigma'_{zz} \right)$$
(3.7)

$$q = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]}$$
  
=  $\sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6 \left( \sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2 \right) \right]}$  (3.8)

Zwischen der effektiven hydrostatischen Spannung p' bzw. dem Spannungsdeviator q und der Oktaeder-Normalspannung  $\sigma_{oct}$  bzw. der Oktaeder-Schubspannung  $\tau_{oct}$  bestehen folgende Beziehungen.

$$\sigma_{oct} = p'$$
 bzw.  $\tau_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3}q$  (3.9)

In Anlehnung an die ROSCOE-Variablen ergeben sich die volumetrische Dehnung  $\varepsilon_v$ und die deviatorische Dehnung  $\varepsilon_q$  wie folgt. Beide sind ebenfalls Invarianten.

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$$
 (3.10)

$$\varepsilon_{q} = \sqrt{\frac{2}{9} \left[ (\varepsilon_{1} - \varepsilon_{2})^{2} + (\varepsilon_{2} - \varepsilon_{3})^{2} + (\varepsilon_{3} - \varepsilon_{1})^{2} \right]}$$
$$= \sqrt{\frac{2}{9} \left[ (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^{2} + (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz})^{2} + (\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx})^{2} + \frac{3}{2} \left( \gamma_{xy}^{2} + \gamma_{yz}^{2} + \gamma_{zx}^{2} \right) \right]}$$
(3.11)

In dieser Arbeit wird das Konzept der effektiven Spannungen verwendet. Die totale Spannung  $\sigma$  setzt sich aus der effektiven bzw. wirksamen Spannung  $\sigma'$ , die auch als Korn-zu-Korn-Druck bezeichnet wird, und dem Porenwasserdruck u zusammen. Es wird von vollständig gesättigten Böden ausgegangen.

$$\sigma = \sigma' + u \tag{3.12}$$

Druckspannungen und Kontraktanz<sup>4</sup> werden, wie in der Bodenmechanik üblich, positiv definiert. Des Weiteren wird von isothermalen Zuständen ausgegangen. In den Kapiteln 4 und 5 wird isotropes Materialverhalten zugrunde gelegt. In Kapitel 6 wird auf unterschiedliche Modellierungsmöglichkeiten der Anisotropie eingegangen, bevor ein anisotropes Stoffgesetz vorgestellt wird.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Invarianten sind unabhängig vom gewählten Koordinatensystem und somit objektiv.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Unter Kontraktanz wird die Volumenabnahme eines Körpers verstanden.
Im Allgemeinen lassen sich Stoffgesetze in folgende Kategorien einteilen: elastische, plastische sowie viskose. Diese Einteilung kann auf die drei rheologischen Grundkörper (HOOKE – ideal elastisch, NEWTON – ideal zähe Flüssigkeit sowie ST.VENANT – ideal plastisch) in Abschnitt 3.2 zurückgeführt werden. Kombinationen der oben genannten Kategorien führen zu elastisch-plastischen, viskoelastischen und viskoplastischen sowie weiteren Modellen. Die Modelle sind nicht zwangsläufig linear anzunehmen, auch wenn dies jeweils der einfachste Fall ist. Eine Sonderstellung nehmen inkrementell formulierte Stoffgesetze ein, sie sind keiner der drei Kategorien oder einer Kombination daraus zuzuordnen.

Für die praktische Modellierung des elastischen, plastischen und viskosen Materialverhaltens stellt PERZYNA (1966) zwei Modellgruppen auf:

- elastisch-viskoplastische bzw. elasto-viskoplastische (elastic-viscoplastic) Modelle
- elastisch/viskoplastische bzw. elasto/viskoplastische (*elastic/viscoplastic*) Modelle

Elastisch-viskoplastische bzw. elasto-viskoplastische Modelle zeigen nach der Definition von PERZYNA (1966) in beiden Bereichen, d. h. im elastischen wie im plastischen Bereich, viskose Eigenschaften. Bei elastisch/viskoplastischen Modellen dagegen treten die viskosen Eigenschaften nur im plastischen Bereich auf. Im Gegensatz zu früheren Veröffentlichungen des Autors wird in dieser Arbeit die Modelldefinition nach PERZY-NA (1966) verwendet. Bei den in den Kapiteln 4, 5 und 6 vorgestellten differentiellen Stoffgesetzen handelt es sich somit um elastisch/viskoplastische Modelle.

Eine weitere Unterteilung ist nach FLAVIGNY UND NOVA (1990) wie folgt möglich:

- elastisch/viskoplastische Modelle auf Grundlage des Overstress-Konzepts
- elastisch/viskoplastische Modelle auf Grundlage einer nicht stationären Fließfläche
- inkrementelle nicht-lineare Modelle

Die Grundlagen der einzelnen Gruppen dieser Unterteilung werden im Folgenden kurz erörtert, wobei zuerst auf die Modelle im Rahmen der Plastizitätstheorie und dann auf die inkrementellen nicht-linearen Modelle eingegangen wird.

#### 3.4.2 Elastisch/viskoplastische Modelle mit dem Overstress-Konzept

Das *Overstress*-Konzept führt PERZYNA (1963) als eine Modellierungsmöglichkeit für die Erweiterung von eindimensionalen Stoffgleichungen geschwindigkeitsabhängiger, plastischer Materialien auf allgemeine dreidimensionale Spannungs- und Dehnungszustände ein. PERZYNA wendet es im Rahmen der Metallplastizität an. Beim *Overstress*-Konzept wird davon ausgegangen, dass die Fließfläche<sup>5</sup> keine Begrenzung für mögliche Spannungszustände darstellt. Die Spannungszustände, die die Fließfläche (Zustandsfläche) überschreiten, werden als *Overstress* (Überspannung) bezeichnet und beeinflussen das viskose Materialverhalten. Außerdem wird angenommen, dass viskose Effekte im elastischen Bereich vernachlässigbar sind. Die Dehnungsgeschwindigkeiten in Folge der Überspannung, viskoplastische Dehnungsgeschwindigkeiten, werden über eine

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Die Funktion der Fließfläche beschreibt in der Elasto-Plastizität die Grenze zwischen elastischem (reversiblem) und plastischem (irreversiblem) Verhalten.

Fließregel <sup>6</sup> wie in der Plastizitätstheorie bestimmt. Die Gesamtdehnung wird somit im Rahmen des *Overstress*-Konzepts in elastische und viskoplastische (nicht-elastische) Anteile aufgespaltet. Eine allgemeine Form der viskoplastischen Dehnungsgeschwindigkeiten  $\dot{\varepsilon}^{vis}$  nach PERZYNA (1963) ist in Gleichung 3.13 angegeben.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vis} = \gamma \left\langle \phi\left(F\right) \right\rangle \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \tag{3.13}$$

Das viskose Materialverhalten des zu beschreibenden Stoffes ist mit dem physikalischen Parameter  $\gamma$  verknüpft.  $\phi$  ist die Fließfunktion (Funktion der Fließfläche), F die Funktion der Überspannung und g das plastische Potential, über das die Fließregel definiert ist. Die spitzen Klammern  $\langle \rangle$  dienen als Schalter. So gilt  $\phi = \phi$  wenn F > 0 und  $\phi = 0$ wenn  $F \leq 0$ . Die Überspannungsfunktion F ist nicht nur vom aktuellen Spannungszustand abhängig, sondern auch von der Position der Fließfläche, welche sich durch Materialverfestigung mit der Zeit verändert.

Die Theorie von PERZYNA wird von verschiedenen Autoren übernommen, um viskoses Materialverhalten von Böden zu beschreiben. So erweitern ADACHI UND OKANO (1974), OKA (1981), ADACHI UND OKA (1982A), ADACHI UND OKA (1982B) und AD-ACHI U. A. (1987) das *Cam-Clay-*Modell (ROSCOE U. A. (1963) bzw. SCHOFIELD UND WROTH (1968)) im Rahmen von PERZYNAS *Overstress-*Konzept.

KATONA (1984) gibt eine gute Übersicht, wie mit Hilfe des *Overstress*-Konzepts ein bestehendes nicht-viskoses Stoffgesetz (SANDLER UND RUBIN (1979)), welches im Rahmen der Plastizitätstheorie formuliert ist, auf viskoplastisches Verhalten erweitert werden kann. Die Arbeit ist eine Erweiterung von KATONA UND MULERT (1984).

Ein weiteres Stoffgesetz auf der Basis des *Overstress*-Konzepts stellen YIN UND GRA-HAM (1999) vor. Es beruht, wie die Modelle von ADACHI UND OKA, auf der Erweiterung des *Modified Cam-Clay* (ROSCOE UND BURLAND (1968)) bzw. *Cam-Clay* Modells.

Auch die elasto-plastische *Bounding Surface Theory* von DAFALIAS (1981) kann nach FLAVIGNY UND NOVA (1990) unter Verwendung des *Overstress*-Konzepts von PERZYNA um viskoplastisches Verhalten erweitert werden (DAFALIAS (1982)).

Die in Kapitel 5 und 6 vorgestellten differentiellen Stoffgesetze beruhen zum Teil auf dem *Overstress*-Konzept von PERZYNA (1963). Ein wichtiger Unterschied ist aber, dass bei diesen Stoffgesetzen in Folge von verstreichender Zeit immer viskoplastische Verformungen auftreten. D. h. es spielt keine Rolle, ob der aktuelle Spannungszustand innerhalb oder außerhalb der gültigen Fließfläche liegt, es treten auf alle Fälle viskoplastische Verformungen auf. Die Dehnungsgeschwindigkeit wird dabei, wie später (Kapitel 5 und 6) zu sehen ist, über das Verhältnis von zwei Vergleichsspannungen definiert, welche den aktuellen effektiven Spannungszustand und die gültige Zustandsfläche <sup>7</sup> repräsentieren. Ist die Vergleichsspannung des aktuellen effektiven Spannungszustands geringer als die der gültigen Zustandsfläche, so sind die Dehnungsgeschwindigkeiten sehr klein. Im umgekehrten Fall sind die Dehnungsgeschwindigkeiten sehr groß.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Die Fließregel bestimmt in der Elasto-Plastizität die Richtung des plastischen Fließens, d. h. die Richtung der plastischen Verformungen.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Die Zustandsfläche beschreibt hier das vorhandene Potential zur Entwicklung von viskoplastischen Dehnungen.

#### 3.4.3 Elastisch/viskoplastische Modelle mit nicht-stationärer Fließfläche

OLSZAK UND PERZYNA (1964) haben die Plastizitätstheorie (vgl. u. a. DRUCKER (1950) bzw. DRUCKER (1951)) für die Beschreibung elastisch/viskoplastischer Theorien mit einer nicht-stationären Fließfläche eingeführt. Nach diesen Theorien sind Spannungszustände oberhalb der Fließfläche nicht möglich. Die Fließfläche verändert aber ihre Position in Folge von verstreichender Zeit, d. h. sie wandert vom aktuellen effektiven Spannungszustand weg.

$$F = F\left(\boldsymbol{\sigma}', \boldsymbol{\varepsilon}^{pl}, \eta\right) = 0 \tag{3.14}$$

Die Fließbedingung *F* ist eine Funktion, die vom aktuellen effektiven Spannungszustand  $\sigma'$ , den (akkumulierten) plastischen Dehnungen  $\varepsilon^{pl}$  und dem Parameter  $\eta$ , der eine Funktion der Zeit ist, abhängt.

Die (visko)plastischen Dehnungsgeschwindigkeiten lassen sich unter Verwendung eines (visko)plastischen Potentials *g* herleiten.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \tag{3.15}$$

Der plastische Multiplikator  $\lambda$  ergibt sich unter Verwendung von Gleichung 3.15 und der Konsistenzbedingung dF = 0 zu:

$$\dot{\lambda} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \dot{\boldsymbol{\sigma}}' + \frac{\partial F}{\partial \eta} \dot{\eta}}{\frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^{pl}}}$$
(3.16)

Der erste Term von Gleichung 3.16 beschreibt die augenblickliche (plötzliche) plastische Dehnungsgeschwindigkeit, der zweite Term stellt die verzögerte (zeitabhängige) plastische Dehnungsgeschwindigkeit dar. Die klassische Aufsplittung der Dehnungsanteile nach der Plastizitätstheorie in elastische und plastische Dehnungsgeschwindigkeiten bleibt bei der Theorie der nicht-stationären Fließfläche also erhalten. Es kommen aber noch zusätzlich zeitabhängige plastische (viskoplastische) Dehnungsgeschwindigkeiten hinzu. Die Gesamtdehnungsgeschwindigkeiten setzen sich somit wie folgt zusammen.

$$\dot{\varepsilon}^{gesamt} = \dot{\varepsilon}^{elastisch} + \dot{\varepsilon}^{plastisch} + \dot{\varepsilon}^{viskoplastisch} \tag{3.17}$$

Eine weitere Theorie mit nicht-stationärer Fließfläche geben NAGHDI UND MURCH (1963) an. Bei ihnen handelt es sich aber um ein viskoelastisches-viskoplastisches Stoffmodell, auf das hier nicht näher eingegangen wird.

SEKIGUCHI (1977) verweist nicht auf die oben genannten Autoren, obwohl sein Stoffgesetz auch augenblickliche (plötzliche) plastische Dehnungen und verzögerte (zeitabhängige) plastische Dehnungen unterscheidet und sich somit auf die Theorie der nichtstationären Fließfläche zurückführen lässt.

NOVA (1985) wendet die Theorie der nicht-stationären Fließfläche auf ein von ihm entwickeltes Stoffgesetz an, um dieses auf viskoplastisches Materialverhalten zu erweitern und damit die zeitliche Entwicklung des Erdruhedruckbeiwerts  $K_0$  mathematisch vorherzusagen.

Auch MATSUI UND ABE (1985) verwenden die Theorie von OLSZAK UND PERZYNA (1964) zur Beschreibung von viskoplastischem Materialverhalten. Eine Anwendung des Stoffgesetzes auf undrainierte Triaxialversuche ist in MATSUI UND ABE (1988) angegeben.

Eine Erweiterung des *Modified Cam-Clay* Modells (ROSCOE UND BURLAND (1968)) unter Verwendung der Theorie der nicht-stationären Fließfläche zur Beschreibung von viskoplastischen Dehnungen findet sich bei BORJA UND KAVAZANJIAN (1985). In diesem Stoffgesetz wird unter anderem die empirische Formulierung der Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\varepsilon}$  von SINGH UND MITCHELL (1968) sowie MITCHELL U. A. (1968) berücksichtigt.

#### 3.4.4 Inkrementelle nicht-lineare Modelle

Im Folgenden werden einige inkrementelle nicht-lineare Stoffgesetze aufgeführt, die nicht im Rahmen der Plastizitätstheorie formuliert sind und viskoses Materialverhalten beschreiben.

KOLYMBAS (1978) entwickelt ein nicht-lineares viskoplastisches Stoffgesetz auf inkrementeller Basis, welches er und weitere Autoren bis heute auch ohne den viskosen Anteil weiter entwickeln. Diese Stoffgesetze werden heutzutage als hypoplastische Stoffgesetze (KOLYMBAS (1991)) bezeichnet, obwohl KOLYMBAS (1988) noch von einer Verallgemeinerung der hypoelastischen Stoffgesetze spricht.

Ohne ein plastisches Potential kommt auch das inkrementelle nicht-lineare Stoffgesetz von DARVE UND VUAILLAT (1982) aus. Es beinhaltet einen geschwindigkeitsunabhängigen Anteil, der auf früheren Arbeiten von DARVE beruht, und einen geschwindigkeitsabhängigen Anteil, sodass auch viskoses Materialverhalten beschrieben werden kann.

VALANIS (1971) gibt der *Endochronic Theory*, die wie die zuvor erwähnten Modelle ohne Fließfläche auskommt, also nicht im Rahmen der klassischen Plastizitätstheorie formuliert ist, ihren Namen. Die Deformationsgeschichte wird darin über die sogenannte *intrinsic time* (innere bzw. immanente Zeit), die nicht mit einer Uhr zu messen ist, sondern eine Materialeigenschaft ist, definiert. Die *intrinsic time* ist somit eine Zustandsvariable wie z. B. die Porenzahl des Bodens, die von den nicht-elastischen Dehnungsinkrementen und dem mit der Uhr messbaren Zeitinkrement abhängt. VALANIS zeigt in seiner Arbeit eine Anwendung der *Endochronic Theory* auf Metalle. ANSAL U. A. (1979) schlagen ein Stoffgesetz für normalkonsolidierte Tone vor, das im Rahmen dieser Theorie formuliert ist.

# Kapitel 4 Eindimensionales Materialverhalten

Zur Beurteilung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens eines Bodens werden in der Geotechnik unter anderem Kompressionsversuche durchgeführt. Der einfachste Kompressionsversuch ist der Oedometerversuch, bei dem eine Bodenprobe bei verhinderter Seitendehnung einaxial belastet wird. Eine schematische Darstellung des Oedometerversuchs (mit festem Ring) ist in Abbildung 4.1 dargestellt.

Die ersten Forschungsarbeiten, die sich mit eindimensionalen Spannungs-Dehnungs-Verhalten von Böden im Oedometer beschäftigten, stammen wohl von TERZAGHI (1925). Die Schlussfolgerungen daraus führten bereits zu ersten mathematischen Formulierungen, die eine Beschreibung der Verformungen in Abhängigkeit von der aufgebrachten Spannung zuließen. Darauf aufbauend wurden bis heute ständig verbesserte und differenzierte mathematisch-physikalische Formulierungen für die unterschiedlichsten Bodenarten entwickelt. Im Folgenden wird die wesentliche Entwicklung der Formulierungen für die eindimensionale Kompression weicher Böden aufgezeigt. Nach der Definition der einzelnen Setzungsanteile und verschiedener Möglichkeiten ihrer Bestimmung wird dabei zunächst auf Formulierungen ohne Berücksichtigung von viskosem Materialverhalten eingegangen. Anschließend werden Formulierungen vorgestellt, die Viskosität berücksichtigen. Im letzten Abschnitt wird ein auf der Basis der zuvor erwähnten Formulierungen entwickeltes differentielles eindimensionales Stoffgesetz, das viskoses Materialverhalten berücksichtigt, vorgestellt.

## 4.1 Setzungsanteile und ihre Definition

Die Setzung eines Bodenelements in Folge einer vertikalen Belastung lässt sich in Anlehnung an SMOLTCZYK (1993) in folgende drei Anteile aufteilen. Die Grundlage dafür bildet die in Abschnitt 3.1 erwähnte phänomenologische Beschreibung von TERZAGHI (1941).

- **Anteil I** Unmittelbar nach der Lastaufbringung tritt eine Sofortsetzung  $s_0$  ein, die nur bei teilgesättigten Böden auch auf einer Volumenverringerung beruht. Sie ist im Allgemeinen aber und bei wassergesättigten Böden ausschließlich auf eine Gestaltänderung durch Scherverformungen zurückzuführen.
- Anteil II In Folge der Lastaufbringung kommt es zu einem Druckanstieg in dem nicht durch Van-der-Waals-Kräfte an die feste Phase gebundenen Porenwasser. Dieser sogenannte Porenwasserüberdruck  $\Delta u$  baut sich in Abhängigkeit der Durchlässigkeit und der Steifigkeit des Bodens mit der Zeit ab. Dieser Vorgang wird als Primär-



Abbildung 4.1: Schematische Darstellung eines Oedometers.

konsolidation <sup>1</sup> bezeichnet. Dabei strömt Wasser aus dem Bodenelement aus, und es tritt eine Konsolidationssetzung  $s_1$  ein.

Anteil III Bei tonigen/bindigen Böden bewirkt der Druckanstieg im gebundenen Porenwasser (Wasserhülle um ein Bodenteilchen) eine Lageveränderung der Bodenteilchen zur Verbesserung der inneren Kraftübertragung. Die Folge ist eine sogenannte Sekundärsetzung  $s_2$ . Diese hält so lange an, bis die vorhandenen Schubspannungen in den dadurch deformierten Wasserhüllen um die Bodenteilchen genügend weit abgebaut sind. Hierbei tritt kein messbarer Porenwasserüberdruck  $\Delta u$  mehr auf. Diese Phase wird auch Sekundärkonsolidation genannt. Die Sekundärsetzung wird häufig auch als Kriechsetzung bezeichnet.

Die Unterteilung in sogenannte Primär- und Sekundärsetzungen ergibt sich aus der obigen Einteilung. Die Primärsetzung ist die Summe der Sofortsetzung und der Konsolidationssetzung. Sie ist theoretisch nach vollständigem Porenwasserüberdruckabbau erreicht. Die Sekundärsetzung beginnt theoretisch, wenn der Porenwasserüberdruck vollständig abgebaut ist. Eine weitere Definition der Begriffe Primär- und Sekundärsetzung findet sich in Unterabschnitt 4.3.2. Darin wird auch auf die sich daraus ergebende unterschiedliche Terminologie eingegangen.

CASAGRANDE (1939) und TAYLOR (1942) haben je ein graphisches Verfahren zur Ermittlung des praktischen Endes der Primärkonsolidation bzw. zur Bestimmung der Konsolidationszeit  $t_p$  im Oedometer entwickelt (HEAD (1988)). Damit lässt sich die Auf-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Häufig wird die Primärkonsolidation einfach als Konsolidation bezeichnet.



Abbildung 4.2: Bestimmung der Konsolidationszeit  $t_p$  nach der  $\log t$ -Methode nach CASAGRANDE (1939).



Abbildung 4.3: Bestimmung der Konsolidationszeit  $t_p$  nach der  $\sqrt{t}$ -Methode nach TAYLOR (1942).

teilung der Gesamtsetzung in Folge einer Last in Primärsetzung und Sekundärsetzung auch praktisch ermitteln. In den Abbildungen 4.2 und 4.3 sind die unterschiedlichen Methoden dargestellt. Bei beiden Verfahren dient die Zeit-Setzungs-Kurve eines Oedometerversuchs als Grundlage.

Bei der  $\log t$ -Methode nach CASAGRANDE ergibt der Schnittpunkt der beiden Tangenten a und b an die Zeit-Setzungs-Kurve im halblogarithmischen Zeit-Setzungs-Diagramm die Werte für die Konsolidationszeit  $t_p$  und die Konsolidationssetzung  $s_p$ .

Im Gegensatz dazu wird bei der  $\sqrt{t}$ -Methode nach TAYLOR die Zeit-Setzungs-Kurve in einem Wurzel-Zeit-Setzungs-Diagramm dargestellt. Wird darin die Tangente a um den Ursprung O soweit gegen den Uhrzeigersinn gedreht bis für die Gerade  $\overline{AC} = 1, 15\overline{AB}$ gilt, so erhält man den Schnittpunkt C mit der Versuchskurve. Nach TAYLOR entspricht der zum Schnittpunkt C zugehörige Zeitpunkt  $t_{90}$  dem Zeitpunkt, bei welchem 90% der Konsolidationssetzung abgeschlossen ist. Mit dieser Angabe lassen sich die Konsolidationszeit  $t_p$  und die Konsolidationssetzung  $s_p$  ermitteln.

Die beiden erwähnten Verfahren sind wohl die bekanntesten zur Bestimmung des praktischen Endes der Primärkonsolidation. Eine Zusammenstellung von verschiedenen auch weiteren Methoden findet sich bei KOTZIAS (1963).

# 4.2 Formulierungen für die eindimensionale Kompression ohne Viskosität

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Sekundärsetzungen nicht berücksichtigt. Es wird nur auf die Modellierung der Primärsetzungen eingegangen. Zunächst wird die historische Entwicklung der ingenieurmäßigen Modellbildung dargestellt. Anschließend wird das Verhalten des Erdruhedruckbeiwertes  $K_0$  unter eindimensionalen Randbedingungen erläutert. Bevor auf unterschiedliche Arten der Dehnungsdefinition eingegangen wird, werden noch verschiedene Möglichkeiten zur Bestimmung der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  aufgeführt.

#### 4.2.1 Historie

Auf Grundlage der Elastizitätstheorie führt TERZAGHI (1925) den im Oedometer ermittelbaren Steifemodul  $E_s$  ein. Dieser lässt sich unter Verwendung von Gleichung 4.1 bestimmen, wobei  $d\sigma'$  das wirksame (effektive) Spannungsinkrement und  $d\varepsilon$  die zugehörige inkrementelle Dehnung bezeichnet.

$$E_s = \frac{d\sigma'}{d\varepsilon} \tag{4.1}$$

Anhand der ersten systematischen Untersuchungen von Bodenproben im Oedometer kann TERZAGHI (1925) zeigen, dass Erst- und Ent– bzw. Wiederbelastungsvorgänge in einem Spannungs-Porenzahl-Diagramm unterschiedliche Verläufe ergeben. TERZAGHI bezeichnet in seinen Ausführungen den Ent–/Wiederbelastungsbereich als Schwellkurve, den Erstbelastungsbereich als Hauptast. Er verwendet folgende allgemeine Beschreibung des Hauptastes, welche für bindige und nichtbindige Böden gültig ist.

$$e = -\alpha \ln (p + p_c) - \beta (p + p_c) - \gamma p + c$$
(4.2)

In Gleichung 4.2 sind nach der Notation von TERZAGHI (1925) *e* die Porenzahl, *p* die aufgebrachte Spannung  $\sigma'$  und  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $p_c$  sowie *c* Konstanten. Das Glied  $\gamma p$  ist nur für nichtbindige Böden von Bedeutung. Es bildet den bei großen Spannungen auftretenden Kornbruch ab und ist bei moderaten Spannungen zu vernachlässigen. Diese Beziehung für den Erstbelastungsbereich hat aber heute keine Bedeutung mehr.

Die Schwellkurve beschreibt TERZAGHI mit folgender logarithmischer Beziehung.

$$e = -\frac{1}{A}\ln\left(p_s + p_i\right) + c \tag{4.3}$$

In Gleichung 4.3 sind *e* die Porenzahl,  $p_s$  die aufgebrachte Spannung  $\sigma'$  und *A*,  $p_i$  sowie *c* Konstanten, wobei  $\frac{1}{A}$  als Schwellbeiwert bezeichnet wird. Der Wert der Konstanten  $p_i$ wird von TERZAGHI als *geringfügig* und somit vernachlässigbar betrachtet. Damit lässt sich der Steifemodul  $E_s$  für den Ent–/Wiederbelastungsbereich nach Differenzieren von Gleichung 4.3 in linearer Abhängigkeit von der aufgebrachten Spannung  $p_s$  mit folgender Gleichung ermitteln.

$$E_s = \frac{dp_s}{d\varepsilon} = \frac{dp_s}{de} \cdot (1+e) = A \cdot p_s \cdot (1+e) \quad \text{bzw.} \quad E_s = A \cdot p_s \cdot \left(1 - \frac{1}{A} \ln \left(p_s + p_i\right) + c\right)$$
(4.4)

TERZAGHI kommt in seinen Ausführungen zu dem Schluss, dass diese Beziehung sowohl für bindige Böden als auch für nichtbindige Böden gilt. Nach heutigem Kenntnisstand gilt die lineare Abhängigkeit der Steifigkeit von der aktuellen Spannung aber nur bei bindigen Böden, für nichtbindige Böden gelten andere Beziehungen.

Ausgehend von der von TERZAGHI aufgestellten Gleichung 4.2 für den Hauptast (Erstbelastungsbereich) leitet OHDE (1939) folgende Beziehung für den Steifemodul  $E_s$  im Erstbelastungsbereich her.

$$E_s = \frac{1 + d - \alpha \ln \left(p + p_c\right) - \delta \cdot p}{\frac{\alpha}{p + p_c} + \delta}$$
(4.5)

mit

$$\delta = \beta + \gamma$$
 und  $d = c - \beta p_c$ 

Darüber hinaus kommt er in seiner Arbeit zu dem Schluss, dass die von TERZAGHI aufgestellte Gleichung 4.2 zwar für viele, aber nicht für alle Bodenarten gültig ist. Aufgrund der Auswertung von zahlreichen Oedometerversuchen schlägt OHDE (1939) einen Potenzansatz (Gleichung 4.6) für die Zusammendrückbarkeit bei behinderter Seitendehnung und damit für den Steifemodul  $E_s$  vor.

$$E_s = v \cdot \sigma'^w \tag{4.6}$$

Der Steifemodul  $E_s$  wird darin in Abhängigkeit von der aktuell wirkenden effektiven Spannung  $\sigma'$  und den Bodenkennwerten v und w (beides Kennwerte nach OHDE) beschrieben. OHDE stellt fest, dass für *bindige, tonreiche Böden sowie Torf und Faulschlamm ohne Sandgehalt* der Steifemodul  $E_s$  bzw. die inkrementelle Änderung  $d\sigma'/d\varepsilon$  proportional zu der wirksamen Spannung  $\sigma'$  ist. Der Exponent w entspricht in diesem Fall dem Wert 1. Unter Berücksichtigung von Gleichung 4.1 lässt sich somit die auftretende Setzung im Erstbelastungsbereich in logarithmischer Abhängigkeit von der effektiven Spannung beschreiben.

$$\varepsilon - \varepsilon_0 = \frac{1}{v} \ln \frac{\sigma'}{\sigma_0} \tag{4.7}$$

In Gleichung 4.7 ist  $\varepsilon$  die aktuelle Dehnung, die sich aufgrund der aktuellen effektiven Spannung  $\sigma'$  ergibt.  $\varepsilon_0$  ist die Anfangs- bzw. Ausgangsdehnung, die mit der wirksamen Anfangs- bzw. Ausgangsspannung  $\sigma_0$  in Zusammenhang steht. OHDE gibt für bindige bzw. nichtbindige Böden folgende Werte für den Exponenten w an:

bindige Böden	:	$w \approx 1, 0$
nichtbindige Böden	:	w = 0, 5 - 0, 7

Der Potenzansatz nach Gleichung 4.6 von OHDE ist bis heute allgemein gebräuchlich. So gibt VON SOOS (2001) für die unterschiedlichsten Bodenarten Werte für v und w an.

Die logarithmischen Gleichungen zur Beschreibung des Kompressionsverhaltens von bindigen Böden im Ent–/Wiederbelastungsbereich (Gleichung 4.8) bzw. im Erstbelastungsbereich (Gleichung 4.9) gehen somit auf TERZAGHI (1925) und OHDE (1939) zurück. TAYLOR (1948) hat aufgrund eigener Versuche und den bis dahin gemachten Beobachtungen die Gleichungen 4.8 und 4.9 in der heute bekannten Form angegeben. Er verwendet allerdings an Stelle des natürlichen Logarithmus den Zehner Logarithmus und setzt die Porenzahl *e* in Bezug zur effektiven Spannung  $\sigma'^2$ .

$$e = e_0 - C_r \log \frac{\sigma'}{\sigma_0}$$
 wobei  $\sigma_p \ge \sigma' > \sigma_0$  (4.8)

$$e = e_0 - C_c log \frac{\sigma'}{\sigma_0}$$
 wobei  $\sigma' > \sigma_0 \ge \sigma_p$  (4.9)

In den obigen Gleichungen ist e die aktuelle Porenzahl, die sich aufgrund der aktuellen effektiven Spannung  $\sigma'$  am Ende der Primärkonsolidation <sup>3</sup> ergibt.  $e_0$  ist die Anfangsbzw. Ausgangsporenzahl, die mit der wirksamen Anfangsbzw. Ausgangsspannung  $\sigma_0$  in Zusammenhang steht. Die Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  trennt den Ent-/Wiederbelastungsbereich vom Erstbelastungsbereich, wie Abbildung 4.4 verdeutlicht.  $C_c$  ist der Kompressionsbeiwert und  $C_r$  der Wiederbelastungsbeiwert. Häufig wird an Stelle der Bezeichnung  $C_r$  auch der Schwellbeiwert  $C_s$  verwendet, da der Ent-/Wiederbelastungsbereich als rein elastisch angenommen wird. Abbildung 4.4 zeigt aber, dass der Ent-/Wiederbelastungsbereich in Wirklichkeit keine Gerade ist, sondern einer Hysteresenschleife entspricht. Der Beiwert  $C_r$  bzw.  $C_s$  ist somit im eigentlichen Sinn keine objektive Größe, da er vom Grad und der Dauer der Ent- bzw. Wiederbelastung abhängig ist. Je geringer die Entlastung, desto steifer verhält sich der Boden. KRIEG (2000) gibt daher an, dass der Schwellbeiwert  $C_s$  in einem Bereich der effektiven Spannung von einem Fünftel bis zu einem Zehntel der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  ermittelt werden sollte.

TAYLOR (1948) berücksichtigt in seinen Formulierungen nicht die von KEVERLING BUISMAN (1936) und von ihm beobachtete Sekundärkompression nach dem Ende der Primärkonsolidation, auf deren Modellierung im folgenden Abschnitt 4.3 eingegangen wird.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>TAYLOR verwendet in der Originalgleichung  $e_c$  an Stelle von  $e_0$ , p an Stelle von  $\sigma'$ ,  $p_0$  an Stelle von  $\sigma_0$  und  $C_e$  (Expansionsbeiwert) an Stelle von  $C_r$ .

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>In der einschlägigen deutsch- wie englischsprachigen Literatur wird dieser Zeitpunkt auch als <u>End of</u> <u>Primary Consolidation (EOP) bezeichnet.</u>



Abbildung 4.4: Exemplarische Darstellung der Ergebnisse eines Oedometerversuchs im halblogarithmischen Spannungs-Porenzahl-Diagramm.

#### 4.2.2 Entwicklung des Erdruhedruckbeiwertes K<sub>0</sub>

Die bis hierher betrachteten Forschungsarbeiten beschäftigen sich ausschließlich mit der Beschreibung der axialen bzw. vertikalen Spannungs-Porenzahl- bzw. Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Oedometer. Eine Aussage über die Entwicklung der effektiven Radial- bzw. Horizontalspannung  $\sigma'_h$  bei verhinderter Seitendehnung wird darin nicht getroffen. Das Verhältnis zwischen effektiver Radial- bzw. Horizontalspannung  $\sigma'_h$  und effektiver Axial- bzw. Vertikalspannung  $\sigma'_v$  wird als Erdruhedruckbeiwert  $K_0$  bezeichnet (Gleichung 4.10).

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} \tag{4.10}$$

Im Folgenden werden mit Bezug auf die Situation in situ nur noch die Begriffe Horizontal- und Vertikalspannung verwendet. Es werden dabei nachstehende Begriffsbeziehungen angenommen:

axial	Ê	vertikal
radial	Ê	horizontal
tangential	Ê	horizontal

JÁKY (1944) gibt den Erdruhedruckbeiwert für erstbelastete, normalkonsolidierte Böden ( $K_{0nc}$ ) wie folgt an.

$$K_{0nc} = (1 - \sin\varphi') \frac{1 + \frac{2}{3}\sin\varphi'}{1 + \sin\varphi'}$$
(4.11)

In der obigen Beziehung ist  $\varphi'$  der effektive Reibungswinkel. Die heutzutage verwendete approximierte Form (Gleichung 4.12) von Gleichung 4.11 ist für normalkonsolidierte,



radiale horizontale Spannung  $\sigma_h$ 



kohäsive<sup>4</sup> und in Maßen auch für kohäsionslose Böden geeignet.

$$K_{0nc} = 1 - \sin\varphi' \tag{4.12}$$

MAYNE UND KULHAWY (1982) kommen zu dem Schluss, dass die zahlreichen Bemühungen, den Erdruhedruckbeiwert für normalkonsolidierte Böden  $K_{0nc}$  mit Fließgrenze, Plastizitätsindex, Tonanteil, Ungleichförmigkeitszahl, Porenzahl und anderen Indexparametern zu korrelieren, leider nicht den gewünschten Erfolg brachten. Im Gegensatz dazu zeigen sie, dass Gleichung 4.12 eine ganze Bandbreite von kohäsiven und kohäsionslosen Böden sehr gut beschreibt. Darüber hinaus gibt es noch weitere Korrelationen zum effektiven Reibungswinkel  $\varphi'$  für  $K_{0nc}$ , die alle sehr ähnliche  $K_{0nc}$ -Werte ergeben. Eine kleine Zusammenstellung dazu findet sich bei SIVAKUMAR U. A. (2001).

Die Weiterentwicklung der Versuchstechnik ermöglicht heute eine Ermittlung der effektiven Horizontalspannung  $\sigma'_h$  während eines Oedometerversuchs. So zeigt sich, dass für reine oedometrische Erstbelastung ein konstantes Verhältnis der effektiven Horizontal- zur Vertikalspannung vorliegt. Eine schrittweise Erhöhung der Belastung im Erstbelastungsbereich hat zur Folge, dass der Pfad der effektiven Spannungen, wie in Abbildung 4.5 dargestellt, stets der  $K_{0nc}$ -Linie folgt. Der Erdruhedruckbeiwert bleibt somit in dieser Phase der Versuchsdurchführung konstant. Erst bei Ent– und Wiederbelastungsvorgängen ändert sich das Verhältnis der effektiven Horizontal- zur Vertikalspannung und somit der Erdruhedruckbeiwert  $K_0$ . Bei Entlastung, d. h. einer Reduktion der Vertikalspannung. Demzufolge nimmt der Erdruhedruckbeiwert zu.

Neben verschiedenen anderen Autoren (siehe MAYNE UND KULHAWY (1982)) gibt SCHMIDT (1966) eine einfache Beziehung zur Ermittlung des Erdruhedruckbeiwerts bei erstmaliger Entlastung  $K_{0u}$  an.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Als kohäsiv werden Materialien bezeichnet, die physikalisch-chemische Bindungen zwischen den einzelnen Partikeln sowie eine mineralogische Verkittung aufweisen.

$$K_{0u} = K_{0nc}OCR^{\alpha}$$
 mit  $OCR = \frac{\sigma_{p0}}{\sigma'}$  (4.13)

OCR (Over-Consolidation-Ratio) bezeichnet darin das Überkonsolidationsverhältnis, welches das Verhältnis der aktuell wirksamen zur bisher größten aufgebrachten Vertikalspannung (Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$ ) beschreibt. SCHMIDT beschreibt den Exponenten  $\alpha$  als eine Funktion des effektiven Reibungswinkels  $\varphi'$ . Nach MAYNE UND KUL-HAWY (1982) gilt

$$\alpha = \sin\varphi'. \tag{4.14}$$

Eine obere Grenze für den Erdruhedruckbeiwert  $K_0$ , der sich bei einer Entlastung einstellen kann, ist sicherlich der passive Erddruckbeiwert  $K_p$ .

Bei einer Wiederbelastung, d. h. einer erneuten Zunahme der Vertikalspannung  $\sigma'_v$  (siehe Abbildung 4.5), nimmt der Erdruhedruckbeiwert  $K_0$  wieder ab. Erreicht die Vertikalspannung die Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$ , so ergibt sich zumeist ein etwas geringerer  $K_0$ -Wert als im Fall der Erstbelastung. Eine mögliche Ursache hierfür ist die Versteifung <sup>5</sup> des Bodens in Folge des Belastungszyklus.

MAYNE UND KULHAWY (1982) geben für die Entwicklung des Erdruhedruckbeiwerts bei Wiederbelastung  $K_{0r}$  folgende Beziehung an

$$K_{0r} = K_{0nc} \left( \frac{OCR}{(OCR_{max})^{1-\alpha}} \right) + m_r \left( 1 - \frac{OCR}{OCR_{max}} \right)$$
(4.15)

mit

$$m_r = \frac{\sigma'_h - \sigma'_{h_{min}}}{\sigma'_v - \sigma'_{v_{min}}} = konstant,$$
(4.16)

wobei OCR den aktuellen Überkonsolidationsgrad bezeichnet. Die Belastungsgeschichte wird durch das Verhältnis der maximalen zur minimalen effektiven Vertikalspannung  $OCR_{max}$  berücksichtigt.

Des Weiteren zeigen MAYNE UND KULHAWY, dass  $m_r$  eine Funktion vom effektiven Reibungswinkel  $\varphi'$  bzw. vom Erdruhedruckbeiwert bei Erstbelastung  $K_{0nc}$  ist.

$$m_r = \frac{3}{4} \left( 1 - \sin\varphi' \right) = \frac{3}{4} K_{0nc}$$
(4.17)

Setzt man Gleichung 4.17 in Gleichung 4.15 ein, so kann man den Erdruhedruckbeiwert  $K_0$  als eine Funktion der Spannungsgeschichte und des effektiven Reibungswinkels  $\varphi'$  definieren.

$$K_0 = (1 - \sin\varphi') \left[ \left( \frac{OCR}{\left(OCR_{max}\right)^{1 - \sin\varphi'}} \right) + \frac{3}{4} \left( 1 - \frac{OCR}{OCR_{max}} \right) \right]$$
(4.18)

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Versteifung ist die Eigenschaft eines Materials, den Bereich elastischen Materialverhaltens auszudehnen.



Abbildung 4.6: Bestimmung der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  nach CASAGRANDE (1936).



Abbildung 4.7: Bestimmung der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  nach KOTZIAS (1963).

Eine andere Definition des Erdruhedruckbeiwerts  $K_0$  als Funktion der Spannungsgeschichte und des effektiven Reibungswinkels gibt PRUŠKA (1973)<sup>6</sup>.

$$K_{0} = \frac{K_{0nc} \cdot \sigma'_{v_{max}}}{\sigma'_{v} \left(1 - K_{0nc}^{2}\right) + K_{0nc}^{2} \sigma'_{v_{max}}} \quad \text{mit} \quad K_{0nc} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2}\right)$$
(4.19)

In Gleichung 4.19 ist  $\sigma'_{v_{max}}$  die bisher größte aufgetretene Vertikalspannung.

#### 4.2.3 Ermittlung der Vorkonsolidationsspannung $\sigma_p$

Die Frage der Bestimmung der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$ , die den Ent–/Wiederbelastungsbereich vom Erstbelastungsbereich trennt, soll im Folgenden erörtert werden.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>PRUŠKA verwendet in der Originalgleichung  $\sigma'_1$  an Stelle von  $\sigma'_v, \sigma'_{1_{max}}$  an Stelle von  $\sigma'_{v_{max}}$  und  $K_{01}$  an Stelle von  $K_{0nc}$ .

Nach CASAGRANDE (1936) entspricht die Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  dem größten effektiven Überlagerungsdruck, unter dem eine Bodenprobe jemals auskonsolidiert ist. Zur Bestimmung der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  schlägt er das in Abbildung 4.6 dargestellte graphische Konstruktionsverfahren vor. Dazu wird in einem halblogarithmischen Spannungs-Porenzahl-Diagramm der Punkt T der Kurve mit der größten Krümmung, d. h. der Punkt mit dem kleinsten Kurvenradius, bestimmt. Unter Verwendung der Tangente t an Punkt T und der durch diesen Punkt verlaufenden Horizontalen h wird die Winkelhalbierende c konstruiert. Der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden c mit der Verlängerung der Erstbelastungsgeraden g ergibt nach CASAGRANDE die Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$ .

Dies ist wohl das gebräuchlichste Verfahren zur Ermittlung der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$ . Weitere Verfahren werden von VAN ZELST (1948) und OHDE (1949) sowie weiteren Autoren entwickelt. Alle bis jetzt erwähnten Verfahren beziehen sich auf eine Darstellung im halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm und liefern ähnliche Werte für die Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$ . Eine Zusammenstellung von Verfahren zur Bestimmung der Vorkonsolidationsspannung findet sich bei KOTZIAS (1963).

KOTZIAS schlägt außerdem eine weitere Methode zur Bestimmung der Vorkonsolidationsspannung vor. Dazu wird, wie in Abbildung 4.7 dargestellt, die bezogene Setzung bei einer beliebigen Belastung  $s'_{\sigma}$  gegenüber der bezogenen Setzung bei einer doppelt so großen Belastung  $s'_{2\sigma}$  aufgetragen. Es ergeben sich in dieser Darstellung annähernd zwei Geraden, die dem Ent–/Wiederbelastungsbereich bzw. dem Erstbelastungsbereich zuzuordnen sind. Die bezogene Setzung  $s'_{\sigma}$  am Schnittpunkt S der beiden Geraden entspricht nach KOTZIAS der bezogenen Dehnung, die der Vorbelastungsspannung  $\sigma_p$  zugeordnet ist.

Eine andere Methode zur Bestimmung der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$ , die auf der Ermittlung des tangentiellen Steifemoduls im Oedometer  $E_s$ <sup>7</sup> (vgl. Gleichung 4.1) und damit dem Widerstand des Bodens gegenüber der aufgebrachten Last beruht, stellt JANBU (1969) vor. JANBU führt in seinem Beitrag das sogenannte Widerstandskonzept ein, auf das in Abschnitt 4.3 näher eingegangen wird. Die Darstellung in einem Spannungs-Steifemodul-Diagramm (siehe Abbildung 4.8) erlaubt es, die Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  eindeutig zu bestimmen. Die dargestellte Kurve in Abbildung 4.8 ist für weiche Böden gültig. Nur sie zeigen eine lineare Abhängigkeit des Steifemoduls mit der Spannung im Erstbelastungsbereich. Für Sande hingegen ist diese Beziehung nicht mehr linear, sondern entspricht eher einer Wurzelfunktion. Im Bereich der Wiederbelastung wird der Steifemodul von JANBU als eine Konstante approximiert.

Die von ENGESGAAR (1968) und DEN HAAN (1994) durchgeführten Auswertungen von Oedometerversuchen an Tonen bestätigen prinzipiell die von JANBU gewonnenen Beobachtungen. Allerdings beobachteten sie im Wiederbelastungsbereich keinen konstanten Wert, sondern einen gekrümmten Verlauf. Nach einem anfänglichen Ansteigen des Steifemoduls fällt dieser nach Erreichen eines Peaks wieder ab und geht in den Erstbelastungsbereich über. Im Gegensatz dazu zeigen STAMATOPOULOS UND KOT-ZIAS (1978) in ihrer Arbeit keinen anfänglichen Anstieg im Wiederbelastungsbereich,

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>JANBU (1969) verwendet an Stelle der Bezeichnung  $E_s$  die Bezeichnung M.



Abbildung 4.8: Bestimmung der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  nach JANBU (1969).



Abbildung 4.9: Darstellung der Spannungs-Steifemodul-Beziehung nach SVENSK STAN-DARD SS 02 71 26 (1991).

sondern nur einen annähernd linearen Abfall von einem Anfangswert. Danach geht die Kurve wieder in den Erstbelastungsbereich über. Der SVENSK STANDARD SS 02 71 26 (1991) geht von einem zunächst konstanten Steifemodul  $E_s$  aus, der schlagartig auf einen geringeren Wert abfällt, bevor es nach einem Übergangsbereich zu einem Anstieg im Erstbelastungsbereich kommt (vgl. Abbildung 4.9 sowie LARSSON (1986)).

Die Formulierung für die Porenzahländerung im Ent–/Wiederbelastungsbereich, die in Gleichung 4.8 angegeben ist, führt zu folgender Beziehung für den Steifemodul  $E_s$ .

$$E_s = \ln 10 \,(1+e) \,\frac{\sigma'}{C_r} \tag{4.20}$$

Die Herleitung dieser Gleichung ist in Anhang A angegeben. Demzufolge geht Gleichung 4.8 von einem linearen Anstieg des Steifemoduls  $E_s$  mit der effektiven Spannung  $\sigma'$  im Wiederbelastungsbereich aus. Der Übergang zum Erstbelastungsbereich erfolgt abrupt durch einen schlagartigen Abfall (siehe Abbildung 4.10).



Abbildung 4.10: Darstellung der Spannungs-Steifemodul-Beziehung unter Berücksichtigung von Gleichung 4.20.

#### 4.2.4 Logarithmische bzw. natürliche Dehnungsdefinition

Bis zur Arbeit von BUTTERFIELD (1979) wird eigentlich immer die halblogarithmische Darstellung<sup>8</sup> eines Spannungs-Porenzahl- bzw. Spannungs-Dehnungs-Diagramms für die Auswertung von Kompressionsversuchen an weichen Böden gewählt, obwohl schon OHDE (1939) auf die doppelt-logarithmische Darstellung <sup>9</sup> hinweist. D. h. es wird nur für die Darstellung der Spannung eine logarithmische Achseneinteilung verwendet. Das ist auch heute noch üblich. BUTTERFIELD hingegen schlägt eine doppelt-logarithmische Darstellung der Versuchsergebnisse vor, da sie für stark kompressible Böden vorteilhafter ist. Abbildung 4.11 zeigt anhand von zwei Versuchen beide Verfahren im Vergleich. Es wird deutlich, dass mit zunehmender Belastung die sehr großen Änderungen der Porenzahl in einem halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm keine Gerade mehr ergeben. Der Grundgedanke der Methode von BUTTERFIELD ist, der Datenauswertung eine volumetrische Dehnungs-effektive Spannungs-Beziehung zugrundezulegen. So trägt er  $\ln(1+e)$  über  $\ln p'$  auf, d.h. er setzt das logarithmisch aufgetragene Volumen V = 1 + e in Bezug zur logarithmisch aufgetragenen effektiven, hydrostatischen Spannung p'. Die Annahme V = 1 + e setzt eine inkompressible Kornsubstanz voraus, d. h. Volumenänderungen treten nur in Folge von Porenzahländerungen auf.

Verwendet man die ursprünglich von LUDWIK (1909) eingeführte natürliche bzw. logarithmische Dehnung <sup>10</sup>  $\varepsilon^{H}$ , die heutzutage als HENCKY-Dehnung bekannt ist, so ergibt sich mit dem Volumen einer Bodenprobe

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Die halblogarithmische Darstellung entspricht mathematisch einem logarithmischen Ansatz zwischen der Spannung und der Porenzahl bzw. der Dehnung der Form  $y = a \cdot \ln x$ .

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Die doppelt-logarithmische Darstellung entspricht mathematisch einem Potenzansatz zwischen der Spannung und der Porenzahl bzw. der Dehnung der Form  $y = a \cdot x^m$ .

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>LUDWIK (1909) bezeichnet die natürliche bzw. logarithmische Dehnung als "effektive" spezifische Dehnung  $\alpha$ , die stets auf die jeweilige Länge l (nicht wie allgemein üblich auf die ursprüngliche Länge  $l_0$ ) zu beziehen ist.



Abbildung 4.11: Gegenüberstellung der halblogarithmischen und der doppeltlogarithmischen Darstellung nach BUTTERFIELD (1979).

V = 1 + e bzw.  $V_0 = 1 + e_0$ 

die Definition der logarithmischen bzw. natürlichen Dehnung (Kompression positiv).

$$\varepsilon^{H} = -\ln\frac{V}{V_{0}} = -\ln\frac{1+e}{1+e_{0}}$$
(4.21)

Der Index 'H' (für Hencky) wird zur Bezeichnung der logarithmischen bzw. natürlichen Dehnung im Gegensatz zu der Ingenieurdehnung verwendet.

$$\varepsilon = -\frac{V - V_0}{V_0} = -\frac{e - e_0}{1 + e_0} \tag{4.22}$$

Es besteht folgender Zusammenhang zwischen der logarithmischen bzw. natürlichen Dehnung und der Ingenieurdehnung.

$$\varepsilon^{H} = -\ln\left(1 - \varepsilon\right) \tag{4.23}$$

Aus Gleichung 4.23 geht hervor, dass für Dehnungen bis 20% der prozentuale Unterschied zwischen beiden Dehnungsdefinitionen ungefähr linear bis ca. 10% ansteigt. Für

kleine Dehnungen ist der Unterschied der Dehnungsdefinitionen somit von untergeordneter Bedeutung.

Auch DEN HAAN (1994) zeigt, dass bei großen Dehnungen die logarithmischen bzw. natürlichen Dehnungen Vorteile gegenüber den traditionellen Ingenieurdehnungen haben. Die Gleichungen von TAYLOR lassen sich somit in Anlehnung an DEN HAAN unter Verwendung der in Gleichung 4.21 definierten logarithmischen bzw. natürlichen Dehnung  $\varepsilon^{H}$  und des natürlichen Logarithmus an Stelle des Zehner Logarithmus wie folgt schreiben.

$$\varepsilon^{H} = \varepsilon_{0}^{H} + A \ln \frac{\sigma'}{\sigma_{0}}$$
 wobei  $\sigma_{p} \ge \sigma' > \sigma_{0}$  (4.24)

$$\varepsilon^{H} = \varepsilon_{0}^{H} + B \ln \frac{\sigma'}{\sigma_{0}}$$
 wobei  $\sigma' > \sigma_{0} \ge \sigma_{p}$  (4.25)

Die neu eingeführten Bodenkennwerte A und B ersetzen darin die Beiwerte  $C_c$  und  $C_r$ . Eine Umrechnung der Beiwerte ist mit folgenden Beziehungen möglich.

$$A = \frac{C_r}{(1+e)\ln 10} \qquad B = \frac{C_c}{(1+e)\ln 10}$$
(4.26)

### 4.3 Formulierungen für die eindimensionale Kompression mit Viskosität

Die Darstellung von Versuchsergebnissen aus Oedometerversuchen in Zeit-Setzungs-Diagrammen zeigt, dass nach Ende der Primärkonsolidation je nach Bodenart weitere Setzungen auftreten können und auch auftreten. Dies ist vor allem bei weichen Böden der Fall. KEVERLING BUISMAN (1936) ist in der Geotechnik wohl der Erste, der das sogenannte Kriechen bzw. die Sekundärkompression anhand von Feld- und Laborversuchen aufzeigt. Weitere Forschungsarbeiten, die sich mit dem zeitabhängigen Verformungsverhalten von Böden über die Primärkonsolidation hinaus beschäftigen, erweitern im Wesentlichen die von ihm aufgestellte Kriechformulierung (Gleichung 4.27). Die wesentlichen Entwicklungsschritte eindimensionaler Kriechformulierungen bzw. Kompressionsformulierungen mit Kriechen werden im Folgenden aufgezeigt. Des Weiteren wird auf die zeitliche Entwicklung des Erdruhedruckbeiwertes  $K_0$  und der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  unter einem konstanten Spannungszustand eingegangen.

#### 4.3.1 Historie

TERZAGHI (1925) sowie OHDE (1939) führen Oedometerversuche mit inkrementeller Lastaufbringung durch und betrachten das zugehörige Last-Verformungs-Verhalten. Im Gegensatz dazu gilt KEVERLING BUISMANS Interesse dem Zeit-Verformungs-Verhalten eines einzigen Lastschritts. In Anlehnung an seine Formulierung lässt sich das Verformungs-Verhalten, das sich in Folge einer zum Zeitpunkt t = 0 plötzlich aufgebrachten Last mit der Zeit ergibt, wie folgt beschreiben.



Abbildung 4.12: Graphische Darstellung der Kriechformulierung nach KEVERLING BUISMAN (1936).

$$\varepsilon = \varepsilon_p + C_B \log \frac{t}{t_p} = \varepsilon_p + C_B \log \frac{t_p + t'}{t_p}$$
 mit  $t > t_p$  bzw.  $t' > 0$  (4.27)

In Gleichung 4.27 wird, anders als bei TERZAGHI und TAYLOR, die Dehnung  $\varepsilon$  an Stelle der Porenzahl e ( $\varepsilon = \frac{\Delta e_0}{1+e_0}$  bzw.  $\varepsilon^H = \frac{\Delta e}{1+e}$ ) verwendet. Die bis zum praktischen Ende der Primärkonsolidation (Porenwasserüberdruck  $\Delta u \approx 0$ ) aufgetretene Dehnung wird mit  $\varepsilon_p$  bezeichnet, der zugehörige Zeitpunkt mit  $t_p$ . Für die Laufzeit t' gilt am praktischen Ende der Primärkonsolidation t' = 0. Der Materialparameter  $C_B$  (Kriechbeiwert nach KEVERLING BUISMAN<sup>11</sup>) beschreibt das Kriechverhalten des Bodens. Eine graphische Darstellung von Gleichung 4.27 ist in Abbildung 4.12 zu sehen.

In seiner Arbeit beschreibt KEVERLING BUISMAN (1936), dass der Materialparameter  $C_B$  ungefähr proportional zur aufgebrachten Last ist. Diese Angabe entspricht einem allgemein üblichen Potenzansatz mit  $\varepsilon = A \cdot \sigma^B \cdot \ln t$ , wobei B = 1 ist. KRIEG (2000) hingegen kommt zu dem Schluss, dass der Kriechbeiwert sowie der Kompressionsbeiwert zumindest in einem bautechnisch relevanten Spannungsbereich bis 1000 kN/m<sup>2</sup> für die von ihm untersuchten weichen Böden (Mudden) unabhängig von der aufgebrachten effektiven Spannung sind. In diesem Fall ist im oben angegebenen allgemein üblichen Potenzansatz B = 0. In Abschnitt 4.4 wird auf die eventuelle Spannungsabhängigkeit des Kriechens eingegangen.

Die Einteilung in Primär- und Sekundärsetzungen, wie in Gleichung 4.27 vorgenommen, entspricht nicht exakt den Bezeichnungen von KEVERLING BUISMAN. So spricht KEVERLING BUISMAN an Stelle der Primärsetzung  $\varepsilon_p$  von einer direkten (*direct*) Setzung in Folge der Belastung. Des Weiteren spricht er von einer sekularen (*secular*) Setzung anstatt einer Sekundärsetzung. DEN HAAN (1994) sieht darin eine Bezeichnung, die BJERRUM (1967) mit etwas anderen Begriffen einführte. Die Begriffsbestimmung nach BJERRUM wird im Folgenden erläutert.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>KEVERLING BUISMAN (1936) verwendet in seiner Originalgleichung die folgenden Bezeichnungen:  $z_t$ an Stelle von  $\varepsilon$ ,  $\alpha_p$  an Stelle von  $\varepsilon_p$  sowie  $\alpha_s$  an Stelle von  $C_B$ .



Abbildung 4.13: Definition der augenblicklichen und verzögerten Setzung im Vergleich zur Primär- und Sekundärsetzung nach BJERRUM (1967).

KOPPEJAN (1948) kombiniert die Gleichungen von TERZAGHI (1925) (Gleichung 4.2) sowie KEVERLING BUISMAN (1936) (Gleichung 4.27). Er erhält eine Formel, mit deren Hilfe man Primär- und Sekundärsetzungen in Folge einer Lasterhöhung ermitteln kann.

Im Gegensatz zu der Definition von Primär- und Sekundärsetzung (vgl. oben) führt BJERRUM (1967) die augenblickliche (*instant*) und die verzögerte (*delayed*) Setzung ein. Dabei beinhaltet die augenblickliche (schlagartig auftretende) Setzung die Verformung, die direkt im Zusammenhang mit der Erhöhung der effektiven Spannung steht. Sie entspricht der Verformung, die nötig ist, um die aufgebrachte wirksame Spannung zu tragen. Die verzögerte (mit der Zeit eintretende) Setzung beruht auf der Verformung unter konstanter effektiver Spannung. Abbildung 4.13 verdeutlicht den Unterschied der Definitionen. Die durchgezogene Linie stellt darin das Definitionskonzept der Primär- und Sekundärsetzung dar. Die gestrichelte Linie verdeutlicht das Konzept nach BJERRUM.

Die Umsetzung des Setzungskonzepts von BJERRUM in ein halblogarithmisches Spannungs-Porenzahl-Diagramm ist in Abbildung 4.14 dargestellt. Das Diagramm besteht aus parallelen Linien gleicher Zeit (Isochronen), die alle Porenzahlzustände in Folge der gleichen effektiven Lasteinwirkungsdauer repräsentieren. Der Abstand der Isochronen wird durch den Logarithmus des Verhältnisses der Zeit der einzelnen Isochronen zu der Zeit der Referenzlinie  $t_i$  bestimmt. Die Referenzlinie  $t_i$  entspricht der Linie für die au-



Abbildung 4.14: Darstellung des Modells von BJERRUM (1967) im halblogarithmischen Spannungs-Porenzahl-Diagramm.

genblickliche (*instant*) Setzung während der Sedimentation eines Bodens. Der konstant parallele Abstand der Isochronen in weiten Teilen des Diagramms impliziert einen zeitund spannungsunabhängigen Kriechbeiwert. Die leichte Krümmung der Kurven bei hohen effektiven Spannungen bedeutet dagegen eine geringe Spannungsabhängigkeit des Kriechbeiwerts in diesem Bereich. Die leichte Krümmung ließe sich aber durch eine doppellogarithmische Darstellung nach BUTTERFIELD (1979), die damit zu bevorzugen ist, verringern <sup>12</sup>. Es lässt sich feststellen, dass eine Änderung der Porenzahl *e* in Folge von Kriechen zugleich eine Erhöhung der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  in Bezug auf die Referenzlinie  $t_i$  zur Folge hat. Bei einer Belastungszunahme zeigt der Boden folglich ein steiferes Verhalten, als ob er bereits einer höheren Belastung ausgesetzt gewesen wäre. Diese scheinbar vorhandene Vorbelastung in Folge von Kriechen wird als Bodenalterung im Sinne von BJERRUM bezeichnet.

BJERRUM beschreibt durch die Serie paralleler Linien somit Zustände der Porenzahl *e* in Abhängigkeit von Belastung und Zeit. Erhöht man beispielsweise die Belastung einer unter  $\sigma_0$  konsolidierten und gealterten Bodenprobe, die bereits Sekundärsetzungen erfahren hat, so ergeben sich für unterschiedliche Lasteinwirkungsdauern (Belastungsgeschwindigkeiten) jeweils zueinander parallel verlaufende  $\log \sigma'$ -*e*-Pfade. Bei einer Belastung in Zeitschritten, die der Referenzlinie  $t_i$  entsprechen, folgt der Pfad nach

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>Tone mit hoher Sensitivität  $S_t$  nach Gleichung 2.8 zeigen häufig eine starke Krümmung, die auch bei einer doppellogarithmischen Darstellung erhalten bleibt.

der Überschreitung der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  in Bezug auf die Referenzlinie  $t_i$ derselben. Bei geringeren Belastungsgeschwindigkeiten folgt der Pfad Isochronen unterhalb der Referenzlinie  $t_i$ .

BJERRUMS Modellvorstellung wurde u. a. von GARLANGER (1972) aufgegriffen. Er gibt folgende Gleichung <sup>13</sup> (4.28) für die Beschreibung der Spannungs-Porenzahl-Zeit-Beziehung im Oedometer unter einer zum Zeitpunkt t = 0 plötzlich aufgebrachten und anschließend konstant gehaltenen Last an.

$$e = e_0 - C_r \log \frac{\sigma_{p0}}{\sigma_0} - C_c \log \frac{\sigma'}{\sigma_{p0}} - C_\alpha \log \frac{t_i + t'}{t_i} \quad \text{mit} \quad t' > 0$$

$$(4.28)$$

Der erste Term in Gleichung 4.28 beschreibt das elastische Verhalten während der Spannungssteigerung von der initialen Spannung  $\sigma_0$  auf die initiale Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$ <sup>14</sup>. Der zweite Term beschreibt das elasto-plastische Verhalten in Folge der Spannungsänderung von der initialen Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  bis zur wirksamen Spannung  $\sigma'$ . Die beiden ersten Terme ergeben folglich zusammen die von BJER-RUM (1967) eingeführte augenblickliche (*instant*) Setzung bzw. Porenzahländerung. Der dritte Term beschreibt das Verhalten während der verzögerten (*delayed*) Setzung, die im Anschluss an die augenblickliche (*instant*) Setzung auftritt. Zum Zeitpunkt  $t_i$  gilt t' = 0. Zu beachten ist, dass die Linie der Referenzzeit  $t_i$ , welche mit der Linie für die augenblickliche (*instant*) Setzung während der Sedimentation eines Bodens korrespondiert, im Allgemeinen ungleich der Konsolidationszeit  $t_p$  ist ( $t_i \neq t_p$ ). Abbildung 4.15 veranschaulicht die einzelnen Terme der Gleichung 4.28.

GARLANGER (1972) stellt in seiner Arbeit auch eine weitere Gleichung auf, die an Stelle der Porenzahl das von HANSEN (1969) vorgeschlagene Konzept der  $\log e - \log \sigma$ -Darstellung verwendet. Dieses Konzept liefert, wie die doppellogarithmische Darstellung nach BUTTERFIELD (1979), bei großen Verformungen immer noch eine lineare Abhängigkeit zwischen  $\log e$  und  $\log \sigma'$ . In Gleichung 4.29 ersetzen die Parameter *a*, *b* und *c* die Beiwerte  $C_r$ ,  $C_c$  und  $C_{\alpha}$  aus Gleichung 4.28.

$$\log e = \log e_0 - a \log \frac{\sigma_{p0}}{\sigma_0} - b \log \frac{\sigma'}{\sigma_{p0}} - c \log \frac{t_i + t'}{t_i} \quad \text{mit} \quad t' > 0 \quad (4.29)$$

CHRISTIE UND TONKS (1985) stellen fest, dass die von BJERRUM (1967) und GAR-LANGER (1972) festgelegte Referenzlinie  $t_i$  nicht unabhängig von der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  festgelegt werden kann bzw. die Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  nicht unabhängig von der Referenzlinie  $t_i$  festgelegt werden kann. Des Weiteren kommen CHRISTIE UND TONKS zum Schluss, dass die Festlegung der Referenzlinie  $t_i$ , welche die augenblickliche (*instant*) Setzung von der verzögerten (*delayed*) Setzung trennt, über die

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup>GARLANGER (1972) verwendet in seiner Originalgleichung die folgenden Bezeichnungen:  $\overline{p}_0$  an Stelle von  $\sigma_0$ ,  $\overline{p}_c$  an Stelle von  $\sigma_{p0}$  sowie  $\overline{p}_f$  an Stelle von  $\sigma'$ .

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>Es wird der Begriff der initialen Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$ , d. h der vor Versuchsbeginn vorliegenden Vorkonsolidationsspannung, eingeführt, um im Folgenden eine Unterscheidung zwischen dieser und der aktuellen Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$ , die sich mit der Zeit ändert (vgl. BJERRUM (1967)), zu ermöglichen.



Abbildung 4.15: Darstellung des Modells von GARLANGER (1972) im halblogarithmischen Spannungs-Porenzahl-Diagramm.

initiale Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  und die zugehörige Porenzahl  $e_{p0}$  keine eindeutig physikalische Grundlage hat. Sie schlagen deshalb vor, eine *limit time line*  $t_l$  (Begrenzungszeitlinie) einzuführen, welche durch den Punkt L geht (siehe Abbildung 4.16). Der Punkt L ist der Schnittpunkt aus der Verlängerung der Linie durch die Punkte Aund B mit der vertikalen Linie durch die aufgebrachte wirksame Spannung  $\sigma'$ . Physikalisch bedeutet dies, dass die augenblickliche Setzung nur noch durch den Parameter a beschrieben wird und somit quasi-elastischer Natur ist. Der Parameter b beschreibt die gesamte Setzung einschließlich Kriechen in Folge einer Belastungsdauer, welche der vorausgegangenen Belastungsdauer entspricht. Der Parameter c bestimmt den Abstand der einzelnen Isochronen. Gleichung 4.29 lässt sich somit wie folgt schreiben.

$$\log e = \log e_0 - a \log \frac{\sigma'}{\sigma_0} - c \log \frac{t_l + t'}{t_l} \qquad \text{mit} \qquad t' > 0 \tag{4.30}$$

Einen anderen Ansatz zur Beschreibung von Sekundärsetzungen wählt JANBU (1969). Er wendet das sogenannte Widerstandsprinzip an. Alle Materialien besitzen demnach einen Widerstand gegen die Veränderung eines herrschenden Gleichgewichtszustands. Der Begriff Widerstand definiert sich über das Verhältnis zwischen der inkrementellen Ursache (Einwirkung) und dem inkrementellen Effekt (Auswirkung). Beispiele dafür sind der elastische Widerstand (E-Modul) *E*, der hydraulische Widerstand (reziproker Wert der Durchlässigkeit)  $k^{-1}$  oder der dynamische Widerstand (Masse) *m*. JANBU defi-



Abbildung 4.16: Darstellung des Modells von CHRISTIE UND TONKS (1985) im doppellogarithmischen Spannungs-Porenzahl-Diagramm.

niert den Zeitwiderstand R unter einer konstanten Belastung wie folgt.

$$R = \frac{dt}{d\varepsilon} = \frac{1}{\dot{\varepsilon}} \tag{4.31}$$

Im Allgemeinen ändert sich der Zeitwiderstand *R* wiederum selbst mit der Zeit (siehe Abbildung 4.17). Für weiche Böden gilt aber, dass der Langzeitwiderstand linear von der Zeit abhängt.

$$r = \frac{dR}{dt} = konstant \tag{4.32}$$

In Abbildung 4.17 sind die Zusammenhänge verdeutlicht.

Der Zeitpunkt  $t_p$  in Abbildung 4.17 beschreibt das Ende der Primärkonsolidation. Die lineare Abhängigkeit des Zeitwiderstandes von der Zeit nach dem Ende der Primärkonsolidation kann durch folgende Gleichung beschrieben werden.

$$R = r\left(t - t_r\right) = \frac{1}{\dot{\varepsilon}} \tag{4.33}$$

Gleichung 4.33 kann unter Verwendung von Gleichung 4.31 wie folgt umgeschrieben werden.



Abbildung 4.17: Zeitwiderstandsprinzip nach JANBU (1969).

$$d\varepsilon = \frac{1}{r} \cdot \frac{dt}{t - t_r} = \frac{1}{r} \cdot \frac{d\left(t - t_r\right)}{t - t_r}$$
(4.34)

Die Integration der Gleichung 4.34 vom Zeitpunkt  $t_p$  bis zu einem beliebigen Zeitpunkt  $t > t_p$  ergibt die Sekundärdehnung für diesen Zeitraum.

$$\varepsilon = \frac{1}{r} \ln \frac{t - t_r}{t_p - t_r} \tag{4.35}$$

Die Lage des Abszissenabschnitts  $t_r$  hängt außer vom Boden selbst von der Größe des aufgebrachten Spannungsinkrements und der Vorbelastungsgeschichte ab, da durch diese beiden Größen das Konsolidationsverhalten eines Bodens mit beeinflusst wird.  $t_r$ wird von DE RIJK (1978) auch als Referenzzeitverschiebung (*reference time shift*) bezeichnet (DEN HAAN (1994)). Die im Boden selbst innewohnende (immanente) Zeit (*intrinsic time*)  $\tau$  ist nach DEN HAAN (1994) die Differenz zwischen der "Versuchszeit" t, die ab dem Belastungsbeginn gemessen wird, und der Referenzzeitverschiebung  $t_r$ .

$$\tau = t - t_r \tag{4.36}$$

Die immanente Zeit am praktischen Ende der Primärkonsolidation  $\tau_p$  ergibt sich folglich als Differenz zwischen der Konsolidationszeit  $t_p$  und der Referenzzeitverschiebung  $t_r$ .

$$\tau_p = t_p - t_r \tag{4.37}$$

Folglich lässt sich die immanente Zeit  $\tau$  auch als Summe der immanenten Zeit am praktischen Ende der Primärkonsolidation  $\tau_p$  und der reinen Kriechzeit  $t' = t - t_p$  beschreiben.

$$\tau = \tau_p + t' \qquad \text{mit} \qquad t' > 0 \tag{4.38}$$

Gleichung 4.35 kann unter Verwendung der immanenten Zeit wie folgt umgeschrieben werden.

$$\varepsilon = \frac{1}{r} \ln \frac{\tau}{\tau_p} = \frac{1}{r} \ln \frac{\tau_p + t'}{\tau_p} \qquad \text{mit} \qquad t' > 0 \tag{4.39}$$

Aufgrund der Erkenntnisse von GARLANGER (1972), BUTTERFIELD (1979) und JAN-BU (1969) lässt sich in Anlehnung an DEN HAAN (1994) <sup>15</sup> folgende Formulierung für das eindimensionale Kompressionsverhalten mit Kriechen aufstellen.

$$\varepsilon^{H} = \varepsilon_{0}^{H} + A \ln \frac{\sigma_{p0}}{\sigma_{0}} + B \ln \frac{\sigma'}{\sigma_{p0}} + C \ln \frac{\tau_{p} + t'}{\tau_{p}} \qquad \text{mit} \qquad t' > 0$$
(4.40)

Die ersten beiden Terme entsprechen im Wesentlichen der Formulierung von GARLAN-GER. DEN HAAN verwendet an Stelle der Porenzahl e die in Gleichung 4.21 definierte logarithmische bzw. natürliche Dehnung  $\varepsilon^H$  sowie den natürlichen Logarithmus an Stelle des Zehner Logarithmus. Der dritte und letzte Term geht auf JANBU zurück. Die Referenzzeitlinie  $\tau_p$ , auf die die initiale Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  bezogen ist, ist in dieser Formulierung eine immanente Zeit. Die Bodenkennwerte A, B und C ersetzen die Beiwerte a, b und c von GARLANGER (1972) bzw. die klassischen Beiwerte  $C_c$ ,  $C_r$ und  $C_{\alpha}$ . Eine Umrechnung der von DEN HAAN verwendeten Beiwerte ist mit folgenden Beziehungen möglich.

$$A = \frac{C_r}{(1+e)\ln 10} \qquad B = \frac{C_c}{(1+e)\ln 10} \qquad C = \frac{C_\alpha}{(1+e)\ln 10}$$
(4.41)

Eine etwas andere Herangehensweise wird durch das  $C_{\alpha}^{*}/C_{c}^{*}$ -Konzept <sup>16</sup> von MESRI UND GODLEWSKI (1977), MESRI UND CHOI (1985) sowie MESRI UND CASTRO (1987) vertreten. Die Auswertung umfangreicher Versuchsdaten sowie eigene zusätzliche Laborversuche lassen sie zum Schluss kommen, dass das Verhältnis von Kriech- zu Kompressionsbeiwert  $C_{\alpha}^{*}/C_{c}^{*}$  für einen Boden unabhängig von der Porenzahl e und der effektiven Spannung  $\sigma'$  und damit eindeutig ist. Es ist zu beachten, dass die oben genannten Autoren keinen Wiederbelastungsbeiwert  $C_r$  bzw. Schwellbeiwert  $C_s$  verwenden, da dieser in ihrem Konzept bereits im Kompressionsbeiwert  $C_c^*$  enthalten ist. Der Kompressionsbeiwert  $C_c^*$  bezeichnet die aktuelle Neigung der halblogarithmisch aufgetragenen Spannungs-Porenzahl-Kurve bei einer beliebigen effektiven Spannung  $\sigma'$ . Dies gilt insbesondere auch für den Ent-/Wiederbelastungsbereich. Im Normalfall verwenden die Autoren für die Bestimmung des Kompressionsbeiwerts  $C_c^*$  ein halblogarithmisches Spannungs-Porenzahl-Diagramm, welches sich durch die Auswertung eines Oedometerversuches direkt am Ende der Primärkonsolidation (EOP) ergibt. Man erhält somit für einen Boden repräsentative  $\sigma' - C_c^*$ -Kurven. Den zugehörigen Kriechbeiwert  $C_{\alpha}^*$  bestimmen die Autoren jeweils direkt im Anschluss an das Ende der Primärkonsolidation nur über einen Logarithmuszyklus eines halblogarithmischen Zeit-Porenzahl-Diagramms.

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup>DEN HAAN (1994) verwendet in seiner Originalgleichung die folgenden Bezeichnungen: a an Stelle von A, b an Stelle von B sowie c an Stelle von C. Es werden hier Großbuchstaben eingeführt, um eine Verwechslung mit GARLANGER (1972) zu vermeiden.

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup>Im Original wird das Konzept als  $C_{\alpha}/C_c$ -Konzept bezeichnet. Der Asterik (Stern) wird hier eingeführt, um die andersartige Definition der beiden Parameter im Vergleich zur klassischen Definition zu verdeutlichen.

Für praktische Zwecke gilt nach MESRI UND CASTRO (1987) für die von ihnen betrachteten Böden:

anorganischer Ton	$C_{\alpha}^{*}/C_{c}^{*} = 0,04 \pm 0,01$
hochorganischer Ton	$C_{\alpha}^{*}/C_{c}^{*} = 0,05 \pm 0,01$

Die von MESRI UND CASTRO (1987) angegebenen Verhältnisse lassen sich im Erstbelastungsbereich auf die klassischen Parameter übertragen. Dies ist möglich, da die beiden Kompressionsbeiwerte im Erstbelastungsbereich per Definition gleich sind,  $C_c^* = C_c$ . Des Weiteren zeigen SCHERZINGER (1991) für gering sensitive Böden und MES-RI UND GODLEWSKI (1977) für sensitive Böden, dass die Kriechbeiwerte  $C_{\alpha}^*$  im Erstbelastungsbereich einen konstanten Wert erreichen, der dem klassischen Kriechbeiwert  $C_{\alpha} = konstant$  entspricht. Es gilt somit im Erstbelastungsbereich  $C_{\alpha}^*/C_c^* = C_{\alpha}/C_c$ .

Dass der Kompressionsbeiwert  $C_c^*$  bei diesem Konzept im Gegensatz zu der bisherigen Verwendung keine konstante Größe ist, wurde schon ausgeführt. MESRI UND GOD-LEWSKI (1977) zeigen , dass die  $\sigma' - C_c^*$ -Kurven für ungestörte, sedimentierte sowie wiederaufbereitete Proben in ihrem Verlauf sehr unterschiedlich sind. Einen ausgeprägten Peak erhält man im Besonderen für sehr sensitive Böden wie z. B. den *Mexico City Clay* und den *Leda Clay*. Weniger sensitive Böden zeigen dieses Phänomen nicht. Es zeigt sich, dass die  $C_c^*$ -Werte bei ungestörten Proben einen stark ausgeprägten Peak im Bereich der Vorkonsolidationsspannung aufweisen, während sedimentierte Böden bei Versuchsbeginn zunächst einen relativ hohen  $C_c^*$ -Wert besitzen, der mit zunehmender Belastung stetig abnimmt. Ein Peak ist in diesem Fall nicht vorhanden. Wiederaufbereitete Proben lassen ein ähnliches Verhalten wie die ungestörten Proben erkennen, bei ihnen ist der Peak beim Erreichen der Vorkonsolidationsspannung aber nicht so stark ausgeprägt.

Dieses Verhalten ist auch in einem halblogarithmischen Spannungs-Porenzahl-Diagramm erkennbar. Beim Erreichen der Vorkonsolidationsspannung kommt es bei sehr sensitiven Böden nach einem zunächst flachen Kurvenverlauf zu einem abrupten Abfall, der mit einem Strukturkollaps verbunden ist. Daran anschließend geht die Kurve wieder in die Versuchslinie eines normalkonsolidierten Bodens über. Charakteristisch ist dabei, dass die im Versuch ermittelte Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  dieser Böden größer ist als die bisher maximal wirksame Spannung. Dies kann auf die Zementierung durch Calciumcarbonate, Eisen- und/oder Aluminiumhydroxide zurückgeführt werden.

#### 4.3.2 Hypothese A und Hypothese B

Die Begriffe primär und sekundär werden häufig für zweierlei Beschreibungen verwendet. Dies kann unter Umständen verwirrend sein. Schon bei TAYLOR UND MER-CHANT (1940) findet sich die Doppelbelegung der Begriffe. Einerseits wird der Begriff Sekundärsetzung verwendet, um die Setzung nach dem Abbau des Porenwasserüberdrucks zu bezeichnen. Die Setzung während der Phase des Porenwasserdruckabbaus wird dabei als Primärsetzung bezeichnet. Diese Definition wird in Abschnitt 4.1 näher erläutert. Andererseits werden die Begriffe aber auch verwendet, um einen der beiden physikalischen Anteile zu beschreiben, die Setzungen verursachen. Dies ist zum einen die Setzung, die im direkten Zusammenhang mit der aufgebrachten effektiven Spannung steht (auch Primärsetzung genannt), und zum anderen die Setzung, welche mit der Einwirkungsdauer der aufgebrachten wirksamen Spannung in Zusammenhang steht (auch Sekundärsetzung genannt).

Die unterschiedliche Verwendung der Begriffe lässt sich in zwei Kategorien einteilen. DEN HAAN (1994) bezeichnet die Aufteilung der Setzungen in die einzelnen Phasen während und nach des Porenwasserdruckabbaus als eine aufeinander folgende Beschreibung (*consecutive sense*). Im Gegensatz dazu spricht DEN HAAN von einer physikalisch gesetzmäßigen Beschreibung (*constitutive sense*), wenn die Begriffe für die Bezeichnung der Setzungsanteile in Folge von Belastung und Zeit verwendet werden. Die in der Literatur geführte Diskussion, ob Sekundärsetzungen schon während der Primärkonsolidation oder erst danach stattfinden, lässt sich auch auf die unterschiedliche Begriffsdefinition zurückführen.

MESRI UND GODLEWSKI (1977) und MESRI UND CHOI (1985) vertreten die These, dass es zu keinen Sekundärsetzungen während der Primärkonsolidation kommt. Aufgrund von Laborversuchen an hintereinandergeschalteten Probenkörpern, die Höhen zwischen 2, 5 cm und 50 cm simulieren, kommen sie zum Schluss, dass die Porenzahlenänderung am Ende der Primärkonsolidation (EOP) unabhängig von der Probenhöhe bzw. Konsolidationsdauer ist. Sie stellen nur eine Abhängigkeit von der aufgebrachten effektiven Spannung fest. Dies würde bedeuten, dass es für jeden Boden eine eindeutige EOP-Kurve im Spannungs-Porenzahl-Diagramm gibt, unabhängig von der Probenhöhe bzw. Konsolidationszeit. Die Darstellung dieser als Hypothese A (LADD U. A. (1977) sowie JAMIOLKOWSKI U. A. (1985)) bezeichneten These in einem halblogarithmischen Zeit-Porenzahl-Diagramm (Abbildung 4.18) ergibt für zwei unterschiedlich dicke Proben des gleichen Bodens zwei parallele Kurven. Die dünne Bodenprobe ist zu jedem Zeitpunkt stärker zusammengedrückt, da sie früher auskonsolidiert ist. Es ist aber schwer verständlich, warum Kriechen, und damit Sekundärsetzungen, nur nach dem Abbau des Porenwasserüberdrucks stattfinden soll.

Im Gegensatz dazu wird bei Hypothese B davon ausgegangen, dass Kriechen, und damit Sekundärsetzungen, unabhängig vom Konsolidierungsgrad stattfinden. Die Porenzahländerung bzw. Dehnung einer dicken Probe ist nach dieser These am Ende der Primärkonsolidation genauso groß wie die der dünnen Probe, die bis zum Ende der Primärkonsolidation der dicken Probe etwas länger gekrochen ist (Abbildung 4.18). Die EOP-Kurve einer dicken Probe liegt in einem Spannungs-Porenzahl-Diagramm unterhalb der einer dünnen Probe. In der Literatur gibt es verschiedene Autoren, die die Hypothese B weitgehend bestätigen. TAYLOR UND MERCHANT (1940) kommen erste Zweifel an TERZAGHIS Konsolidationstheorie (TERZAGHI (1925) sowie TERZAGHI UND FRÖHLICH (1936)). Sie stellen fest, dass die auf die Schichtdicke bezogene Primärsetzung bei dicken Bodenschichten größer ist als bei dünnen. ŠUKLJE (1957) entwickelt auf Grundlage von Laborversuchen das Prinzip der Isotachen, welches nur unter Annahme von Hypothese B sinnvoll ist. Die Isochronentheorie von BJERRUM (1967) beinhaltet die gleichen Grundlagen und ist folglich ebenfalls nur unter Annahme von Hypothese



Abbildung 4.18: Eindimensionales Kompressionsverhalten zweier unterschiedlich dicker Proben des gleichen Bodens: Hypothese A ohne Sekundärsetzungen und Hypothese B mit Sekundärsetzungen während der Primärkonsolidation.

B sinnvoll. BERRE UND IVERSEN (1972) führen Oedometerversuche mit Probenhöhen zwischen 1,9 cm und 45 cm durch. Hypothese B wird durch ihre Ergebnisse weitgehend bestätigt. Eine theoretische Betrachtung dieser Versuche findet sich bei GARLAN-GER (1972). Ein umfangreiches Untersuchungsprogramm führt ABOSHI (1973) durch. Seine Versuche an verschiedenen Bodenproben mit h/d = 2 cm/6 cm bis 100 cm/300 cm bestätigen weder Hypothese A noch B. ABOSHIS Versuche zeigen zwar, dass die auf die Probendicke bezogene Setzung am praktischen Ende der Primärkonsolidation mit der Probendicke zunimmt, die Kurven aller Proben laufen aber nicht auf der Kurve der dünnsten Probe zusammen, sondern enden abhängig von der Probendicke darüber. Ein Zusammenlaufen der Kurven wäre nach Hypothese B zu erwarten. Die von CHRISTIE UND TONKS (1985) auf der Grundlage von BJERRUMS Isochronentheorie entwickelte Konsolidationstheorie bestätigt rechnerisch die Hypothese B. TANG UND IMAI (1995) zeigen, dass es möglich ist, die Versuche von ABOSHI mit einem theoretischen Ansatz nach Hypothese B zu simulieren. Sie berücksichtigen dabei die unterschiedlichen Konsolidationszeiten der verschiedenen Proben.

LEROUEIL (1995) bezeichnet die beiden Hypothesen als *viscous approach* (Hypothese B) und als *End-of-Primary consolidation (EOP) approach* (Hypothese A). Er selbst vertritt eher Hypothese B. Die Möglichkeit, dass Hypothese A in manchen Fällen zutrifft, führt er darauf zurück, dass natürliche Tone während ihrer Entstehung eine sogenannte Struktur<sup>17</sup> entwickeln (BURLAND (1990)). Diese Strukturentwicklung ist bei niedrigen Dehnungsgeschwindigkeiten stärker<sup>18</sup> als bei hohen Dehnungsgeschwindigkeiten (LEROUEIL U. A. (1985)). Die Dehnungsgeschwindigkeiten in der Natur sind geringer als die im Labor, sodass die Strukturentwicklung dort stärker ist. Eine stärkere Struktur ist setzungsunempfindlicher als eine schwache Struktur. Die initiale Vorkonsolidations-

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup>Die Struktur eines Bodens besteht aus der isotropen bzw. anisotropen Anordnung seiner Bestandteile zueinander sowie deren physikalischen und chemischen Verkittung miteinander.

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup>Je stärker eine Struktur ausgeprägt ist, desto mehr und desto stärkere physikalische und chemische Verkittungen haben sich ausgebildet.

spannung  $\sigma_{p0}$  kann aufgrund der Struktur eines Bodens größer sein als seine bisher maximal erfahrene Belastung. Die im Labor gemessenen Setzungen würden folglich unter Verwendung von Hypothese B und ohne Berücksichtigung der unterschiedlichen Strukturentwicklung eine zu große Setzungsprognose für in situ Bedingungen ergeben. Eine Berücksichtigung der Strukturentwicklung würde die Setzungsprognose verbessern. Es ist somit durchaus möglich, dass dünne Laborproben das gleiche EOP-Verhalten aufweisen wie dicke in situ Bodenschichten. Dies lässt sich auf die oben erwähnte stärkere Strukturentwicklung bei niedrigen Dehnungsgeschwindigkeiten zurückführen. LEROU-EIL folgert daher, dass je nach Anwendungsfall ohne Berücksichtigung einer Strukturentwicklung die eine oder andere Hypothese sinnvoll ist.

Nach dem heutigen Wissensstand ist davon auszugehen, dass Kriechen und damit Sekundärsetzungen schon während der Primärkonsolidation auftreten. Die Gültigkeit von Hypothese A ist damit hinfällig. Die Intensität des Kriechens während der Primärkonsolidation im Vergleich zum Zustand ohne Porenwasserüberdruck mag aber geringer sein, sodass Hypothese B nur eingeschränkt gültig ist. Diese geringere Intensität des Kriechens lässt sich nach LEROUEIL (1995) auf die Entstehung einer sehr starken Struktur bei niedrigen Dehnungsgeschwindigkeiten, die häufig bei dicken Proben bzw. in situ vorkommen, zurückführen. Die in diesem und in den folgenden Kapiteln vorgestellten Stoffgesetze gehen von der Gültigkeit der Hypothese B aus.

#### **4.3.3 Der Erdruhedruckbeiwert** *K*<sup>0</sup> als Funktion der Zeit

SCHMERTMANN (1983) beschäftigt sich mit der Frage der Entwicklung des Erdruhedruckbeiwerts  $K_0$  in Abhängigkeit von der Zeit bei konstanter, oedometrischer Belastung. Eine Umfrage unter Kollegen ergibt keine einheitliche Meinung. Dabei ist zu beachten, dass jeder Kollege seine Erfahrungen mit den von ihm untersuchten Böden berücksichtigt. Ein Anstieg des Erdruhedruckbeiwerts  $K_0$  mit der Zeit ist die am stärksten vertretene Meinung (50%). Die theoretische Begründung dafür ist die Annahme eines viskosen Materialverhaltens, bei dem in Folge des Abbaus von Scherspannungen zwischen den einzelnen Bodenteilchen bei konstanter effektiver Vertikalspannung  $\sigma'_v$ die effektive Horizontalspannung  $\sigma'_h$  ansteigen muss. Diese Meinung wird in der vorliegenden Arbeit vertreten. Einen konstanten Erdruhedruckbeiwert erwarten diejenigen (28%), welche elastisches Materialverhalten mit einer konstanten Querdehnzahl  $\nu$  voraussetzen. Die am schwächsten vertretene Meinung geht von einer Verringerung des Erdruhedruckbeiwerts  $K_0$  mit der Zeit aus (12, 5%). Der häufig bei in situ und im Labor konsolidierten Tonen beobachtete Anstieg der Scherfestigkeit und der Steifigkeit mit der Zeit liefert die theoretische Begründung für diese Aussage. Es wird dabei davon ausgegangen, dass eine höhere Festigkeit einen geringeren Erdruhedruckbeiwert zur Folge hat. Eine kleine Gruppe (9, 5%) trifft keine Aussage über das zeitliche Verhalten des Erdruhedruckbeiwerts  $K_0$ . In den vier Diskussionsbeiträgen (NAGARAJ (1984), MCRO-BERTS (1984), SOYDEMIR (1984) sowie Allam und Sridharan (1984)) zum Beitrag von SCHMERTMANN (1983) werden alle drei unterschiedlichen Meinungen erneut vertreten. SCHMERTMANN (1984) weist in seiner Schlussbesprechung nochmals darauf hin, dass je nach Betrachtungsweise alle drei Möglichkeiten richtig sind.

In Laborversuchen zur Bestimmung der zeitlichen Entwicklung des Erdruhedruckbeiwerts  $K_0$  bei normalkonsolidierten Böden lassen sich nur zwei der oben erwähnten drei theoretischen Möglichkeiten nachweisen. So zeigen Versuche von THOMPSON (1963) und VUAILLAT (1980) an normalkonsolidiertem aufbereitetem Ton noch nach sehr langer Zeit einen unveränderten Erdruhedruckbeiwert  $K_0$  (FLAVIGNY UND NOVA (1990)). Dieses Verhalten bestätigt SCHERZINGER (1991) an leicht- bis mittelplastischen Seetonen. HOLTZ UND JAMIOLKOWSKI (1985) stellen ebenfalls einen konstanten Erdruhedruckbeiwert  $K_0$  für normal- und überkonsolidierten Ton fest. JAMIOLKOWSKI U.A. (1985) zeigen aber auch, dass der Erdruhedruckbeiwert  $K_0$  für ungestörte und wiederaufbereitete organische, schluffige Tone je logarithmischer Dekade ungefähr um 1% (Zeit in Minuten gemessen) ansteigt. Dieses Verhalten bestätigt LACERDA (1977) anhand von Laborversuchen an ungestörten Proben des San Fransisco Bay Mud. Er stellt einen Anstieg um ungefähr 10% innerhalb einer logarithmischen Dekade (Zeit in Minuten gemessen) fest. Ein ähnliches Ergebnis registrieren MESRI UND CASTRO (1987) an vier ausgeprägt plastischen Böden. Der Erdruhedruckbeiwert  $K_0$  steigt bei ihren Versuchen um 2% bis 7% je logarithmischer Dekade (Zeit in Minuten gemessen) an. Einen Anstieg des Erdruhedruckbeiwerts  $K_0$  um etwa 2,5% je logarithmischer Dekade (Zeit in Sekunden gemessen) dokumentiert KRIEG (2000) für eine Mudde. Er verwendet dabei die gleiche Versuchstechnik wie SCHERZINGER (1991). Dass die in Laborversuchen gewonnenen Erkenntnisse von der Mess- und Versuchstechnik abhängen können, zeigen YASUHARA UND UE (1983). Sie stellen für einen Ton in Oedometerversuchen keinen Anstieg des Erdruhedruckbeiwerts  $K_0$  fest. In einem modifizierten Triaxialgerät hingegen beobachten sie für den gleichen Boden einen Anstieg des Erdruhedruckbeiwerts  $K_0$ .

KAVAZANJIAN UND MITCHELL (1984) sind der Meinung, dass der Erdruhedruckbeiwert  $K_0$  für normalkonsolidierte und leicht überkonsolidierte Tone, für die  $K_0 < 1$ gilt, mit der Zeit zunimmt. Sie gehen davon aus, dass in geologischen Zeiträumen der Erdruhedruckbeiwert letztlich  $K_0 = 1$ , d. h. einen hydrostatischen Spannungszustand erreicht, da dieser wegen nicht vorhandener Schubspannungen ein Zustand minimaler Energie ist. Belegt wird der zeitliche Anstieg des Erdruhedruckbeiwerts  $K_0$  mit Laborversuchen und theoretisch mit der in Kapitel 3 vorgestellten Gleichung 3.3 von SINGH UND MITCHELL. Des Weiteren vertreten KAVAZANJIAN UND MITCHELL die Auffassung, dass der Erdruhedruckbeiwert  $K_0$  bei überkonsolidierten Tonen, für die  $K_0 > 1$  gilt, mit der Zeit abnimmt. Auch in diesem Fall gehen sie von einem Erdruhedruckbeiwert von  $K_0 = 1$  aus, der sich in geologischen Zeiträumen einstellt.

Eine Herleitung für die Entwicklung des Erdruhedruckbeiwerts  $K_0$  findet sich bei NO-VA (1985) sowie MESRI UND CASTRO (1987). NOVA leitet den Anstieg des Erdruhedruckbeiwerts  $K_0$  mit der Zeit aus einem elasto/viskoplastischen Stoffgesetz ab. Je nach Parameterwahl prognostiziert das Modell einen Anstieg von 5% bis 12%. Dieser wird innerhalb von wenigen logarithmischen Dekaden erreicht. Eine Zunahme des Erdruhedruckbeiwerts  $K_0$  mit log t in Abhängigkeit des Verhältnisses  $C^*_{\alpha}/C^*_c$  schlagen MESRI UND CASTRO in ihrem empirischen Ansatz vor (vgl. Gleichung 4.42). Der Anstieg beträgt dabei nach Angaben von MESRI UND CASTRO im Gegensatz zu ihren Versuchsresultaten je nach Parameterwahl nur 1, 4% bis 3, 1% je logarithmischer Dekade. Kleine Unzulänglichkeiten in der Versuchstechnik bedingen ihrer Meinung nach den Unterschied.

$$K_0 = [K_0]_p \left(\frac{t}{t_p}\right)^{\frac{C_{\alpha}^*}{C_c^*}\sin\varphi'} \quad \text{mit der Annahme} \quad K_0 = K_{0nc} \cdot OCR^{\sin\varphi'} \tag{4.42}$$

In Gleichung 4.42 ist  $[K_0]_p$  der Erdruhedruckbeiwert für normalkonsolidierte Böden und  $t_p$  die Zeit am Ende der Primärkonsolidation. Der Term  $\frac{C_r^*}{C_c^*}$  führt den Wiederbelastungsbeiwert  $C_r^*$  ein, der im  $C_{\alpha}^*/C_c^*$ <sup>19</sup> Konzept von MESRI UND CASTRO (1987) eigentlich nicht verwendet wird.

Für weiche Böden lässt sich schlussfolgern, dass der Erdruhedruckbeiwert  $K_0$  zumindest bei stark viskosen Böden wie z. B. normalkonsolidierten, ausgeprägt plastischen Tonen sowie organischen Böden mit der Zeit ansteigen kann.

#### 4.3.4 Die Vorkonsolidationsspannung $\sigma_p$ als Funktion der Zeit

Betrachtet man die Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  nicht nur als eine Funktion der höchsten wirksamen Spannung  $\sigma'$  (CASAGRANDE (1936)), sondern auch als eine Funktion der Zeit und weiterer Faktoren, so ergibt sich zwangsläufig die Frage nach der korrekten versuchstechnischen Ermittlung. Verschiedene Bestimmungsmöglichkeiten der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  aus Versuchsergebnissen werden in Unterabschnitt 4.2.3 besprochen. Zusätzlich zu den durch die Bestimmung bedingten Unterschieden kann die Versuchswahl eine Rolle bei der Ermittlung der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  spielen. LEROUEIL U. A. (1983A) zeigen einen Vergleich von unterschiedlichen Labor- und Feldversuchen zur Ermittlung der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  eines Tones. Sie stellen fest, dass der Oedometerversuch mit einem Belastungsinkrementverhältnis<sup>20</sup> von  $\Delta P/P = 0.5$  und einer Belastungsdauer von 24 Stunden die geringste Vorkonsolidationsspannung ergibt. Diese entspricht aufgrund der niedrigen Dehnungsgeschwindigkeit, welche am ehesten den in situ Bedingungen entspricht, in etwa der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$ , die in situ vorliegt. Alle anderen Versuche (Oedometerversuche mit konstanter Vorschubgeschwindigkeit (Dehnungsgeschwindigkeit), Oedometerversuche mit konstantem Porenwasserdruckgradienten, Oedometerversuche mit einer Belastungsdauer bis zum Ende der Primärkonsolidation, Oedometerversuche mit nur einer Lastaufbringungsstufe, deren Spannung ca. 1,5 bis 3 mal größer ist als die zu erwartende Vorkonsolidationsspannung, sowie anisotrope Konsolidationsversuche  $(\sigma'_h/\sigma'_v = K_0 = 0, 5)$  in einem Triaxialgerät mit einer Belastungsdauer je Laststufe von 24 Stunden zur Bestimmung der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$ ) liefern höhere Vorkonsolidationsspannungen. Dies lässt sich durch die höheren Dehnungsgeschwindigkeiten, die den Versuchen zugrunde liegen, erklären (vgl. z. B. SÄLLFORS (1975)).

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup>Der Asterik (Stern) wird erneut verwendet, um die andersartige Definition der Parameter im Vergleich zur klassischen Definition zu verdeutlichen.

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup>Das Belastungsinkrementverhältnis beschreibt das Verhältnis des aufzubringenden Lastinkrements zur aktuellen Last.

Zwei weitere Arbeiten von MORIN U. A. (1983) sowie LEROUEIL U. A. (1983B) befassen sich mit derselben Thematik. Es wird darin der gleiche Ton mit Proben von unterschiedlichen Entnahmestellen betrachtet. Eine Darstellung von verschiedenen Möglichkeiten der Ermittlung der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  durch Feldversuche findet sich bei MORIN U. A. (1983). Einen Überblick über die unterschiedlichen Laborversuche und ihre Ergebnisse geben LEROUEIL U. A. (1983B). Ihre Arbeit schließt mit der Angabe von Korrekturfaktoren für die Vorkonsolidationsspannung aus unterschiedlichen Laborversuchen im Verhältnis zur in situ Vorkonsolidationsspannung ab.

Auch andere Literaturstellen zeigen, dass der Wert der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  bei weichen Böden mit von der Versuchsart bzw. -durchführung abhängt. Diese Tatsache lässt sich auf das zeit- bzw. geschwindigkeitsabhängige Materialverhalten weicher Böden zurückführen. Je höher die Belastungsgeschwindigkeit bei kraftgesteuerten Versuchen bzw. je höher die Dehnungsgeschwindigkeit bei weggesteuerten Versuchen, desto größer ist die ermittelbare Vorkonsolidationsspannung. Die Vorkonsolidationsspannung ist somit nicht nur von der Belastungsvorgeschichte (CASAGRANDE (1936)) abhängig, sondern auch von der aktuellen Dehnungsgeschwindigkeit bzw. der Belastungsdauer. Eine korrekte Zustandsbeschreibung des Bodens über die Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  bzw. das Überkonsolidierungsverhältnis  $OCR = \frac{\sigma'}{\sigma_p}$  ist somit ungeeignet. Es sei denn, man würde die beiden Kenngrößen an eine einheitliche Dehnungsgeschwindigkeit bzw. eine einheitliche inkrementelle Versuchsdurchführung<sup>21</sup> im Oedometer koppeln.

Eine theoretische Herleitung der Entwicklung des Überkonsolidationsverhältnisses OCR und damit der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  mit der Zeit gibt NOVA (1985).

$$OCR = \frac{\sigma_p}{\sigma'} = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{\lambda_{\alpha}}{\lambda - B_0}}$$
(4.43)

In Gleichung 4.43 lässt sich  $\lambda_{\alpha}$  aus dem klassischen Kriechbeiwert  $C_{\alpha}$ ,  $B_0$  aus dem klassischen Schwellbeiwert  $C_s$  und  $\lambda$  aus dem klassischen Kompressionsbeiwert  $C_c$  herleiten.  $t_0$  ist eine Referenzzeit, ab der die effektive Spannung  $\sigma'$  aktiv ist.

Eine ähnliche Gleichung schlagen MESRI UND CASTRO (1987) vor.

$$OCR = \frac{\sigma_{vc}'}{\sigma_{vi}'} = \left(\frac{t}{t_p}\right)^{\frac{C_n}{\frac{C_r^*}{C_c^*}}}$$
(4.44)

 $\sigma'_{vc}$  ist darin die Vorkonsolidationsspannung in Folge der mit der Zeit entstehenden Sekundärsetzungen.  $\sigma'_{vi}$  ist die Vorkonsolidationsspannung zum Beginn der Sekundärsetzung, d. h. zum Zeitpunkt  $t_p$  am Ende der Primärkonsolidation. Der Term  $\frac{C_r^*}{C_c^*}$  führt den Wiederbelastungsbeiwert  $C_r^*$  ein, der im  $C_{\alpha}^*/C_c^*$ <sup>22</sup> Konzept von MESRI UND CASTRO

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup>Unter einer einheitlichen inkrementellen Versuchsdurchführung im Oedometer wird die allgemeingültige eindeutige Festlegung von Laststufendauer, Probenhöhe sowie Drainagerandbedingungen verstanden.

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup>Der Asterik (Stern) wird erneut verwendet, um die andersartige Definition der Parameter im Vergleich zur klassischen Definition zu verdeutlichen.



Abbildung 4.19: Graphische Darstellung der Gleichung 4.45 von MURAKAMI (1979).

(1987) eigentlich nicht verwendet wird.

Beide Ansätze lassen sich auf eine Formulierung von MURAKAMI (1979)<sup>23</sup> zurückführen, der das Isochronen-Konzept von BJERRUM (1967) verwendet.

$$\sigma_{eq}' = \sigma' \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{C_\alpha}{C_c - C_r}} \qquad \text{mit} \qquad t > t_0 \tag{4.45}$$

Er stellt fest, dass jeder Spannungszustand  $\sigma'$  auf einen äquivalenten Spannungszustand  $\sigma'_{eq}$ , der auf einer Referenzisochronen  $t_0$  liegt, zurückgeführt werden kann. Die äquivalente Spannung steigt unter konstanter effektiver Spannung  $\sigma'$  mit der Zeit t in Folge der Entstehung von Sekundärsetzungen an. Bei einer erneuten Belastung reagiert der Boden wesentlich steifer. Er verhält sich, als ob er unter einer Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p \approx \sigma'_{eq}$  bereits konsolidiert wäre. Dieser Effekt tritt in situ bei weichen Böden, die sich z. T. in geologischen Zeiträumen unter ihrem Eigengewicht verfestigt haben, auf. Dieser Vorgang wird im Sinne von BJERRUM (1967) als Bodenalterung bezeichnet. Eine graphische Darstellung von Gleichung 4.45 ist in Abbildung 4.19 zu sehen.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die Wahl einer eindeutigen Referenzisochrone sowohl für die versuchstechnische Bestimmung als auch für die Verwendung in einem geeigneten Stoffgesetz unbedingt notwendig ist. Nur unter dieser Voraussetzung

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup>MURAKAMI verwendet in seiner Originalgleichung  $p'_0$  an Stelle von  $\sigma'_{eq}$ ,  $p'_1$  an Stelle von  $\sigma'$  sowie  $t_1$  an Stelle von t.

kann die Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  als eine Zustandsvariable verwendet werden.

KRIEG (2000) untersucht weiche Böden, bei denen er die Unabhängigkeit der Spannungs-Dehnungs- bzw. Spannungs-Porenzahl-Beziehung von der Geschwindigkeitsgeschichte bei eindimensionaler Kompression nachweist. Der Zustand eines weichen Bodens lässt sich folglich durch zwei der drei Größen  $\sigma'$ ,  $\varepsilon$  sowie  $\dot{\varepsilon}$  eindeutig beschreiben. Demzufolge repräsentiert jede Isotache <sup>24</sup> die aktuelle Dehnungsgeschwindigkeit in einem Oedometerversuch, unabhängig wie sie erreicht wurde und somit unabhängig von der Versuchsphase (z. B. Kriech- oder Relaxationsphase). Er bezeichnet diese Tatsache als *erweitertes swept out memory Verhalten* (ESOM-Verhalten). Diese Bezeichnung geht auf das von GUDEHUS U. A. (1977) ursprünglich für geschwindigkeitsunabhängige Sande postulierte *swept out memory Verhalten* (SOM-Verhalten) zurück. Für triaxiale Kompression folgert KRIEG, dass das ESOM-Verhalten ebenfalls gültig ist. Durch das Differenzieren der Formulierung KEVERLING BUISMANS (Gleichung 4.27) erhält man.

$$\dot{\varepsilon} = \frac{C_B}{t} = \frac{C_B}{t_p + t'} \qquad \text{mit} \qquad t > t_p \quad \text{bzw.} \quad t' > 0 \tag{4.46}$$

Die Dehnungsgeschwindigkeit ist folglich umgekehrt proportional zur Zeit  $t = t_p + t'$ . Eine Alternative zur Verwendung einer eindeutigen Referenzisochrone ist die Verwendung einer Referenzisotache, da jede Isotache zugleich auch eine Isochrone und umgekehrt ist. Es gilt die folgende Beziehung zwischen Isotachen  $\dot{\varepsilon}_i$  und Isochronen  $t_i$ .

$$\frac{\dot{\varepsilon}_0}{\dot{\varepsilon}_i} = \frac{t_i}{t_0} \tag{4.47}$$

#### 4.4 Neues differentielles eindimensionales Stoffgesetz

Die im Abschnitt zuvor aufgeführten Formulierungen für die eindimensionale Kompression mit Viskosität (Kriechen) haben einen entscheidenden Nachteil. Sie sind alle in ihrer Anwendungsmöglichkeit begrenzt, da mit ihrer Hilfe nur Porenzahländerungen bzw. Dehnungen ermittelt werden können, die in Folge einer plötzlich aufgebrachten Last entstehen. Die Porenzahländerung bzw. Dehnung, welche durch eine mit der Zeit veränderliche Last entsteht, ist nicht exakt ermittelbar. Für die praktische Anwendung ist es aber erwünscht, eine differentielle Formulierung aufzustellen. Eine differentielle Formulierung würde Berechnungen mit beliebiger Belastungsgeschichte ermöglichen. Im Folgenden wird auf der Grundlage der Arbeit von DEN HAAN (1994) eine Differentialgleichung hergeleitet, die diese Eigenschaft erfüllt.

Die Dehnungsanteile der Gleichung 4.40 lassen sich in einen elastischen (Index *el*) und einen elastoplastischen (Index *elpl*) Anteil, die beide zusammen den Dehnungsanteil der Primärkonsolidation ergeben, sowie einen viskoplastischen (Index *vis*) Anteil aufteilen. Die initiale Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  wird auf die Referenzisochrone  $\tau_p$ , die der immanenten Zeit am Ende der Primärkonsolidation entspricht, bezogen. Eine graphische Darstellung der einzelnen Anteile zeigt Abbildung 4.20.

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup>Eine Isotache ist eine Linie mit konstanter Dehnungsgeschwindigkeit bzw. Vorschubgeschwindigkeit.


Abbildung 4.20: Graphische Darstellung der Dehnungsanteile der Gleichungen 4.48 bzw. 4.49 in einem idealisierten halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon^{el} + \varepsilon^{elpl} + \varepsilon^{vis} = \int_0^t \dot{\varepsilon} dt$$
  
=  $\varepsilon_0 + A \ln \frac{\sigma_{p0}}{\sigma_0} + B \ln \frac{\sigma'}{\sigma_{p0}} + C \ln \frac{\tau_p + t'}{\tau_p}$  mit  $t' > 0$  (4.48)

In Gleichung 4.48 und im Folgenden wird der Index 'H' zur Bezeichnung der logarithmischen bzw. natürlichen Dehnungen der Übersichtlichkeit wegen weggelassen. Im Allgemeinen können auch alle Gleichungen in diesem Abschnitt mit der ingenieurmäßigen Dehnungsdefinition verwendet werden, wenn die Dehnungen nicht zu groß werden (kleiner gleich 10%).

Die Umformung der Gleichung 4.48 erlaubt eine andere Aufteilung der Dehnungsanteile in einen elastischen (Index *el*) und einen plastischen (Index *pl*) Anteil. Die beiden ergeben zusammen den Dehnungsanteil der Primärkonsolidation sowie einen viskoplastischen Anteil (Index *vis*). Siehe dazu auch Abbildung 4.20.



Abbildung 4.21: Graphische Darstellung von Gleichung 4.50 in einem idealisierten halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon^{el} + \varepsilon^{pl} + \varepsilon^{vis} = \int_0^t \dot{\varepsilon} dt$$
  
=  $\varepsilon_0 + A \ln \frac{\sigma'}{\sigma_0} + (B - A) \ln \frac{\sigma'}{\sigma_{p0}} + C \ln \frac{\tau_p + t'}{\tau_p}$  mit  $t' > 0$  (4.49)

Die versuchstechnisch nur mit großem Aufwand zu ermittelnde Referenzisochrone der immanenten Zeit  $\tau_p$  am Ende der Primärkonsolidation wird bei der Formulierung von Gleichung 4.50 durch eine zunächst beliebige Referenzisochrone der immanenten Zeit  $\tau > \tau_p$  ersetzt. Die folgende Gleichung ist in Abbildung 4.21 graphisch dargestellt.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon^{el} + \varepsilon^{pl} + \varepsilon^{vis} = \int_0^t \dot{\varepsilon} dt$$
  
=  $\varepsilon_0 + A \ln \frac{\sigma'}{\sigma_0} + (B - A) \ln \frac{\sigma_{pp}}{\sigma_{p0}} + C \ln \frac{\tau_p + t'}{\tau_p}$  mit  $t' > 0$  (4.50)

Die initiale Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  wird in Gleichung 4.50 auf die neue Referenzisochrone  $\tau$  bezogen.  $\sigma_{pp}$  entspricht der Vorkonsolidationsspannung am Ende der Primärkonsolidation, die ebenfalls auf die neue Referenzisochrone  $\tau$  bezogen ist.

Die Einführung der aktuellen Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  zu einem beliebigen Zeitpunkt  $t > t_p$  erlaubt eine Zusammenfassung der beiden letzten Terme der Gleichung 4.50. Der viskoplastische Dehnungsanteil nach Ende der Primärkonsolidation wird dabei über den Anstieg der aktuellen Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  mit der Zeit berücksichtigt.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon^{el} + \varepsilon^{vis} = \int_0^t \dot{\varepsilon} dt$$
  
=  $\varepsilon_0 + A \ln \frac{\sigma'}{\sigma_0} + (B - A) \ln \frac{\sigma_p}{\sigma_{p0}}$  mit  $\sigma_p = \sigma_{p0} \exp \frac{\varepsilon^{vis}}{B - A}$  (4.51)

Gleichung 4.51 entspricht dem Isochronen-Konzept von BJERRUM (1967), bei dem die aktuelle Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  von der mit der Zeit zunehmenden Kriechdehnung abhängt. Die Gesamtdehnung gliedert sich nur noch in einen elastischen und einen viskoplastischen Anteil (vgl. CHRISTIE UND TONKS (1985)). Alle nicht elastischen Dehnungen sind somit zeitabhängig. Der plastische Anteil der Dehnungen in den Gleichungen 4.49 und 4.50 kann demnach als viskoplastischer Anteil während der Primärkonsolidation aufgefasst werden. Durch Gleichsetzen der Gleichungen 4.50 und 4.51 erhält man folgende Beziehung.

$$C\ln\frac{\tau_p+t'}{\tau_p} = (B-A)\ln\frac{\sigma_p}{\sigma_{pp}}$$
 bzw.  $\left(\frac{\tau_p+t'}{\tau_p}\right)^C = \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_{pp}}\right)^{B-A}$  (4.52)

Mit der Annahme eines normalkonsolidierten Zustands auf der gewählten Referenzisochrone  $\tau$  folgt ein Überkonsolidationsverhältnis auf derselben von OCR = 1 ( $\sigma_p = \sigma'$ ). Der normalkonsolidierte Zustand wird in der Regel in einem Oedometerversuch (DIN 18135 E (1999)) dem Ende einer Laststufe zugeordnet. Eine Laststufe wird üblicherweise einen Tag konstant gehalten. Selbst bei ausgeprägt plastischen, sehr schwach durchlässigen Tonen ist nach ein bis zwei Stunden das praktische Ende der Primärkonsolidation im Oedometerversuch erreicht. Es kann also allgemein gültig nach einer Laststufendauer von einem Tag von einem normalkonsolidierten Zustand ausgegangen werden. Der Referenzisochrone  $\tau$  ist somit die Dauer einer Laststufe (ein Tag) zuzuordnen. Dies erlaubt eine einfache Bestimmung der initialen Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  im Bezug auf die Referenzisochrone  $\tau$  in einem üblichen Oedometerversuch. Die Wahl einer anderen Referenzisochrone wäre ebenfalls möglich. Die initiale Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  müsste dann im Bezug auf diese Referenzisochrone bestimmt werden. Es wäre folglich eine andere Laststufendauer im Oedometerversuch zu wählen. Eine höhere Laststufendauer würde die Referenzisochrone nach links verschieben, eine geringere nach rechts. In gleicher Weise würde die darauf bezogene initiale Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  kleiner bzw. größer werden.

Gleichung 4.52 stellt sich mit Einführung der Referenzisochrone  $\tau$ , auf der  $\sigma_p = \sigma'$  gilt, wie folgt dar.

$$C\ln\frac{\tau}{\tau_p} = (B-A)\ln\frac{\sigma'}{\sigma_{pp}}$$
 bzw.  $\left(\frac{\tau}{\tau_p}\right)^C = \left(\frac{\sigma'}{\sigma_{pp}}\right)^{B-A}$  (4.53)

Die Annahme eines normalkonsolidierten Zustands ( $\sigma_p = \sigma'$ ) auf der Referenzisochrone  $\tau$ , der sich auf einen Oedometerversuch mit eintägiger Laststufensteigerung zurückführen lässt, wird durch die Untersuchungen von LEROUEIL U. A. (1983A) bzw. LEROUEIL U. A. (1983B) unterstützt. Sie zeigen, dass die initiale Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  aus Oedometerversuchen mit einer Laststufendauer von einem Tag am ehesten der in situ ermittelbaren Vorkonsolidationsspannung entspricht, sodass ein direkter Vergleich möglich ist.

Aufgrund der Referenzzeitverschiebung  $t_r$  (siehe Unterabschnitt 4.3.1) entspricht die immanente Zeit  $\tau = t - t_r$  nicht exakt einem Tag. Die Referenzzeitverschiebung  $t_r$  ist aber abhängig von der Bodenart, sodass  $\tau$  eigentlich für jede Bodenart festzulegen wäre. Die Referenzzeitverschiebung  $t_r$  ist immer kleiner als die Konsolidationszeit  $t_p$ , die im Oedometerversuch maximal ein bis zwei Stunden entspricht. Folglich ist die Referenzzeitverschiebung  $t_r$  im Verhältnis zur Laststufendauer t = 1 Tag in einem üblichen Oedometerversuch sehr gering. Die Referenzisochrone  $\tau$  kann somit der Einfachheit halber für weiche Böden als ein Tag gewählt werden.

Aus Gleichung 4.51 erhält man folgende Differentialgleichung.

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^{el} + \dot{\varepsilon}^{vis} = A\frac{\dot{\sigma}'}{\sigma'} + (B - A)\frac{\dot{\sigma}_p}{\sigma_p} \quad \text{mit} \quad \dot{\sigma}_p = \sigma_p \frac{\dot{\varepsilon}^{vis}}{B - A} \tag{4.54}$$

Die Gesamtdehnungsgeschwindigkeit hängt somit von der Änderung der effektiven Spannung  $\dot{\sigma}'$  sowie der Änderung der aktuellen Vorkonsolidationsspannung  $\dot{\sigma}_p$  ab.

Die viskoplastische Dehnungsgeschwindigkeit lässt sich aber auch aus dem viskoplastischen Anteil der Gleichungen 4.48 bis 4.50 ermitteln.

$$\dot{\varepsilon}^{vis} = \frac{C}{\tau_p + t'} \qquad \text{mit} \qquad t' > 0 \tag{4.55}$$

Gleichung 4.55 ist nur für Zustände nach dem praktischen Ende der Primärkonsolidation gültig. Im Folgenden wird eine Umformung vorgenommen, die eine allgemein gültige Aussage über die viskoplastische Dehnungsgeschwindigkeit zulässt. Setzt man Gleichung 4.52 in Gleichung 4.55 ein, so erhält man.

$$\dot{\varepsilon}^{vis} = \frac{C}{\tau_p} \left(\frac{\sigma_{pp}}{\sigma_p}\right)^{\frac{B-A}{C}} \quad \text{mit} \quad \sigma_p = \sigma_{p0} \exp \frac{\varepsilon^{vis}}{B-A} \quad \text{wobei} \quad \varepsilon^{vis} = \int_0^t \dot{\varepsilon}^{vis} dt \qquad (4.56)$$

In diese Gleichung kann Gleichung 4.53 eingesetzt werden, um  $\tau_p$  und  $\sigma_{pp}$  zu eliminieren.

$$\dot{\varepsilon}^{vis} = \frac{C}{\tau} \left(\frac{\sigma'}{\sigma_p}\right)^{\frac{B-A}{C}} \quad \text{mit} \quad \sigma_p = \sigma_{p0} \exp \frac{\varepsilon^{vis}}{B-A} \quad \text{wobei} \quad \varepsilon^{vis} = \int_0^t \dot{\varepsilon}^{vis} dt \tag{4.57}$$

Gleichung 4.57 ist für jeden Zustand allgemein gültig, da die immanente Zeit  $\tau_p$  eliminiert wurde. Es ist nur notwendig, eine geeignete Referenzisochrone  $\tau$  zu bestimmen, auf die die aktuelle Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  bzw. die initiale Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  bezogen wird. Diese Referenzisochrone entspricht üblicherweise einem Tag. Die gesamte Dehnungsgeschwindigkeit lässt sich somit wie folgt bestimmen.

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^{el} + \dot{\varepsilon}^{vis}$$

$$= A \ln \frac{\dot{\sigma}'}{\sigma'} + \frac{C}{\tau} \left(\frac{\sigma'}{\sigma_p}\right)^{\frac{B-A}{C}} \quad \text{mit} \quad \sigma_p = \sigma_{p0} \exp \frac{\varepsilon^{vis}}{B-A} \quad (4.58)$$

$$\text{wobei} \quad \varepsilon^{vis} = \int_0^t \dot{\varepsilon}^{vis} dt$$

Mit der Differentialgleichung 4.59 ist es möglich, beliebige Belastungsgeschichten zu simulieren. Der Parameter *A* wird als modifizierter Wiederbelastungsbeiwert, *B* als modifizierter Kompressionsbeiwert und *C* als modifizierter Kriechbeiwert bezeichnet. Eine Umrechnung der klassischen Beiwerte  $C_r$ ,  $C_c$  und  $C_{\alpha}$  in die modifizierten Beiwerte ist in Gleichung 4.41 angegeben.  $\sigma'$  ist die aktuelle effektive Spannung und  $\sigma_p$  die aktuelle Vorkonsolidationsspannung. Die immanente Zeit  $\tau$  entspricht in allen Berechnungen in dieser Arbeit einem Tag.

STOLLE U. A. (1999) zeigen die Anpassung von  $\tau$  an eine gegebene initiale Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  eines Oedometerversuchs mit konstanter Vorschubgeschwindigkeit. Sie zeigen auch, dass für  $\tau = 1$  Tag eine Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  gefunden werden kann, die genau die gleichen Berechnungsergebnisse liefert. Es ist also nur die konsistente Wahl der Referenzisochrone  $\tau$  und der zugehörigen Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  entscheidend.

Durch das Gleichsetzen von Gleichung 4.55 mit Gleichung 4.57 lässt sich auch eine Beziehung für die aktuelle Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  in Abhängigkeit von der effektiven Spannung  $\sigma'$  und der reinen Kriechzeit t' herleiten, die den im Unterabschnitt 4.2.3 angeführten Beziehungen entspricht.

$$OCR = \frac{\sigma_p}{\sigma'} = \left(\frac{\tau_p + t'}{\tau}\right)^{\frac{C}{B-A}}$$
(4.59)

Weitere Arbeiten mit ähnlichen differentiellen eindimensionalen Ansätzen sind bei YIN UND GRAHAM (1989) und NIEMUNIS UND KRIEG (1996) zu finden.

## Kapitel 5

## Isotropes dreidimensionales Materialverhalten

In diesem Kapitel werden zunächst isotrop formulierte dreidimensionale Stoffgesetze für weiche Böden aufgeführt, die viskoses Materialverhalten nicht berücksichtigen. Aufgrund der Vielzahl der existierenden Stoffgesetze wird bewusst eine begrenzte Auswahl getroffen. Daran anschließend wird auf Stoffgesetze eingegangen, die viskoses Materialverhalten berücksichtigen. Ein Anspruch auf Vollständigkeit wird dabei nicht erhoben. Der letzte Abschnitt befasst sich mit der Erweiterung des in Kapitel 4 vorgestellten differentiellen eindimensionalen Stoffgesetzes auf allgemeine dreidimensionale Zustände. Das dadurch erhaltene elasto/viskoplastische, isotrop formulierte dreidimensionale Stoffgesetz wird als *Soft-Soil-Creep* Modell bezeichnet.

#### 5.1 Dreidimensionale Formulierungen ohne Viskosität

Das wohl bekannteste und einfachste Stoffgesetz zur Beschreibung von Spannungs-Dehnungs-Beziehungen ist das HOOKESCHE Gesetz.

$$\sigma' = \mathbf{D}\varepsilon \tag{5.1}$$

mit

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^{el} = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0\\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0\\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu \end{bmatrix}$$
(5.2)

Das HOOKESCHE Gesetz ist ein elastisches Stoffgesetz vom CAUCHY Typ. In diesen Stoffgesetzen wird die Annahme getroffen, dass der aktuelle Spannungszustand nur vom aktuellen Dehnungszustand abhängt oder umgekehrt. Das Materialverhalten ist somit reversibel und unabhängig vom Spannungspfad. Die elastische Stoffmatrix **D**, die mit Hilfe des Elastizitätsmoduls *E* und der Querdehnzahl  $\nu$  aufgestellt ist, verknüpft den Dehnungsvektor  $\varepsilon$  mit dem Spannungsvektor  $\sigma'$ .

Auf die Vorstellung weiterer Stoffgesetze im Rahmen der Elastizitätstheorie (elastischer CAUCHY Typ, hyperelastische und hypoelastische Stoffgesetze) wird bewusst ver-



Abbildung 5.1: Schematische Darstellung der Fließfläche für einen ebenen Spannungsraum.

zichtet. Stattdessen wird auf die Arbeiten von SCHAD (1992) und ZHOU (1997) verwiesen.

In der Bodenmechanik ist das neben dem HOOKESCHEN Gesetz wohl am häufigsten verwendete Stoffgesetz das MOHR-COULOMBSCHE Stoffgesetz. Es ist im Rahmen der klassischen Plastizitätstheorie formuliert. Die Trennung von elastischen (reversiblen) und plastischen (irreversiblen) Dehnungsgeschwindigkeiten erfolgt dabei mittels einer Fließbedingung, wobei F als Fließfunktion bezeichnet wird.

$$F(\boldsymbol{\sigma}') = 0 \tag{5.3}$$

Die Fließbedingung definiert im Spannungsraum eine Fläche, die als Fließfläche bezeichnet wird (Abbildung 5.1). Spannungszustände, die innerhalb der Fließfläche liegen (F < 0), verursachen nur elastische Dehnungen. Dieser Bereich wird als elastischer Bereich bezeichnet. Spannungszustände auf der Fließfläche (F = 0) verursachen plastische Dehnungen. Spannungszustände außerhalb der Fließfläche (F > 0) sind nur bei Materialien mit Verfestigungsverhalten zulässig und verursachen ebenfalls plastische Dehnungen. Das plastische Fließen, welches in Folge der Verfestigung eintritt, führt dazu, dass die Fließfläche sich so weit verändert, bis die Fließbedingung (F = 0) wieder hergestellt ist. Die Verfestigung hat folglich Auswirkungen auf die Größe, die Form und die Lage der Fließfläche. Das Verfestigungsgesetz wird durch die Verwendung von Verfestigungsparametern in der Fließbedingung aufgestellt.

$$F\left(\boldsymbol{\sigma}',\mathbf{h}\right) = 0 \tag{5.4}$$

Der Vektor **h** in Gleichung 5.4 fasst die Verfestigungsparameter zusammen. Die Verfestigungsparameter sind im Allgemeinen Funktionen der plastischen Verformungsgeschichte. Es kann u. a. zwischen Arbeits- und Dehnungsverfestigung unterschieden werden. Der Verfestigungsparameter ist bei der Arbeitsverfestigung eine Funktion der plastischen Arbeit, bei der Dehnungsverfestigung eine Funktion aller Komponenten bzw. einzelner Komponenten der plastischen Dehnung.

Des Weiteren wird zwischen isotroper <sup>1</sup>, anisotroper <sup>2</sup> und kinematischer <sup>3</sup> Verfestigung unterschieden. Eine Kombination von zwei oder allen drei Verfestigungsarten ist möglich.

Zur Beschreibung der plastischen Dehnungen wird noch eine Fließregel benötigt, die die Richtung der plastischen Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\varepsilon}^{pl}$  festlegt. Die Fließregel kann mit Hilfe des plastischen Potentials  $g(\sigma') = 0$  aufgestellt werden.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \tag{5.5}$$

In Gleichung 5.5 ist  $\lambda$  ein Skalar, der die absolute Größe der plastischen Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\varepsilon}^{pl}$  festlegt. Er entspricht dem plastischen Multiplikator  $\dot{\lambda}$ . Im Fall rein elastischen Materialverhaltens gilt  $\dot{\lambda} = 0$ . Die Richtung wird durch die Differentiation des plastischen Potentials ( $g(\sigma') = 0$ ) nach den Spannungen bestimmt. Das Zusammenfallen des plastischen Potentials mit der Fließbedingung ( $g(\sigma') = F(\sigma')$ ) wird als assoziierte Fließregel bezeichnet. Eine nicht-assoziierte Fließregel liegt im Fall von  $g(\sigma') \neq F(\sigma')$  vor.

Anhand des DRUCKER-PRAGER Modells (DRUCKER UND PRAGER (1952)) sollen weitere Grundzüge der Plastizitätstheorie erläutert werden, bevor näher auf das MOHR-COULOMB Modell und weitere komplexere Modelle eingegangen wird. In der Plastizitätstheorie werden die Gesamtdehnungsgeschwindigkeiten additiv aus den elastischen und plastischen Dehnungsgeschwindigkeiten ermittelt (HILL (1950)).

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^{el} + \dot{\varepsilon}^{pl} \tag{5.6}$$

Da nur elastische Dehnungsgeschwindigkeiten effektive Spannungsänderungen verursachen, lassen sich die effektiven Spannungsgeschwindigkeiten wie folgt ausdrücken.

$$\dot{\sigma}' = \mathbf{D}^{el} \dot{\varepsilon}^{el} = \mathbf{D}^{el} \left( \dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^{pl} \right)$$
(5.7)

Der elastische Anteil wird im DRUCKER-PRAGER Modell nach dem HOOKESCHEN Gesetz beschrieben, sodass die elastische Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{D}^{el}$  durch Gleichung 5.2 angegeben ist.

Die Fließbedingung des DRUCKER-PRAGER Modells, welche die elastischen von den plastischen Dehnungen trennt, lässt sich unter Verwendung der ROSCOE-Variablen (siehe Kapitel 3) wie folgt aufstellen.

$$F = q - \alpha \left( p' + c' \cot \varphi' \right) \tag{5.8}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Unter isotroper Verfestigung wird die allseitige und gleichmäßige Aufweitung der Fließfläche im Spannungsraum verstanden.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Unter anisotroper Verfestigung wird die Änderung der Form (Verdrehung und/oder Verzerrung) der Fließfläche im Spannungsraum verstanden.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Unter kinematischer Verfestigung wird die reine Verschiebung der Fließfläche im Spannungsraum verstanden.



Abbildung 5.2: Darstellung der Fließfläche des DRUCKER-PRAGER Modells im allgemeinen Hauptspannungsraum.

Im allgemeinen Hauptspannungsraum stellt die Fließfläche einen Kegel dar, dessen Mittelachse die Raumdiagonale (isotrope Achse) ist (Abbildung 5.2). Der Term  $c' \cot \varphi'$  bestimmt den Abstand der Kegelspitze vom Ursprung des allgemeinen Hauptspannungsraums. Der Parameter  $\alpha$  bestimmt die Steilheit des Kegels und steht in Beziehung zum effektiven Reibungswinkel  $\varphi'$ . Für den Fall eines effektiven Reibungswinkels von  $\varphi' = 0^{\circ}$ erhält man das VON MISES Modell, das einem Kreiszylinder mit der Raumdiagonalen als Mittelachse im allgemeinen Hauptspannungsraum entspricht.

Das DRUCKER-PRAGER Modell verwendet eine nicht-assoziierte Fließregel folgender Form.

$$g = q - \beta p' \tag{5.9}$$

Der Parameter  $\beta$  steht in Beziehung zum Dilatanzwinkel  $\psi$ <sup>4</sup> und bestimmt somit die Richtung der plastischen Dehnungen.

Die plastischen Dehnungsgeschwindigkeiten lassen sich mit Hilfe von Gleichung 5.5 bestimmen. Es gilt.

$$\dot{\lambda} = 0$$
 für  $F < 0$  bzw.  $\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma'}\right)^T \mathbf{D}^{el} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \le 0$  (5.10)

$$\dot{\lambda} > 0$$
 für  $F = 0$  und  $\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma'}\right)^T \mathbf{D}^{el} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} > 0$  (5.11)

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Der Dilatanzwinkel  $\psi$  ist ein Maß für die Auflockerung bzw. Volumenvergrößerung eines Bodenelements unter Scherbeanspruchung.

Gleichung 5.10 gilt für elastisches Materialverhalten, Gleichung 5.11 für plastisches Materialverhalten. Zur Bestimmung des plastischen Multiplikators  $\dot{\lambda}$  wird die Konsistenzbedingung nach DRUCKER (1950) bzw. DRUCKER (1951) für plastisches Fließen verwendet. Mit der Annahme idealer Plastizität, d. h. das Materialverhalten zeigt keine Verfestigung, kann die Konsistenzbedingung wie folgt formuliert werden.

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'}\right)^T \dot{\boldsymbol{\sigma}}' = 0 \tag{5.12}$$

Setzt man in diese Gleichung die Gleichungen 5.7 und 5.5 ein, so erhält man durch Umformung folgende Lösung für den plastischen Multiplikator.

$$\dot{\lambda} = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'}\right)^T \mathbf{D}^{el} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'}\right)^T \mathbf{D}^{el} \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}'}}$$
(5.13)

Mit Hilfe von Gleichung 5.13 lässt sich eine allgemein gültige elastisch ideal-plastische Beziehung zwischen den Spannungsgeschwindigkeiten und den Gesamtdehnungsgeschwindigkeiten aufstellen.

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = \left( \mathbf{D}^{el} - \frac{\mathbf{D}^{el} \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \left( \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \right)^T \mathbf{D}^{el}}{\left( \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \right)^T \mathbf{D}^{el} \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}'}} \right) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{D}^{elpl} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$$
(5.14)

Das DRUCKER-PRAGER Modell, eine einfache Erweiterung des VON MISES Modells, erlaubt zwar eine einfache Implementierung in einem Computerprogramm, hat aber den Nachteil, dass das Materialverhalten von Böden nicht immer zutreffend beschrieben werden kann.

Die Verwendung des MOHR-COULOMB Modells erlaubt hingegen eine recht zutreffende Beschreibung des Materialverhaltens von Böden, wenn man Grenzzustände betrachten will. Das MOHR-COULOMB Modell ist auch ein elastisches ideal-plastisches Modell, d. h. es besitzt kein Verfestigungsgesetz. Der elastische Anteil wird unter Verwendung des HOOKESCHEN Gesetzes modelliert. Im allgemeinen Hauptspannungsraum lässt es sich mit Hilfe folgender drei Fließbedingungen beschreiben, wodurch gewährleistet ist, dass das COULOMBSCHE Reibungsgesetz auf jeder Ebene des betrachteten Kontinuums eingehalten wird.

$$F_{1} = \frac{1}{2} |\sigma'_{1} - \sigma'_{2}| - \frac{1}{2} (\sigma'_{1} + \sigma'_{2}) \sin \varphi' - c' \cos \varphi'$$

$$F_{2} = \frac{1}{2} |\sigma'_{2} - \sigma'_{3}| - \frac{1}{2} (\sigma'_{2} + \sigma'_{3}) \sin \varphi' - c' \cos \varphi'$$

$$F_{3} = \frac{1}{2} |\sigma'_{3} - \sigma'_{1}| - \frac{1}{2} (\sigma'_{3} + \sigma'_{1}) \sin \varphi' - c' \cos \varphi'$$
(5.15)

Die drei Fließbedingungen spannen einen sechseckigen Konus im allgemeinen Hauptspannungsraum auf (Abbildung 5.3). Der Abstand der Konusspitze vom Ursprung des



Abbildung 5.3: Darstellung der Fließfläche des MOHR-COULOMBSCHEN Modells im allgemeinen Hauptspannungsraum.

allgemeinen Hauptspannungsraums beträgt  $\sqrt{3} c \cot \varphi'$ . Im Falle eines effektiven Reibungswinkels  $\varphi' = 0^{\circ}$  erhält man einen regelmäßigen sechseckigen Zylinder. Die dazugehörige Fließbedingung wird auch als TRESCA Kriterium bezeichnet. Für große Reibungswinkel wird aus dem sechseckigen Konus immer mehr ein dreieckiger. Der hypothetische Fall eines effektiven Reibungswinkels von  $\varphi' = 90^{\circ}$  ergibt in der Deviator-Ebene <sup>5</sup> ein Dreieck.

Die nicht-assoziierte Fließregel des MOHR-COULOMB Modells setzt sich ebenso wie die Fließbedingung aus drei Gleichungen zusammen.

$$g_{1} = \frac{1}{2} |\sigma'_{1} - \sigma'_{2}| - \frac{1}{2} (\sigma'_{1} + \sigma'_{2}) \sin \psi$$

$$g_{2} = \frac{1}{2} |\sigma'_{2} - \sigma'_{3}| - \frac{1}{2} (\sigma'_{2} + \sigma'_{3}) \sin \psi$$

$$g_{3} = \frac{1}{2} |\sigma'_{3} - \sigma'_{1}| - \frac{1}{2} (\sigma'_{3} + \sigma'_{1}) \sin \psi$$
(5.16)

 $\psi$  ist der Dilatanzwinkel, der die Richtung der plastischen Dehnungen bestimmt.

Die Herleitung einer allgemein gültigen elastischen ideal-plastischen Beziehung zwischen den Spannungsgeschwindigkeiten und den Gesamtdehnungsgeschwindigkeiten analog zu Gleichung 5.14 ist möglich. Sie ist allerdings etwas aufwendiger als für eine stetige Fließbedingung (DRUCKER-PRAGER Modell). Es wird dazu auf BRINKGREVE (1994) verwiesen.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Die Deviator-Ebene ist die Ebene, die senkrecht zur Raumdiagonalen (isotrope Achse) im allgemeinen Hauptspannungsraum steht.



Abbildung 5.4: Darstellung der Fließflächen des *Modified Cam-Clay* Modells in der p'-q-Ebene.

Um die Beschreibung des Materialverhaltens mit Hilfe des MOHR-COULOMB Modells zu verbessern, gibt es verschiedene Erweiterungsmöglichkeiten. Eine übliche Erweiterung ist die Einführung einer spannungsabhängigen Steifigkeit an Stelle des linear elastischen HOOKESCHEN Gesetzes. Des Weiteren wird häufig ein sogenanntes *tension cutoff* Kriterium eingeführt, welches die aufnehmbaren Zugspannungen begrenzt. Dies ist notwendig, da Boden im Allgemeinen kaum Zugspannungen aufnehmen kann und bei hohen effektiven Kohäsionswerten die Zugspannungen somit schnell überschätzt werden. Darüber hinaus gibt es die Möglichkeit der Einführung eines sogenannten dilatancy *cut-off* Kriteriums. Mit Hilfe dieses Kriteriums wird die Dilatanz bei großen Verformungen begrenzt. Dieses Verhalten ist in Versuchen zu beobachten.

In weichen Böden werden plastische Verformungen in Folge von isotroper Kompression beobachtet, d. h. es kommt zu irreversiblen Verformungen, die nicht durch Scherbeanspruchung entstehen. Ein Stoffgesetz, das dieses Materialverhalten abbilden kann, ist das *Modified Cam-Clay* Modell (BURLAND (1965) und BURLAND (1967) bzw. ROSCOE UND BURLAND (1968)), welches auf dem *Cam-Clay* Modell (ROSCOE U. A. (1963), ROS-COE U. A. (1965) sowie SCHOFIELD UND WROTH (1968)) beruht. BURLAND (1965) führt eine veränderte Fließregel bzw. Fließbedingung ein, die in der p'-q-Ebene einer Ellipse entspricht. In Abbildung 5.4 teilt die *critical state line* die Ellipse in eine nasse Seite (*wet side*) und in eine trockene Seite (*dry side*). Wird die Fließbedingung *F* auf der nassen Seite verletzt, verfestigt der Boden, und die Fließfläche wird dadurch größer. Bei einer Verletzung der Fließbedingung *F* auf der trockenen Seite kommt es zu einem Schrumpfen der Fließfläche, der Boden entfestigt.

Eine der grundlegenden Annahmen des *Modified Cam-Clay* Modells ist eine logarithmische Beziehung zwischen der Porenzahl e und der effektiven hydrostatischen Spannung p'.

$$e = e_0 - \lambda \ln \frac{p'}{p_0}$$
 wobei  $p' > p_0 \ge p_p$  (5.17)

Gleichung 5.17 lässt sich auf Gleichung 4.9 nach TAYLOR (1948), die auf TERZAGHI (1925) beruht, zurückführen. Sie ist für hydrostatische Erstbelastung gültig, d.h. die wirksame hydrostatische Ausgangsspannung  $p_0$  muss größer gleich der isotropen Vorkonsolidationsspannung  $p_p$  sein. Der isotrope Kompressionsbeiwert  $\lambda$  kann aus dem Kompressionsbeiwert  $C_c$  wie folgt ermittelt werden. Die Herleitung dazu ist Anhang B zu entnehmen.

$$\lambda = \frac{C_c}{\ln 10} \tag{5.18}$$

In Anlehnung an Gleichung 4.8 (TAYLOR (1948)) lässt sich auch für isotrope Ent–/ Wiederbelastung eine Gleichung aufstellen. Es wird von elastischem Verhalten während der Ent–/Wiederbelastung ausgegangen.

$$e = e_0 - \kappa \ln \frac{p'}{p_0}$$
 wobei  $p_p \ge p' > p_0$  (5.19)

Zwischen dem isotropen Ent–/Wiederbelastungsbeiwert  $\kappa$  und dem Ent–/Wiederbelastungsbeiwert  $C_r$  gibt es keine einfache Beziehung, da sich der Erdruhedruckbeiwert  $K_0$ im Oedometer während der Ent–/Wiederbelastung ändert und nicht, wie bei einer Erstbelastung, konstant bleibt. Eine Abschätzung ist mit folgender Beziehung möglich. Die Herleitung dazu ist Anhang B zu entnehmen.

$$\kappa \approx \frac{2C_r}{\ln 10} \tag{5.20}$$

Die Gleichungen 5.17 und 5.19 lassen sich unter Verwendung der volumetrischen Dehnung  $\varepsilon_v$  an Stelle der Porenzahl e wie folgt umschreiben.

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{v0} + \lambda^* \ln \frac{p'}{p_0}$$
 wobei  $p' > p_0 \ge p_p$  (5.21)

$$\varepsilon_v^{el} = \varepsilon_{v0}^{el} - \kappa^* \ln \frac{p'}{p_0}$$
 wobei  $p_p \ge p' > p_0$  (5.22)

Der Index *el* verdeutlicht, dass die Ent–/Wiederbelastung als elastisch angenommen wird. Es gilt die logarithmische bzw. natürliche Dehnungsdefinition.

$$\varepsilon_v = -\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) = -\ln\left(\frac{1+e}{1+e_0}\right)$$
(5.23)

Eine Umrechnung des isotropen Kompressionsbeiwerts  $\lambda$  bzw. des isotropen Ent–/Wiederbelastungsbeiwerts  $\kappa$  in die modifizierten Beiwerte  $\lambda^*$  bzw.  $\kappa^*$  ist somit wie folgt möglich.

$$\lambda^* = \frac{\lambda}{1+e}$$
 bzw.  $\kappa^* = \frac{\kappa}{1+e}$  (5.24)

BURLAND (1965) nimmt folgende Fließregel, die das Verhältnis zwischen der deviatorischen plastischen Dehnungsgeschwindigkeit  $\hat{\varepsilon}_q^{pl}$  und der volumetrischen plastischen Dehnungsgeschwindigkeit  $\hat{\varepsilon}_v^{pl}$  beschreibt, für das *Modified Cam-Clay* Modell an.

$$\frac{\dot{\varepsilon}_q^{pl}}{\dot{\varepsilon}_v^{pl}} = \frac{2\frac{q}{p'}}{M^2 - \left(\frac{q}{p'}\right)^2} \tag{5.25}$$

Nach der Plastizitätstheorie lassen sich die plastischen Dehnungsgeschwindigkeiten wie folgt schreiben.

$$\dot{\varepsilon}_{v}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial p'}$$
 bzw.  $\dot{\varepsilon}_{q}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial q}$  (5.26)

 $\lambda$  ist darin der plastische Multiplikator, der nicht mit dem isotropen Kompressionsbeiwert  $\lambda$  zu verwechseln ist. Mit der Annahme einer assoziierten Fließregel ergibt sich folgende Fließbedingung *F* bzw. folgendes plastisches Potential *g*.

$$F = g = \frac{q^2}{M^2} + p' \left( p' - p_p \right)$$
(5.27)

Eine graphische Darstellung der Fließfläche zeigt Abbildung 5.4. Es existiert eine unendliche Anzahl von Ellipsen, die jeweils einer isotropen Vorkonsolidationsspannung  $p_p$ zugeordnet werden können. Der Scheitel aller Ellipsen liegt auf einer Geraden mit der Steigung M. Sie geht durch den Ursprung des p'-q-Diagramms. Trägt man alle Kombinationen von möglichen Spannungszuständen, die durch die Fließbedingung und die zugehörige Porenzahl e definiert sind, in einem p'-e-q-Diagramm auf, so erhält man die sogenannte Grenzzustandsfläche (*State Boundary Surface*).

Die Größe einer Ellipse ist durch die ihr zugeordnete isotrope Vorkonsolidationsspannung  $p_p$  bestimmt. Der Wert der isotropen Vorkonsolidationsspannung  $p_p$  hängt von der plastischen Volumendehnung ab, die dem folgenden Verfestigungsgesetz unterliegt.

$$\varepsilon_v^{pl} = \varepsilon_{v0}^{pl} + (\lambda^* - \kappa^*) \ln \frac{p_p}{p_{p0}} \qquad \text{bzw.} \qquad \dot{p}_p = p_p \frac{\dot{\varepsilon}_v^{pl}}{\lambda^* - \kappa^*} \tag{5.28}$$

Nach der Plastizitätstheorie können die Gesamtdehnungsgeschwindigkeiten in elastische und plastische Dehnungsgeschwindigkeiten aufgeteilt werden. Es wird die Annahme getroffen, dass die Beziehung zwischen den Spannungsgeschwindigkeiten und den elastischen Dehnungsgeschwindigkeiten mit dem HOOKESCHEN Gesetz beschrieben werden kann. Gleichung 5.7 ist somit auch im Falle verfestigender Plastizität gültig.

Der Elastizitätsmodul bei Ent–/Wiederbelastung  $E_{ur}$  ist im *Modified Cam-Clay* Modell ein tangentialer, spannungsabhängiger Wert, der mit dem modifizierten isotropen Ent–/Wiederbelastungsbeiwert  $\kappa^*$  verknüpft ist.

$$E_{ur} = 3\left(1 - 2\nu_{ur}\right)\frac{p'}{\kappa^*}$$
(5.29)

In die elastische Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{D}^{el}$  gehen folglich die Querdehnzahl für Ent–/Wiederbelastung  $\nu_{ur}$  und der Elastizitätsmodul für Ent–/Wiederbelastung  $E_{ur}$  ein.

Aufgrund der Annahme einer assoziierten Fließregel sind die plastischen Dehnungsgeschwindigkeiten wie folgt definiert.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \dot{\boldsymbol{\lambda}} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \tag{5.30}$$

Zur Bestimmung des plastischen Multiplikators  $\lambda$  wird die Konsistenzbedingung nach DRUCKER (1950) bzw. DRUCKER (1951) für plastisches Fließen verwendet. Für verfestigende Plastizität kann die Konsistenzbedingung wie folgt formuliert werden.

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'}\right)^T \dot{\boldsymbol{\sigma}}' + \frac{\partial F}{\partial p_p} \dot{p}_p = 0$$
(5.31)

Setzt man die Gleichungen 5.7 und 5.28 in diese Gleichung ein, so erhält man durch Umformung folgende Lösung für den plastischen Multiplikator.

$$\dot{\lambda} = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'}\right)^T \mathbf{D}^{el} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'}\right)^T \mathbf{D}^{el} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} - \frac{p_p}{\lambda^* - \kappa^*} \frac{\partial F}{\partial p_p} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'}}$$
(5.32)

Mit Hilfe von Gleichung 5.7 lässt sich eine allgemein gültige Beziehung zwischen den Spannungsgeschwindigkeiten und den Gesamtdehnungsgeschwindigkeiten aufstellen.

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = \left( \mathbf{D}^{el} - \frac{\mathbf{D}^{el} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \left( \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \right)^T \mathbf{D}^{el}}{\left( \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \right)^T \mathbf{D}^{el} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} - \frac{p_p}{\lambda^* - \kappa^*} \frac{\partial F}{\partial p_p} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'}} \right) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$$
(5.33)

Der Term  $\frac{p_p}{\lambda^* - \kappa^*} \frac{\partial F}{\partial p_p} \frac{\partial F}{\partial \sigma'}$  wird als Verfestigungsmodul *H* bezeichnet.

BRINKGREVE (1994) zeigt, dass es mit dem *Modified Cam-Clay* Modell nicht möglich ist, gleichzeitig in einem simulierten Oedometerversuch einen korrekten Erdruhedruckbeiwert für Erstbelastung  $K_{0nc}$  und in einem simulierten Triaxialversuch die korrekte Scherfestigkeit vorherzusagen. Beide Werte sind von der Steigung *M* der *critical state line* abhängig. Bei korrekter Vorhersage der Scherfestigkeit erhält man einen zu großen Erdruhedruckbeiwert für Erstbelastung  $K_{0nc}$ . Wird die Steigung *M* so verändert, dass der Erdruhedruckbeiwert für Erstbelastung  $K_{0nc}$  passend ist, wird die Scherfestigkeit überschätzt.

Das Soft-Soil Modell (BRINKGREVE UND VERMEER (1998) bzw. BRINKGREVE (2002)) kann gleichzeitig sowohl den Erdruhedruckbeiwert für Erstbelastung  $K_{0nc}$  als auch die Scherfestigkeit korrekt vorhersagen. Es basiert im Wesentlichen auf einer Kombination des Modified Cam-Clay Modells und des MOHR-COULOMB Modells. Das MOHR-COULOMB Modell wird verwendet, um die Grenzbedingung<sup>6</sup> (sechseckiger Konus) und damit die Scherfestigkeit zu beschreiben. Das isotrope Verfestigungsgesetz (Kappe) wird in Anlehnung an das Modified Cam-Clay Modell formuliert. Die Steigung M wird dabei so gewählt, dass der Erdruhedruckbeiwert für Erstbelastung  $K_{0nc}$  in einem Oedometerversuch korrekt simuliert werden kann. Sie ist nicht identisch mit der Steigung der critical state line, sondern im Allgemeinen etwas steiler. Eine Darstellung der beiden Fließflächen des Soft-Soil Modells in der p'-q-Ebene zeigt Abbildung 5.5.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Unter einer Grenzbedingung wird eine Fließfläche ohne Verfestigungsgesetz, d h. mit idealer Plastizität, verstanden.



Abbildung 5.5: Darstellung der Fließflächen des *Soft-Soil* Modells in der p'-q-Ebene.

Bei der Formulierung des *Soft-Soil* Modells wird, wie beim *Modified Cam-Clay* Modell, von einer logarithmischen Beziehung zwischen der Volumendehnung  $\varepsilon_v$  und der hydrostatischen Spannung p' ausgegangen. Es gilt folglich Gleichung 5.21 für Erstbelastungsund Gleichung 5.22 für Ent–/Wiederbelastungszustände. Die Ent–/Wiederbelastung wird ebenfalls (vgl. *Modified Cam-Clay* Modell) als elastisch angenommen. Zur Ermittlung der spannungsabhängigen Steifigkeit gilt Gleichung 5.29.

Die Fließbedingungen für triaxiale Spannungszustände in Folge von Kompression sind wie folgt definiert.

$$F_1 = q - \frac{6\sin\varphi'}{3-\sin\varphi'}p' - \frac{6c'\cos\varphi'}{3-\sin\varphi'}$$
(5.34)

$$F_2 = p^{eq} - p_p^{eq} (5.35)$$

wobei

$$p^{eq} = \frac{q^2}{M^2 \left(p' + c' \cot \varphi'\right)} + \left(p' + c' \cot \varphi'\right)$$
(5.36)

und

$$p_p^{eq} = p_{p0}^{eq} \exp\left(\frac{\varepsilon_v^{pl} - \varepsilon_{v0}^{pl}}{\lambda^* - \kappa^*}\right) = p_{p0}^{eq} \exp\left(\frac{\Delta \varepsilon_v^{pl}}{\lambda^* - \kappa^*}\right)$$
(5.37)

Gleichung 5.34 beschreibt die MOHR-COULOMBSCHE Grenzbedingung. Die Fließbedingung des isotropen Verfestigungsgesetzes (Kappe) ist durch Gleichung 5.35 definiert. In Gleichung 5.35 entspricht  $p^{eq}$  der aktuellen äquivalenten Spannung, welche für alle Spannungszustände, die auf einer Ellipse der Gleichung 5.36 liegen, identisch ist. Die äquivalente Vorkonsolidationsspannung  $p_p^{eq}$  ergibt sich aus Gleichung 5.37, in der  $p_{p0}^{eq}$  die initiale äquivalente Vorkonsolidationsspannung ist. Sie wird an Stelle der isotropen Vorkonsolidationsspannung  $p_p$  eingeführt und ist wie diese eine Funktion der akkumulierten plastischen Volumendehnung  $\varepsilon_v^{pl}$ . Der Unterschied zwischen der äquivalenten Vorkonsolidationsspannung und der isotropen Vorkonsolidationsspannung besteht in der Berücksichtigung des Terms  $c' \cot \varphi'$ , siehe Gleichung 5.38 bzw. Abbildung 5.5.

$$p_p^{eq} = p_p + c' \cot \varphi' \tag{5.38}$$

Eine nicht-assoziierte Fließregel wird für die MOHR-COULOMBSCHE Grenzbedingung angenommen (Gleichung 5.39). Die Fließregel für die Verfestigung der Kappe (Gleichung 5.40) ist assoziiert.

$$g_1 = q - \frac{6\sin\psi'}{3 - \sin\psi}p'$$
 (5.39)

$$g_2 = F_2 \tag{5.40}$$

Die wesentlichen Eigenschaften des Soft-Soil Modells lassen sich anhand der Abbildung 5.5 erläutern. Es sind nur Spannungszustände unterhalb bzw. auf der MOHR-COULOMBSCHEN Versagensgeraden zulässig. Der elastische Bereich wird außer durch die MOHR-COULOMBSCHE Grenzbedingung durch die jeweils aktuelle Ellipse (Kappe), die über die äquivalente Vorkonsolidationsspannung  $p_p^{eq}$  definiert ist, bestimmt. Der Scheitel aller möglichen Ellipsen liegt dabei auf einer Geraden mit der Steigung M. Diese wird so gewählt, dass in einem Oedometerversuch der korrekte Erdruhedruckbeiwert für Erstbelastung  $K_{0nc}$  vorhergesagt wird. Eine analytische Herleitung der Beziehung zwischen dem Erdruhedruckbeiwert für Erstbelastung  $K_{0nc}$  und der Steigung M ist bei BRINKGREVE (1994) zu finden. Die Größe der äquivalenten Vorkonsolidationsspannung  $p_{p}^{eq}$  und damit auch die Größe der aktuellen Ellipse ist durch das Verfestigungsgesetz (Gleichung 5.37) bestimmt. Sie ist eine Funktion der plastischen Volumendehnung. Die MOHR-COULOMBSCHE Versagensgerade ist fix, die Kappe kann aber in Folge der Entwicklung von plastischen Volumendehnungen (Kompression) anwachsen. Spannungspfade, die eine der Fließbedingungen (MOHR-COULOMB oder Kappe) verletzen, führen zu elastischen und plastischen Dehnungen. Beide Dehnungskomponenten (elastische und plastische) werden spannungsabhängig modelliert.

Zur Beschreibung des Materialverhaltens bei beliebigen Spannungszuständen sind für das *Soft-Soil* Modell sechs Fließbedingungen im Hauptspannungsraum zu definieren. Drei Fließbedingungen beschreiben die Grenzbedingung nach MOHR-COULOMB (Gleichung 5.15). Drei weitere sind notwendig, um die isotrope Verfestigung im Hauptspannungsraum zu modellieren. Abbildung 5.6 zeigt die gesamte Fließfläche des *Soft-Soil* Modells im Hauptspannungsraum, die sich aus den sechs Fließbedingungen ergibt. Der Übersichtlichkeit wegen ist in dieser Darstellung die Kohäsion mit c' = 0 angesetzt.

Eine detaillierte Vorstellung von weiteren Stoffgesetzen, die auf der Plastizitätstheorie beruhen, findet sich bei ZHOU (1997). Es wird darin auch auf Vielflächenmodelle (z. B. MRŎZ U. A. (1978)) eingegangen. Darüberhinaus werden inkrementelle nicht-lineare Stoffgesetze kurz vorgestellt (vgl. Unterabschnitt 3.4.4).



Abbildung 5.6: Darstellung der Fließflächen des *Soft-Soil* Modells im Hauptspannungsraum für den Fall c' = 0.

#### 5.2 Dreidimensionale Formulierungen mit Viskosität

In diesem Abschnitt werden repräsentativ zwei der in Abschnitt 3.4 erwähnten Stoffgesetze, die Viskosität berücksichtigen, vorgestellt. Dabei handelt es sich zum einen um das elastisch/viskoplastische Modell von ADACHI UND OKA (1982A), welches auf dem *Overstress*-Konzept von PERZYNA (1963) beruht, und zum anderen um ein elastisches/viskoplastisches Stoffgesetz mit nicht-stationärer Fließfläche nach BORJA UND KAVAZANJIAN (1985). Anhand der zwei Stoffgesetze werden die wesentlichen Unterschiede der beiden Modellierungskonzepte dargestellt. Es wird hierzu, da ausreichend, nur auf die wesentlichen Merkmale der Stoffgesetze eingegangen. Auf eine ausführliche Beschreibung der einzelnen Gleichungen und Parameter wird verzichtet.

BORJA UND KAVAZANJIAN (1985) teilen, wie BJERRUM (1967) (vgl. Abschnitt 4.3), die Dehnungen in augenblickliche (*instant*) und verzögerte (*delayed*) Dehnungen auf. Der zeitunabhängige, augenblickliche Anteil <sup>7</sup> wird mit Hilfe der klassischen Plastizitätstheorie unter Verwendung des *Modified Cam-Clay* Modells (vgl. Abschnitt 5.1) modelliert. Die zeitunabhängigen Dehnungen werden folglich in elastische und plastische Dehnungen aufgeteilt. Die zeitabhängigen Dehnungen (Kriechdehnungen) lassen sich nach BORJA UND KAVAZANJIAN (1985) entweder über eine volumetrische Skalierung (*volumetric scaling*) oder eine deviatorische Skalierung (*deviatoric scaling*) ermitteln. Die Richtung der zeitabhängigen Dehnungen wird durch die Anwendung einer assoziierten Fließregel auf die äquivalente Fließfläche  $F^{eq}$ , welche für normalkonsolidierte Spannungszustände identisch mit der Fließfläche F für die Ermittlung der zeitunabhängigen Dehnungen ist, bestimmt. Im Falle überkonsolidierter Spannungszustände ist die äquivalente Fließfläche  $F^{eq}$  kleiner als die Fließfläche F. Die Position der Fließfläche F und

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Unter augenblicklicher (schlagartig auftretender) Dehnung wird die Dehnung, die direkt im Zusammenhang mit der Erhöhung der effektiven Spannung steht, verstanden.

damit die Größe der isotropen Vorkonsolidationsspannung  $p_p$  hängt außer von den zeitunhabhängigen volumetrischen Dehnungen  $\varepsilon_v^{pl}$  auch von dem im Folgenden eingeführten volumetrischen Alter (*volumetric age*)  $t_v$  ab.

$$\dot{\varepsilon}^{vis} = \dot{\lambda} \frac{\partial F^{eq}}{\partial \sigma} \tag{5.41}$$

Der plastische Multiplikator  $\lambda$  in Gleichung 5.41 wird bei der volumetrischen Skalierung so bestimmt, dass folgende Gleichung, die sich auf die empirische Formulierung von KEVERLING BUISMAN (1936) zurückführen lässt, Gültigkeit hat. Die volumetrische Kriechdehnung  $\varepsilon_v^{vis}$  ist danach umgekehrt proportional zum sogenannten volumetrischen Alter  $t_v$ , das im Bezug auf die initiale Referenzzeit  $(t_v)_i$  bestimmt wird.  $\mu^*$  ist der modifizierte volumetrische Kriechbeiwert<sup>8</sup>, auf den im nächsten Abschnitt näher eingegangen wird.

$$\varepsilon_v^{vis} = \int_t^{t+\Delta t} \frac{\mu^*}{(1+e) t_v} dt$$
(5.42)

Im Falle der deviatorischen Skalierung wird die empirische Formulierung der axialen Kriechdehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\varepsilon}_{a}^{vis}$  in einem Triaxialversuch nach SINGH UND MIT-CHELL (1968) sowie MITCHELL U. A. (1968) (vgl. Kapitel 3) zur Bestimmung des plastischen Multiplikators  $\dot{\lambda}$  verwendet. Es gilt.

$$\varepsilon_a^{vis} = \int_t^{t+\Delta t} A e^{\overline{\alpha}\overline{D}} \left[\frac{(t_d)_i}{t_d}\right]^m dt$$
(5.43)

In Gleichung 5.43 ist  $t_d$  das deviatorische Alter (*deviatoric age*), das im Bezug auf die initielle Referenzzeit  $(t_d)_i$  bestimmt wird.  $A, \overline{\alpha}$  und m sind Kriechparameter nach SINGH-MITCHELL.  $\overline{D} = (\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$  ist das deviatorische Spannungsniveau. Nach BORJA UND KAVAZANJIAN (1985) ist Gleichung 5.43 nur für Spannungsniveaus zwischen  $0, 2 < \overline{D} < 0, 8$  sinnvoll. Bei nahezu hydrostatischen Spannungszuständen ( $\overline{D} \rightarrow$ 0) wird die axiale Kriechdehnung  $\varepsilon_a^{vis}$  überschätzt. Spannungszustände nahe des Grenzzustandes ( $\overline{D} \rightarrow 1$ ) unterschätzen die axiale Kriechdehnung  $\varepsilon_a^{vis}$ .

Welche Art der Skalierung zur Ermittlung der zeitabhängigen Dehnungen (Kriechdehnungen) herangezogen wird, hängt vom jeweiligen Spannungspfad ab und kann im Modell individuell gewählt werden.

Die Zerlegung der Dehnungsgeschwindigkeiten in einen elastischen, einen plastischen (diese beiden Anteile ergeben zusammen den zeitunabhängigen Anteil) und einen viskoplastischen Anteil liefert folgende Gleichung.

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^{el} + \dot{\varepsilon}^{pl} + \dot{\varepsilon}^{vis} \tag{5.44}$$

$$= \left(\mathbf{D}^{el}\right)^{-1} \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vis}$$
(5.45)

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>BORJA UND KAVAZANJIAN (1985) verwenden  $\varepsilon_v^t$  an Stelle von  $\varepsilon_v^{vis}$  und  $\psi$  an Stelle von  $\mu^*$ .

Löst man Gleichung 5.45 nach den Spannungsgeschwindigkeiten auf, ergibt sich die folgende Formulierung.

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}^{el} \left( \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vis} \right)$$
(5.46)

Aus der Konsistenzbedingung für das plastische Potential *F* lässt sich die Größe des plastischen Multiplikators  $\lambda$  ermitteln. Setzt man diese in Gleichung 5.46 ein, ergibt sich nach Umformung und Vereinfachung die Beziehung.

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}^{elpl} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\sigma}}^{vis} \tag{5.47}$$

In Gleichung 5.47 ist  $\mathbf{D}^{elpl}$  die elastoplastische Steifigkeitsmatrix und  $\dot{\sigma}^{vis}$  die Spannungsrelaxationsgeschwindigkeit, in die die Kriechdehnungsgeschwindigkeit, d. h. die Geschwindigkeit der zeitabhängigen Dehnungen, eingeht. Die Definitionen für  $\mathbf{D}^{elpl}$  und  $\dot{\sigma}^{vis}$  sind bei BORJA UND KAVAZANJIAN (1985) zu finden. Die Ermittlung der Spannungsgeschwindigkeit erfolgt folglich mittels des klassischen Anteils aus der Plastizitätstheorie ( $\mathbf{D}^{elpl}\dot{\varepsilon}$ ) und eines Relaxationsanteils ( $\dot{\sigma}^{vis}$ ), der die zeitunabhängigen Dehnungen berücksichtigt.

Im Gegensatz zur Aufteilung der Dehnungen in augenblickliche (*instant*) und verzögerte (*delayed*) Dehnungen gibt es bei ADACHI UND OKA (1982A) eine Aufteilung in elastische (*elastic*) und nicht-elastische (*inelastic*) Dehnungen. Diese Herangehensweise wird von PERZYNA (vgl. Kapitel 3) übernommen. Der Bereich, innerhalb dessen nur elastische Dehnungen auftreten, wird mittels einer Fließfläche festgelegt. Diese Fließfläche kann sowohl statischer als auch dynamischer Natur sein. Im statischen Fall sind die nicht-elastischen Dehnungen nicht-viskose plastische Dehnungen. Ein mit dem Stoffgesetz nach ADACHI UND OKA (1982A) modelliertes Material verhält sich somit von den Dehnungseschwindigkeiten unabhängig. Im dynamischen Fall sind die nicht-elastischen Dehnungen, Ein mit dem Stoffgesetz nach ADACHI UND OKA (1982A) modelliertes Material von den Dehnungsgeschwindigkeiten unabhängig. Ein mit dem Stoffgesetz nach ADACHI UND OKA (1982A) modelliertes Material verhält sich somit von den Dehnungsnig. Die Unterscheidung, wann die Fließfläche statischer oder dynamischer Natur ist, wird über eine Funktion  $\phi(F)$  festgelegt, die experimentell zu bestimmen ist.

$$\langle \phi(F) \rangle = \begin{cases} 0 & \text{für } F \leq 0 \\ \phi(F) & \text{für } F > 0 \end{cases}$$
(5.48)

*F* ist darin eine angenommene statische Fließbedingung folgender Form.

$$F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}^{nel}) = \frac{f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}^{nel})}{k_s} - 1 \le 0$$
(5.49)

Die Statusfunktion  $f(\sigma, \varepsilon^{nel})$  ist vom Spannungszustand und den nicht-elastischen Dehnungen  $\varepsilon^{nel}$  abhängig.  $k_s$  ist ein von der Dehnung abhängiger Verfestigungsparameter.

In Anlehnung an PERZYNA verwenden ADACHI UND OKA (1982A) zur Bestimmung der viskoplastischen Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}^{vis}$  die folgende Fließregel.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vis} = <\phi\left(F\right) > \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \tag{5.50}$$

Durch beidseitiges Quadrieren und geeignetes Umformen der Gleichung 5.50 erhält man.

$$F = \phi^{-1} \left( \frac{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{nel} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{nel}}{\frac{\partial f}{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \frac{\partial f}{\boldsymbol{\sigma}}} \right)^{\frac{1}{2}}$$
(5.51)

Durch das Auflösen von Gleichung 5.50 nach der Funktion f ergibt sich folgende Beziehung.

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}^{nel}) = k_s \left( 1 + F(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}^{nel}) \right)$$
$$= k_s \left( 1 + \phi^{-1} \left( \frac{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{nel} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{nel}}{\frac{\partial f}{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \frac{\partial f}{\boldsymbol{\sigma}}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)$$
(5.52)

Gleichung 5.52 verdeutlicht die Änderung der dynamischen Statusfunktion  $f(\sigma, \varepsilon^{nel})$ in Abhängigkeit des Verfestigungsparameters  $k_s$  und der nicht-elastischen Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\varepsilon}^{nel}$ .

Nur im Fall von F = 0 wird die Statusfunktion f statisch ( $f_s$ ), ansonsten dynamisch ( $f_d$ ).

$$f_s = k_s$$
  

$$f_d = k_d \quad \text{mit} \quad k_d = k_s (1+F)$$
(5.53)

Die dynamische Statusfunktion  $f_d$  verliert im Falle von F = 0 ihre Abhängigkeit von den Dehnungsgeschwindigkeiten und wird folglich zur statischen Statusfunktion. Das nicht-elastische Materialverhalten ist somit nicht-viskos. Die assoziierte Fließregel wird in diesem Fall nach der klassischen Plastizitätstheorie bestimmt.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial f_s}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \tag{5.54}$$

Prinzipiell kann für die Fließbedingung F im dynamischen als auch im statischen Fall und damit für die Statusfunktion  $f_d$  bzw.  $f_s$  und den Verfestigungsparameter  $k_d$  bzw.  $k_s$  eine beliebige Definition gewählt werden, die das Materialverhalten des zu beschreibenden Bodens geeignet abbildet. ADACHI UND OKA (1982A) verwenden für die beiden Statusfunktionen  $f_d$  und  $f_s$  dieselbe Funktion, die sich aus dem in Abschnitt 5.1 erwähnten *Modified Cam-Clay* Modell ergibt. Die von den Dehnungen abhängigen Verfestigungsparameter  $k_s$  und  $k_d$  werden ebenso in Anlehnung an das *Modified Cam-Clay* Modell gewählt.

Eine ausführlichere Beschreibung des Modells findet der interessierte Leser in der Veröffentlichung von ADACHI UND OKA (1982A).

Der wesentliche Unterschied zwischen den beiden vorgestellten Modellen beruht also in der Aufteilung der Gesamtdehnung in unterschiedliche Komponenten. BORJA UND KAVAZANJIAN (1985) wählen eine Aufteilung in augenblickliche (*instant*) und verzögerte (*delayed*) Dehnungen, ADACHI UND OKA (1982A) dagegen eine Aufteilung in elastische (*elastic*) und nicht-elastische (*inelastic*) Dehnungen. Die von ADACHI UND OKA gewählte Aufteilung wird im Folgenden für das neue differentielle isotrope dreidimensionale Stoffgesetz verwendet.

### 5.3 Neues differentielles isotropes dreidimensionales Stoffgesetz

In Anlehnung an die Formulierung des neuen differentiellen eindimensionalen Stoffgesetzes aus Abschnitt 4.4 und mittels des in Abschnitt 5.1 vorgestellten *Soft-Soil* Modells lässt sich ein neues differentielles dreidimensionales Stoffgesetz entwickeln, das Kriechverformungen berücksichtigt. Dieses sogenannte *Soft-Soil-Creep* Modell (VERMEER UND NEHER (1999)) beruht zum Teil auf dem *Overstress*-Konzept von PERZYNA (1963) (vgl. Unterabschnitt 3.4.2). Die "Fließfläche" in diesem Modell ist keine klassische Fließfläche nach der Plastizitätstheorie, da Spannungszustände außerhalb der "Fließfläche" zulässig sind. Es handelt sich somit nicht mehr um eine Fließfläche, sondern um eine Zustandsfläche, die das vorhandene Potential zur Entwicklung von Kriechdehnungen bzw. zeitabhängigen plastischen Dehnungen beschreibt. Das Verhältnis der Größe der Zustandsfläche zur Größe der Fläche, die den aktuellen Spannungszustand beschreibt, spielt eine entscheidende Rolle, wie im Folgenden gezeigt wird.

Auch in diesem Abschnitt wird, wie in Abschnitt 4.4, die logarithmische Dehnungsdefinition verwendet. Der Index 'H' wird der Übersichtlichkeit wegen wiederum weggelassen. Des Weiteren sind, wie in Abschnitt 4.4, alle Gleichungen in diesem Abschnitt auch mit der ingenieurmäßigen Dehnungsdefinition anwendbar, wenn die Dehnungen nicht zu groß werden (kleiner gleich 10%).

Die volumetrischen Dehnungen  $\varepsilon_v$  in Folge hydrostatischer Spannungszustandsänderungen lassen sich nach dem *Soft-Soil* Modell wie folgt beschreiben (siehe Abschnitt 5.1).

$$\varepsilon_{v} = \varepsilon_{v0} + \varepsilon_{v}^{el} + \varepsilon_{v}^{elpl} = \int_{0}^{t} \dot{\varepsilon}_{v} dt$$
  
$$= \varepsilon_{v0} + \kappa^{*} \ln \frac{p_{p0}}{p_{0}} + \lambda^{*} \ln \frac{p'}{p_{p0}} \quad \text{wobei} \quad p' > p_{p0} \ge p_{0} \quad (5.55)$$

Gleichung 5.55 berücksichtigt nur Dehnungen bis zum Ende der Primärkonsolidation. Kombiniert man diese Gleichung mit einem zeitabhängigen volumetrischen Dehnungsanteil, der sich wie folgt definieren lässt,

$$\varepsilon_v^{vis} = \mu^* \ln \frac{\tau_p + t'}{\tau_p},\tag{5.56}$$

so erhält man die Gleichung

$$\varepsilon_{v} = \varepsilon_{v0} + \varepsilon_{v}^{el} + \varepsilon_{v}^{elpl} + \varepsilon_{v}^{vis} = \int_{0}^{t} \dot{\varepsilon}_{v} dt$$
  
$$= \varepsilon_{v0} + \kappa^{*} \ln \frac{p_{p0}}{p_{0}} + \lambda^{*} \ln \frac{p'}{p_{p0}} + \mu^{*} \ln \frac{\tau_{p} + t'}{\tau_{p}} \quad \text{mit} \quad t' > 0 \quad (5.57)$$

bzw. in einer etwas anderen Schreibweise die folgende Gleichung.

$$\varepsilon_{v} = \varepsilon_{v0} + \varepsilon_{v}^{el} + \varepsilon_{v}^{pl} + \varepsilon_{v}^{vis} = \int_{0}^{t} \dot{\varepsilon}_{v} dt$$
  
$$= \varepsilon_{v0} + \kappa^{*} \ln \frac{p'}{p_{0}} + (\lambda^{*} - \kappa^{*}) \ln \frac{p'}{p_{p0}} + \mu^{*} \ln \frac{\tau_{p} + t'}{\tau_{p}} \quad \text{mit} \quad t' > 0 \quad (5.58)$$

Die initiale isotrope Vorkonsolidationsspannung  $p_{p0}$  wird wie die initiale Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  (vergleiche Abschnitt 4.4) auf die Referenzisochrone  $\tau_p$  bezogen.

Eine graphische Darstellung der einzelnen Terme der Gleichungen 5.57 und 5.58 ist in Abbildung 5.7 angegeben.

Die versuchstechnisch nur mit großem Aufwand zu ermittelnde Referenzisochrone der immanenten Zeit  $\tau_p$  am Ende der Primärkonsolidation wird bei der Formulierung von Gleichung 5.59 durch eine zunächst beliebige Referenzisochrone der immanenten Zeit  $\tau > \tau_p$  ersetzt. Eine graphische Darstellung der folgenden Gleichung findet man in Abbildung 5.8.

$$\varepsilon_{v} = \varepsilon_{v0} + \varepsilon_{v}^{el} + \varepsilon_{v}^{pl} + \varepsilon_{v}^{vis} = \int_{0}^{t} \dot{\varepsilon}_{v} dt$$
  
$$= \varepsilon_{v0} + \kappa^{*} \ln \frac{p'}{p_{0}} + (\lambda^{*} - \kappa^{*}) \ln \frac{p_{pp}}{p_{p0}} + \mu^{*} \ln \frac{\tau_{p} + t'}{\tau_{p}} \quad \text{mit} \quad t' > 0$$
(5.59)

Die initiale isotrope Vorkonsolidationsspannung  $p_{p0}$  wird in Gleichung 5.59 auf die neue Referenzisochrone  $\tau$  bezogen.  $p_{pp}$  entspricht der isotropen Vorkonsolidationsspannung am Ende der Primärkonsolidation. Diese wird ebenfalls auf die neue Referenzisochrone  $\tau$  bezogen.

Die Einführung der aktuellen isotropen Vorkonsolidationsspannung  $p_p$  zu einem beliebigen Zeitpunkt  $t > t_p$  erlaubt eine Zusammenfassung der beiden letzten Terme der Gleichung 5.59. Der viskoplastische Dehnungsanteil nach Ende der Primärkonsolidation wird dabei über den Anstieg der aktuellen isotropen Vorkonsolidationsspannung  $p_p$ mit der Zeit berücksichtigt.



Abbildung 5.7: Graphische Darstellung der Dehnungsanteile der Gleichungen 5.57 bzw. 5.58 in einem idealisierten halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm.

$$\varepsilon_{v} = \varepsilon_{v0} + \varepsilon_{v}^{el} + \varepsilon_{v}^{vis} = \int_{0}^{t} \dot{\varepsilon}_{v} dt$$

$$= \varepsilon_{v0} + \kappa^{*} \ln \frac{p'}{p_{0}} + (\lambda^{*} - \kappa^{*}) \ln \frac{p_{p}}{p_{p0}} \quad \text{mit} \quad p_{p} = p_{p0} \exp \frac{\varepsilon_{v}^{vis}}{\lambda^{*} - \kappa^{*}} \quad (5.60)$$

$$\text{wobei} \quad \varepsilon_{v}^{vis} = \int_{0}^{t} \dot{\varepsilon}_{v}^{vis} dt$$

Gleichung 5.61 entspricht dem Isochronen-Konzept von BJERRUM (1967). Die aktuelle isotrope Vorkonsolidationsspannung  $p_p$  ist von der mit der Zeit akkumulierten volumetrischen Kriechdehnung abhängig. Die gesamte volumetrische Dehnung gliedert sich nur noch in einen elastischen und einen viskoplastischen Anteil (vgl. CHRISTIE UND TONKS (1985)). Alle nicht elastischen Dehnungen sind folglich zeitabhängig. Der plastische Anteil der volumetrischen Dehnungen in den Gleichungen 5.58 und 5.59 kann demnach als viskoplastischer Anteil während der Primärkonsolidation aufgefasst werden. Durch Gleichsetzen der Gleichungen 5.59 und 5.61 erhält man folgende Beziehung.



Abbildung 5.8: Graphische Darstellung der Dehnungsanteile der Gleichung 5.59 in einem idealisierten halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm.

$$\mu^* \ln \frac{\tau_p + t'}{\tau_p} = (\lambda^* - \kappa^*) \ln \frac{p_p}{p_{pp}} \qquad \text{bzw.} \qquad \left(\frac{\tau_p + t'}{\tau_p}\right)^{\mu^*} = \left(\frac{p_p}{p_{pp}}\right)^{\lambda^* - \kappa^*} \tag{5.61}$$

Mit der Annahme eines normalkonsolidierten Zustands auf der gewählten Referenzisochrone  $\tau$  folgt ein isotropes Überkonsolidationsverhältnis auf derselben von  $OCR_p = 1$  ( $p_p = p'$ ). Der isotrope Kompressionsversuch <sup>9</sup> (Durchführung z. B. in einem Triaxialgerät nach DIN 18137-2 (1990)) wird in der Regel in Anlehnung an den Oedometerversuch (DIN 18135 E (1999)) mit einer Laststufendauer von einem Tag durchgeführt. Das Ende einer Laststufe wird dabei als normalkonsolidierter Zustand betrachtet. Selbst bei ausgeprägt plastischen, sehr schwach durchlässigen Tonen ist bei geeigneten Drainagerandbedingungen <sup>10</sup> und Probengrößen nach ein bis zwei Stunden die Primärkonsolidation im isotropen Kompressionsversuch abgeschlossen. Es kann also allgemein gültig nach einer Laststufendauer von einem Tag von einem normalkonsolidierten Zustand ausgegangen werden. Dies erlaubt eine einfache Bestimmung der initialen isotropen Vorkonsolidationsspannung  $p_{p0}$  im Bezug auf die Referenzisochrone  $\tau$ , die somit

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Unter einem isotropen Kompressionsversuch wird die Beaufschlagung eines Probekörpers mit allseitig gleich großem Druck verstanden.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>Es muss eine Drainage des Probekörpers nach oben und unten sowie radial möglich sein.

der Dauer einer Laststufe (ein Tag) zuzuordnen ist. Die Wahl einer anderen Referenzisochrone wäre ebenfalls möglich. Die initiale isotrope Vorkonsolidationsspannung  $p_{p0}$ müsste dann im Bezug auf diese Referenzisochrone bestimmt werden. Es wäre folglich eine andere Laststufendauer im isotropen Kompressionsversuch zu wählen. Eine höhere Laststufendauer würde die Referenzisochrone  $\tau$  in Abbildung 5.8 nach links verschieben, eine geringere nach rechts. Ebenso würde die darauf bezogene initiale isotrope Vorkonsolidationsspannung  $p_{p0}$  kleiner bzw. größer werden.

Gleichung 5.61 stellt sich mit Einführung der Referenzisochrone  $\tau$ , auf der  $p_p = p'$  gilt, wie folgt dar.

$$\mu^* \ln \frac{\tau}{\tau_p} = (\lambda^* - \kappa^*) \ln \frac{p'}{p_{pp}} \qquad \text{bzw.} \qquad \left(\frac{\tau}{\tau_p}\right)^{\mu^*} = \left(\frac{p'}{p_{pp}}\right)^{\lambda^* - \kappa^*} \tag{5.62}$$

Aufgrund der Referenzzeitverschiebung  $t_r$  (siehe Unterabschnitt 4.3.1) entspricht die immanente Zeit <sup>11</sup>  $\tau = t - t_r$  nicht exakt einem Tag. Die Referenzzeitverschiebung  $t_r$  ist abhängig von der Bodenart, sodass  $\tau$  eigentlich für jede Bodenart festzulegen wäre. Die Referenzzeitverschiebung  $t_r$  ist immer kleiner als die Konsolidationszeit  $t_p$ . Folglich ist die Referenzzeitverschiebung  $t_r$  im Verhältnis zur Laststufendauer t = 1 Tag sehr gering. Die Referenzisochrone  $\tau$  kann somit der Einfachheit halber für weiche Böden als ein Tag gewählt werden.

Aus Gleichung 5.61 lässt sich folgende Differentialgleichung herleiten.

$$\dot{\varepsilon}_v = \dot{\varepsilon}_v^{el} + \dot{\varepsilon}_v^{vis} = \kappa^* \frac{\dot{p}'}{p'} + (\lambda^* - \kappa^*) \frac{\dot{p}_p}{p_p} \qquad \text{mit} \qquad \dot{p}_p = p_p \frac{\dot{\varepsilon}^{vis}}{\lambda^* - \kappa^*} \tag{5.63}$$

Die gesamte Volumendehnungsgeschwindigkeit hängt folglich von der Änderung der effektiven hydrostatischen Spannung  $\dot{p}'$  sowie der Änderung der aktuellen isotropen Vorkonsolidationsspannung  $\dot{p}_p$  ab.

Die viskoplastische Volumendehnungsgeschwindigkeit lässt sich aber auch aus dem viskoplastischen Anteil der Gleichungen 5.57 bis 5.59 ermitteln.

$$\dot{\varepsilon}_{v}^{vis} = \frac{\mu^{*}}{\tau_{p} + t'} \quad \text{mit} \quad t' > 0$$
(5.64)

Gleichung 5.64 ist nur für Zustände nach dem Ende der Primärkonsolidation gültig. Eine allgemein gültige Aussage über die viskoplastische Volumendehnungsgeschwindigkeit ist mit Hilfe nachfolgender Umformung erreichbar. Setzt man Gleichung 5.61 in Gleichung 5.64 ein, so ergibt sich Gleichung 5.65.

$$\dot{\varepsilon}_{v}^{vis} = \frac{\mu^{*}}{\tau_{p}} \left(\frac{p_{pp}}{p_{p}}\right)^{\frac{\lambda^{*}-\kappa^{*}}{\mu^{*}}} \quad \text{mit} \quad p_{p} = p_{p0} \exp \frac{\varepsilon_{v}^{vis}}{\lambda^{*}-\kappa^{*}} \quad \text{wobei} \quad \varepsilon_{v}^{vis} = \int_{0}^{t} \dot{\varepsilon}_{v}^{vis} dt \qquad (5.65)$$

 $<sup>^{11}</sup>$ Das Konzept der immanenten Zeit  $\tau$  ist auch auf hydrostatische Spannungszustände und die zugehörigen Volumendehnungen anwendbar.

In diese Gleichung kann Gleichung 5.62 eingesetzt werden, um  $\tau_p$  und  $p_{pp}$  zu eliminieren.

$$\dot{\varepsilon}_{v}^{vis} = \frac{\mu^{*}}{\tau} \left(\frac{p'}{p_{p}}\right)^{\frac{\lambda^{*}-\kappa^{*}}{\mu^{*}}} \quad \text{mit} \quad p_{p} = p_{p0} \exp \frac{\varepsilon_{v}^{vis}}{\lambda^{*}-\kappa^{*}} \quad \text{wobei} \quad \varepsilon_{v}^{vis} = \int_{0}^{t} \dot{\varepsilon}_{v}^{vis} dt \qquad (5.66)$$

Gleichung 5.66 ist für jeden Zustand allgemein gültig, da die immanente Zeit  $\tau_p$  eliminiert wurde. Es ist nur notwendig, eine geeignete Referenzisochrone  $\tau$  zu bestimmen, auf die die aktuelle isotrope Vorkonsolidationsspannung  $p_p$  bzw. die initiale isotrope Vorkonsolidationsspannung  $p_{p0}$  bezogen wird. Diese Referenzisochrone entspricht üblicherweise einem Tag. Die gesamte Volumendehnungsgeschwindigkeit lässt sich somit wie folgt bestimmen.

$$\dot{\varepsilon}_{v} = \dot{\varepsilon}_{v}^{el} + \dot{\varepsilon}_{v}^{vis}$$

$$= \kappa^{*} \ln \frac{\dot{p}'}{p'} + \frac{\mu^{*}}{\tau} \left(\frac{p'}{p_{p}}\right)^{\frac{\lambda^{*}-\kappa^{*}}{\mu^{*}}} \quad \text{mit} \quad p_{p} = p_{p0} \exp \frac{\varepsilon_{v}^{vis}}{\lambda^{*}-\kappa^{*}}$$

$$\text{wobei} \quad \varepsilon_{v}^{vis} = \int_{0}^{t} \dot{\varepsilon}_{v}^{vis} dt$$
(5.67)

Mit der Differentialgleichung 5.67 ist es möglich, beliebige hydrostatische Belastungsgeschichten zu simulieren. Der Parameter  $\kappa^*$  wird als modifizierter isotroper Ent–/Wiederbelastungsbeiwert,  $\lambda^*$  als modifizierter isotroper Kompressionsbeiwert und  $\mu^*$  als modifizierter isotroper Kriechbeiwert bezeichnet. Eine Umrechnung der klassischen Beiwerte  $C_r$ ,  $C_c$  und  $C_{\alpha}$  sowie der modifizierten eindimensionalen Beiwerte A, B und C in die modifizierten isotropen Beiwerte ist in Gleichung 5.68 angegeben. Die Herleitung für  $\kappa^*$  ergibt sich aus den Gleichungen 5.20 und 5.24. p' ist die aktuelle effektive hydrostatische Spannung und  $p_p$  die aktuelle isotrope Vorkonsolidationsspannung. Die immanente Zeit  $\tau$  entspricht in allen Berechnungen in dieser Arbeit einem Tag.

$$\kappa^* \approx 2A = 2\frac{C_r}{(1+e)\ln 10} \qquad \lambda^* = B = \frac{C_c}{(1+e)\ln 10} \qquad \mu^* = C = \frac{C_\alpha}{(1+e)\ln 10} \quad (5.68)$$

Eine Erweiterung des in Gleichung 5.67 angegebenen Stoffgesetzes auf allgemeine dreidimensionale Spannungszustände ist mit Hilfe der Einführung von zwei Spannungsmaßen möglich, die die aktuelle effektive hydrostatische Spannung p' bzw. die aktuelle isotrope Vorkonsolidationsspannung  $p_p$  ersetzen. Sie sind wie folgt definiert.

$$p^{eq} = \frac{q^2}{M^2 \left(p' + c' \cot \varphi'\right)} + \left(p' + c' \cot \varphi'\right)$$
(5.69)

$$p_p^{eq} = p_{p0}^{eq} \exp \frac{\varepsilon_v^{vis}}{\lambda^* - \kappa^*} \quad \text{mit} \quad \varepsilon_v^{vis} = \int_0^t \dot{\varepsilon}_v^{vis} dt$$
(5.70)

Die aktuelle äquivalente Spannung  $p^{eq}$  ist eine Funktion der aktuellen effektiven hydrostatischen Spannung p', die durch sie ersetzt wird, und der aktuellen deviatorischen

Spannung q. Die aktuelle äquivalente Vorkonsolidationsspannung  $p_p^{eq}$  ist eine Funktion der mit der Zeit akkumulierten volumetrischen Kriechdehnung. Sie wird an Stelle der aktuellen isotropen Vorkonsolidationsspannung  $p_p$  eingeführt.  $p_{p0}^{eq}$  ist die initiale äquivalente Vorkonsolidationsspannung.

Das Ersetzen der aktuellen effektiven hydrostatischen Spannung p' durch die aktuelle äquivalente Spannung  $p^{eq}$  bzw. das Ersetzen der aktuellen isotropen Vorkonsolidationsspannung  $p_p$  durch die aktuelle äquivalente Vorkonsolidationsspannung  $p_p^{eq}$  impliziert, dass die viskoplastische Volumendehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\varepsilon}_v^{vis}$  unabhängig vom aktuellen Spannungsverhältnis  $\eta = \frac{q}{p'}$  ist. Arbeiten von WALKER (1969), YUDHBIR UND MATHUR (1977) und BIZZARRI UND ALLERSMA (2003) belegen, dass diese Annahme gerechtfertigt ist.

Es wird, wie beim *Soft-Soil* Modell, die Grenzbedingung nach MOHR-COULOMB verwendet.

$$F_{MC} = q - \frac{6\sin\varphi'}{3-\sin\varphi'}p' - \frac{6c'\cos\varphi'}{3-\sin\varphi'}$$
(5.71)

Die aktuelle äquivalente Spannung  $p^{eq}$  ist für alle Spannungszustände, die auf einer Ellipse mit der Gleichung 5.69 liegen, identisch. Der Unterschied zwischen der äquivalenten Vorkonsolidationsspannung und der isotropen Vorkonsolidationsspannung besteht in der Berücksichtigung des Terms  $c' \cot \varphi'$ , siehe Gleichung 5.69 bzw. Abbildung 5.9.

$$p_p^{eq} = p_p + c \cot \varphi' \tag{5.72}$$

Eine nicht-assoziierte Fließregel wird für die MOHR-COULOMBSCHE Grenzbedingung angenommen (Gleichung 5.73). Die Fließregel auf der Kappe mit  $p^{eq}$  ist assoziiert.

$$g_{MC} = q - \frac{6\sin\psi'}{3 - \sin\psi}p'$$
(5.73)

$$g_{Kappe} = p^{eq} \tag{5.74}$$

Setzt man die neuen Spannungsmaße an Stelle der isotropen Spannungen (p' und  $p_p$ ) in Gleichung 5.66 ein und wendet die assoziierte Fließregel an, so lassen sich die viskoplastischen Dehnungsgeschwindigkeiten in Folge eines beliebigen Spannungszustands wie folgt beschreiben.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vis} = \frac{1}{\alpha} \frac{\mu^*}{\tau} \left( \frac{p^{eq}}{p_p^{eq}} \right)^{\frac{\lambda^* - \kappa^*}{\mu^*}} \frac{\partial p^{eq}}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \qquad \text{mit} \qquad \alpha = \frac{\partial p^{eq}}{\partial p'} \tag{5.75}$$

Die elastischen Dehnungen werden, wie beim *Modified Cam-Clay* Modell bzw. beim *Soft-Soil* Modell, über eine dem HOOKESCHEN Gesetz folgende spannungsabhängige Beziehung zwischen den Spannungsgeschwindigkeiten und den elastischen Dehnungsgeschwindigkeiten definiert (vgl. Gleichungen 5.7 und 5.29).

Eine graphische Darstellung des *Soft-Soil-Creep* Modells in der p'-q-Ebene ist in Abbildung 5.9 zu sehen.



Abbildung 5.9: Graphische Darstellung des *Soft-Soil-Creep* Modells in der p'-q-Ebene.

Die wesentlichen Eigenschaften des Soft-Soil-Creep Modells lassen sich anhand der Abbildung 5.9 erläutern. Es sind nur Spannungszustände unterhalb bzw. auf der MOHR-COULOMBSCHEN Versagensgeraden zulässig. Der Scheitel aller möglichen Ellipsen ( $p^{eq}$ ,  $p_{p0}^{eq}$  sowie  $p_p^{eq}$ ), die den jeweiligen aktuellen Spannungszustand beschreiben, liegt dabei auf einer Geraden mit der Steigung M. Diese kann so gewählt werden, dass in einem Oedometerversuch der korrekte Erdruhedruckbeiwert für Erstbelastung  $K_{0nc}$  vorhergesagt werden kann. Eine analytische Herleitung der Beziehung zwischen dem Erdruhedruckbeiwert für Erstbelastung  $K_{0nc}$  und der Steigung M ist bei BRINKGREVE (1994) zu finden. Die Größe der äquivalenten Vorkonsolidationsspannung  $p_p^{eq}$  ist durch das Verfestigungsgesetz (Gleichung 5.70) bestimmt. Sie ist eine Funktion der akkumulierten viskoplastischen Volumendehnung. Die MOHR-COULOMBSCHE Versagensgerade ist fix, die Ellipse mit der aktuellen Vorkonsolidationsspannung  $p_p^{eq}$  vergrößert sich in Folge der Entwicklung der viskoplastischen Volumendehnung. Spannungspfade, die die MOHR-COULOMBSCHE Fließbedingung verletzen, führen zu elastischen und plastischen Dehnungen. Spannungszustände außerhalb der Zustandsfläche, welche durch die der aktuellen äquivalenten Vorkonsolidationsspannung  $p_p^{eq}$  zugeordneten Ellipse beschrieben ist, sind möglich. Sie führen zu extrem großen viskoplastischen Dehnungsgeschwindigkeiten. Im Gegensatz dazu ergeben Spannungszustände innerhalb dieser Zustandsfläche kleine viskoplastische Dehnungsgeschwindigkeiten.

Zur Beschreibung des Materialverhaltens bei beliebigen Spannungszuständen sind für das *Soft-Soil-Creep* Modell drei Fließbedingungen im Hauptspannungsraum zu definieren. Diese beschreiben die Grenzbedingung nach MOHR-COULOMB (Gleichung 5.15).

Das *Soft-Soil-Creep* Modell ist folglich eine Erweiterung des *Modified Cam-Clay* bzw. des *Soft-Soil* Modells. Es berücksichtigt viskoplastische Dehnungen.

# Kapitel 6

# Anisotropes dreidimensionales Materialverhalten

Die Anisotropie weicher Böden, d. h. die Richtungsabhängigkeit der mechanischen und physikalischen Eigenschaften, hat einen signifikanten Einfluss auf ihr mechanisches Verhalten. Im Allgemeinen unterscheidet man zwei Arten von Anisotropie. Die Struktur der Teilchen und die Art ihrer Ablagerung während des Sedimentationsprozesses führen zur sogenannten inhärenten (lat. anhaftend, innewohnend) Anisotropie. Nach CASAGRANDE UND CARILLO (1944) ist diese Art der Anisotropie völlig unabhängig von eventuell auftretenden Dehnungen (Verformungen). Sie ist somit eine Eigenschaft, die im Material selbst begründet liegt. Im Gegensatz dazu lässt sich die sogenannte induzierte (lat. einführen) Anisotropie nach CASAGRANDE UND CARILLO (1944) ausschließlich auf aufgetretene Dehnungen (Verformungen) in Verbindung mit aufgebrachten Spannungen zurückführen. Die Begriffe spannungs- und dehnungsinduzierte Anisotropie beschreiben folglich beide die Anisotropie, welche in Folge der Belastungsgeschichte eines betrachteten Bodens in denselben eingeprägt ist. Die Belastungsgeschichte eines Bodens wird vor allem durch seine geologische Geschichte (z. B. Uberlagerung, Erosion und Porenwasserdruckschwankungen) geprägt, kann aber auch von Menschenhand (z. B. künstliche Auffüllungen und Uberschüttungen) beeinflusst sein. Die in weichen Böden in situ vorhandene Anisotropie ist folglich im Allgemeinen eine Kombination von beiden, der inhärenten und der induzierten Anisotropie.

Im folgenden Abschnitt wird auf die grundlegenden Eigenschaften und die unterschiedlichen Möglichkeiten der Modellierung von Anisotropie eingegangen. Ein weiterer Abschnitt befasst sich mit einer Erweiterung des im vorhergehenden Kapitel 5 vorgestellten *Soft-Soil-Creep* Modells, die es ermöglicht, Anisotropie von weichen Böden zu berücksichtigen.

# 6.1 Verschiedene Möglichkeiten der Modellierung von Anisotropie

Keines der in Kapitel 5 erwähnten Modelle ist geeignet, anisotropes Verhalten von weichen Böden zu beschreiben. Verschiedene Untersuchungen zeigen, dass sich weiche Böden aber im Allgemeinen anisotrop verhalten. So stellen TAVENAS UND LEROUEIL (1977) für den *Champlain Clay* fest, dass die Fließfläche nicht symmetrisch zur hydrostatischen Achse  $p'^{1}$  in einem p'-q-Diagramm ist. Die Fließ- bzw. Zustandsfläche lässt sich zwar wie bei den zuvor erwähnten isotropen Modellen (beispielsweise *Modified Cam-Clay* Modell, *Soft-Soil* Modell und *Soft-Soil-Creep* Modell) durch eine Ellipse beschreiben, diese ist aber eher entlang eines Spannungspfades, welcher der sogenannten  $K_0$ -Linie<sup>2</sup> folgt, orientiert und nicht mehr entlang der hydrostatischen bzw. isotropen Achse. Weitere Arbeiten von GRAHAM U. A. (1983), ATKINSON U. A. (1987) und DÌAZ-RODRÌGUEZ U. A. (1992) bestätigen die Orientierung einer elliptischen Fließfläche an der sogenannten  $K_0$ -Linie für unterschiedliche, sowohl natürliche als auch künstliche weiche Böden.

In den folgenden drei Unterabschnitten werden unterschiedliche Konzepte zur Modellierung von anisotropem Materialverhalten erläutert und anhand von Beispielen verdeutlicht.

#### 6.1.1 Direkte Modellierung im allgemeinen Spannungsraum

Die klassische Variante der Modellierung von anisotropem Materialverhalten ist die mathematisch-physikalische Abbildung des Stoffverhaltens im allgemeinen Spannungsraum. Es wird dabei die Geschwindigkeit des Spannungsvektors  $\dot{\sigma}$  über eine Steifigkeitsmatrix **D** mit der Geschwindigkeit der Dehnungen  $\dot{\epsilon}$  direkt in Beziehung gesetzt.

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad \text{mit} \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{D}^{-1}\dot{\boldsymbol{\sigma}}$$
 (6.1)

Das einfachste anisotrope Stoffgesetz ist die elastische Transversal-Anisotropie, auch *Cross-Anisotropie* genannt. An Stelle von zwei elastischen Parametern (Elastizitätsmodul E und Querdehnzahl  $\nu$ ) bei der isotropen Elastizität werden fünf elastische Parameter (die Elastizitätsmodule  $E_1$  und  $E_2$ , die Querdehnzahlen  $\nu_1$  und  $\nu_2$  sowie der Schubmodul  $G_2$ ) benötigt (Gleichung 6.2). Es ist damit möglich, unterschiedliche elastische Materialeigenschaften in zwei zueinander orthogonalen Richtungen abzubilden.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_2}{E_2} & -\frac{\nu_1}{E_1} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu_2}{E_2} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_2}{E_2} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu_1}{E_1} & -\frac{\nu_2}{E_2} & \frac{1}{E_1} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & G_2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_1)}{E_1} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\sigma}}$$
(6.2)

Stoffgesetze, die sich nicht nur zur Modellierung von anisotropem linear-elastischem Materialverhalten eignen, sondern anisotropes elasto-plastisches Materialverhalten abbilden können, gibt es in der Literatur viele. Stellvertretend werden im Folgenden einige aufgeführt und eines beispielhaft dargestellt.

Eines der ersten Modelle, welches anisotropes elasto-plastisches Materialverhalten abbildet, ist das für  $K_0$ -konsolidierte Tone entwickelte Modell von SEKIGUCHI UND OTHA

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Hydrostatische Achse *p*′ oder auch isotrope Achse wird die Achse genannt, auf der für alle Spannungszustände die deviatorischen Spannungen *q* gleich null sind.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Die *K*<sub>0</sub>-Linie folgt dem Spannungspfad, der sich in Folge einer eindimensionalen Belastung mit behinderter Seitendehnung (z. B. im Oedometer) ergibt.

(1977). Es basiert auf dem klassischen *Cam-Clay* Modell. Der Mittelpunkt der tropfenförmigen Fließfläche liegt im p'-q-Diagramm aber nicht mehr auf der hydrostatischen Achse (p'-Achse), sondern auf der  $K_0$ -Linie. Das elastische Verhalten wird in diesem Modell isotrop angenommen.

Das *Modified Cam-Clay* Modell mit seiner elliptischen Fließfläche wird auch als Ausgangsbasis für verschiedene anisotrope Modelle verwendet. Die Abbildung des anisotropen Materialverhaltens wird dabei durch eine Drehung oder Verzerrung der elliptischen Fließfläche erreicht. Ein Beispiel hierfür ist das *MELANIE* Modell von MAGNAN U. A. (1982). Es beinhaltet eine auf die  $K_0$ -Linie gedrehte elliptische Fließfläche mit assoziierter oder nicht assoziierter Fließregel (vgl. Abbildung 6.1). Das elastische Verhalten wird in diesem Modell linear und transversal anisotrop angenommen.

Ein weiteres Modell, welches auf dem *Modified Cam-Clay* Modell beruht, und aus diesem durch eine Drehung und Verzerrung hervorgeht, wird von DAFALIAS (1987) vorgeschlagen. Im Gegensatz zu allen anderen bisher erwähnten Modellen berücksichtigt DAFALIAS, dass der kritische Zustand, welcher sich aus der Fließbedingung ergibt, stets auf der wirklich vorhandenen *critical state line* liegt. Demzufolge ändert sich im Gegensatz zu den vorherigen Modellen mit dem Auftreten von plastischen Verformungen nicht nur die Größe, sondern auch die Form und die Orientierung der Fließfläche in der p'-q-Ebene. Das Modell geht von einer assoziierten Fließregel aus. Das elastische Verhalten wird nichtlinear-elastisch und isotrop angenommen.

Alle bisher vorgestellten Modelle sind für triaxiale Spannungszustände gültig, BA-NERJEE UND YOUSIF (1986) entwickelten ein Modell für allgemeine Spannungszustände. Auch dieses Modell beruht auf dem *Modified Cam-Clay* Modell. Die Fließfläche bildet im allgemeinen Hauptspannungsraum ein im Bezug auf die hydrostatische Achse gedrehtes und verzerrtes Ellipsoid. In Folge von plastischen Verformungen ändert das Ellipsoid seine Größe und Form sowie die Orientierung im allgemeinen Hauptspannungsraum. Es wird eine assoziierte Fließregel im Modell verwendet. Das elastische Verhalten wird nichtlinear-elastisch und isotrop angenommen.

Die bis hier aufgeführten Modelle sind nur einige Beispiele für die Modellierung anisotropen elasto-plastischen Materialverhaltens. Im Folgenden wird ein weiteres Modell auf Basis der klassischen Plastizitätstheorie etwas ausführlicher vorgestellt.

Eine Erweiterung des in Abschnitt 5.1 erwähnten *Modified Cam-Clay* Modells, das Anisotropie berücksichtigt, ist auch das *S-CLAY1* Modell, das WHEELER (1997) vorstellt. Es wird hier die leicht modifizierte Version von NÄÄTÄNEN U. A. (1999) bzw. WHEELER U. A. (2003) vorgestellt. Die Einführung eines speziellen Verfestigungsgesetzes (*rotational hardening rule*), das zusätzlich zum klassischen Verfestigungsgesetz des *Modified Cam-Clay* Modells verwendet wird, erlaubt es, anisotropes Materialverhalten abzubilden. Die *rotational hardening rule* ermöglicht eine Verdrehung der klassischen *Cam-Clay* Ellipse im p'-q-Diagramm, siehe Abbildung 6.1.

Die initiale Anisotropie beim *S*-*CLAY1* Modell wird durch die initiale Ausrichtung der Ellipse im p'-q-Diagramm beschrieben. Ein Verfestigungsparameter  $p_m$  steuert die Größe der Ellipse. Ein weiterer Verfestigungsparameter  $\alpha$ , der die Rotation der Fließfläche im p'-q-Diagramm beschreibt, kontrolliert das anisotrope Materialverhalten während Spannungsänderungen.



Abbildung 6.1: Darstellung der Fließflächen des *S*-*CLAY1* Modells in der p'-q-Ebene.

Im triaxialen Spannungsraum lässt sich die Fließfläche des *S-CLAY1* Modells mit Hilfe der ROSCOE-Variablen (vgl. Kapitel 3) wie folgt beschreiben. Eine graphische Darstellung der Fließfläche zeigt Abbildung 6.1.

$$F = (q - \alpha p')^{2} - (M^{2} - \alpha^{2})(p_{m} - p')p' = 0$$
(6.3)

In Gleichung 6.3 ist *M* der Wert des Spannungsverhältnisses  $\eta = \frac{q}{p'}$  für den sogenannten kritischen Zustand (*critical state*). Die Orientierung der Fließfläche wird durch  $\alpha$  definiert, und  $p_m$  bestimmt die Größe der Fließfläche. Das elastische Materialverhalten wird gleich dem des *Modified Cam-Clay* Modells formuliert. Des Weiteren kommt eine assozierte Fließregel zur Anwendung.

Die zwei Verfestigungsgesetze des *S-CLAY1* Modells lassen sich wie folgt beschreiben. Gleichung 6.4 entspricht dem isotropen Verfestigungsgesetz des *Modified Cam-Clay* Modells.

$$\dot{p}_m = \frac{(1+e)\,p_m \dot{\varepsilon}_v^{pl}}{\lambda - \kappa} \tag{6.4}$$

$$\dot{\alpha} = \mu \left[ \left( \chi_v \left( \eta \right) - \alpha \right) \left\langle \dot{\varepsilon}_v^{pl} \right\rangle + \beta \left( \chi_d \left( \eta \right) - \alpha \right) \left| \dot{\varepsilon}_d^{pl} \right| \right]$$
(6.5)

In Gleichung 6.4 ist  $\lambda$  der klassische Kompressionsbeiwert und  $\kappa$  der klassische Schwellbeiwert.  $p_m$  entspricht der aktuellen Größe der Ellipse und e ist die aktuelle Porenzahl. Die Beziehung beschreibt die Geschwindigkeit der Ellipsenänderung  $\dot{p}_m$  in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit der plastischen Volumendehnungen  $\dot{\varepsilon}_v^{pl}$ .

Das zweite in Gleichung 6.5 dargestellte Verfestigungsgesetz beschreibt die Geschwindigkeit der Neigungsänderung der Fließfläche  $\dot{\alpha}$ , und damit die Änderung der vorherrschenden Anisotropie, als eine Funktion der plastischen Dehnungen (plastische Volumendehnung  $\dot{\varepsilon}_v^{pl}$  und plastische Deviatordehnung  $\dot{\varepsilon}_q^{pl}$ ). Im Vergleich zum *Modified Cam-Clay* Modell gibt es beim *S-CLAY1* Modell zwei weitere Parameter  $\mu$  und  $\beta$ . In Folge

der plastischen Volumendehnung  $\dot{\varepsilon}_v^{pl}$  versucht der Wert  $\alpha$  seinen *volumetrischen Zielwert*  $\chi_v(\eta)$  zu erreichen. Dieser *volumetrische Zielwert* hängt dabei vom aktuellen Spannungsverhältnis  $\eta = \frac{q}{p'}$  ab. Des Weiteren verursacht die plastische Deviatordehnung  $\dot{\varepsilon}_q^{pl}$ , dass der Wert  $\alpha$  sich in Richtung eines zweiten *deviatorischen Zielwerts*  $\chi_q(\eta)$  bewegt. Dieser deviatorische Zielwert hängt ebenfalls vom aktuellen Spannungsverhältnis  $\eta = \frac{q}{n'}$ ab. Der Parameter  $\beta$  kontrolliert die Wirksamkeit der plastischen Volumen- bzw. Deviatordehnung im Bezug auf das Erreichen des allgemein gültigen Zielwerts des Werts  $\alpha$  in Abhängigkeit des aktuellen Spannungsverhältnisses  $\eta = \frac{q}{v'}$ . Der allgemein gültige Zielwert liegt zwischen dem volumetrischen Zielwert und dem deviatorischen Zielwert. Für Spannungspfade, bei denen die plastische Volumendehnung  $\dot{\varepsilon}_v^{pl}$  dominiert (hydrostatische Belastung bzw. niedrige Werte für das Spannungsverhältnis  $\eta$ ), liegt der *allgemein* gültige Zielwert des Werts  $\alpha$  sehr nah bei  $\chi_v(\eta)$ . Im Gegensatz dazu liegt der allgemein *gültige Zielwert* für Spannungspfade, bei denen die plastische Deviatordehnung  $\dot{\varepsilon}_{a}^{pl}$  überwiegt (*critical state* bzw. hohe Werte für das Spannungsverhältnis  $\eta$ ), in der Nähe von  $\chi_q(\eta)$ . Im Falle von Spannungspfaden mit wechselndem Spannungsverhältnis  $\eta = \frac{q}{p'}$ ändert sich der allgemein gültige Zielwert des Werts  $\alpha$  ständig. Der Parameter  $\mu$  kontrolliert die Geschwindigkeit, mit welcher der Wert  $\alpha$  seinen aktuellen allgemein gültigen Zielwert erreicht.

NÄÄTÄNEN U.A. (1999) schlagen für den *volumetrischen Zielwert* und den *deviatorischen Zielwert* die folgenden Werte vor.

$$\chi_v\left(\eta\right) = \frac{3\eta}{4} \tag{6.6}$$

$$\chi_q\left(\eta\right) = \frac{\eta}{3} \tag{6.7}$$

Im allgemeinen Spannungsraum ist der Verfestigungsparameter  $\alpha$  nicht länger nur ein Skalar, sondern ein Tensor <sup>3</sup> 1. Stufe (Vektor). Die initiale Anisotropie wird somit durch die initiale Ausrichtung eines Ellipsoides im allgemeinen Hauptspannungsraum beschrieben. Ein Verfestigungsparameter  $p_m$  steuert die Größe des Ellipsoides. Ein Verfestigungsvektor  $\alpha$ , der die Rotation der Fließfläche im allgemeinen Hauptspannungsraum beschreibt, kontrolliert das anisotrope Materialverhalten während Spannungsänderungen.

KOSKINEN U. A. (2002B) zeigen anhand der numerischen Simulation von Triaxialversuchen an künstlich hergestellten Tonproben (*reconstituted clay samples*) die Fähigkeiten des *S-CLAY1* Modells auf. Die Besonderheit der simulierten Triaxialversuche liegt darin, dass dabei unterschiedliche Spannungspfade mit Richtungswechsel durchgeführt wurden.

Eine Erweiterung des *S-CLAY1* Modells, die zusätzlich zur Anisotropie die Struktur zerstörenden Effekte (*destructuration effects*) berücksichtigt, wird als *S-CLAY1S* bezeichnet (KOSKINEN U. A. (2002A)).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Der Tensor entspricht in diesem Fall der mathematischen Darstellung der Richtungsabhängigkeit von physikalischen Eigenschaften in geeigneter Matrizenform.

Alle bis hier aufgeführten Modelle besitzen nur eine Fließfläche, mit der das plastische Verhalten einschließlich der vorhandenen Verfestigung im Rahmen der klassischen Plastizitätstheorie beschrieben wird. Eine Zusammenstellung von weiteren Modellen, die mehr als eine Fließfläche zur Beschreibung von anisotropem plastischem Materialverhalten inklusive Verfestigung besitzen, findet sich bei ZHOU (1997). Darüber hinaus werden in dieser Arbeit auch Vielflächenmodelle vorgestellt, mit denen, je nach Formulierung, die Modellierung von anisotropem Materialverhalten ebenso möglich ist.

Einige Vielflächenmodelle, die Anisotropie berücksichtigen, werden im Folgenden beispielhaft aufgeführt. So formulieren ANANDARAJAH UND DAFALIAS (1986) ein sogenanntes bounding surface Modell, welches Anisotropie abbilden kann. Die anfängliche Anisotropie wird hier durch eine gegenüber der hydrostatischen Achse gedrehte bounding surface modelliert. In Folge von plastischen Verformungen ändert sich die Orientierung sowie die Form der bounding surface. Auf die Vorstellung der Theorie der sogenannten bounding surface plasticity wird hier bewusst verzichtet, da dies über den Rahmen der Arbeit hinausgeht. ANANDARAJAH UND DAFALIAS (1986) sowie weitere Autoren, wie z. B. BANERJEE UND YOUSIF (1986) und LIANG UND MA (1992), verwenden alle die gleiche Idee einer gedrehten bounding surface zur Modellierung der Anisotropie, die auch in der klassischen Plastizitätstheorie mit einer gedrehten Fließfläche angewandt wird. BANERJEE UND YOUSIF (1986) erweitern ihr zuvor erwähntes Modell im Rahmen der *bounding surface plasticity*, um auch das Verhalten des Bodens unter zyklischer Belastung modellieren zu können. Die Fähigkeit, Materialverhalten unter zyklischer Belastung abbilden zu können, ist eine wesentliche Eigenschaft der bounding *surface plasticity.* 

Ein weiteres Modell im Rahmen der *bounding surface plasticity*, welches außer der Modellierung von Anisotropie auch noch weitere komplexe Materialeigenschaften wie Entfestigung <sup>4</sup>, nichtlinear-elastisches Materialverhalten im Bereich von kleinen Dehnungen, auftretende Hysterese bei den Verformungen in Folge von zyklischen Belastungen sowie vom Spannungspfad abhängige Verformungen berücksichtigt, stellen WHITTLE UND KAVVADAS (1994) vor. Dieses sogenannte *MIT-E3* Modell wird von WHITTLE U. A. (1994) zur Modellierung von Laborversuchen an *Boston Blue Clay* verwendet. Es zeigt sich, dass das *MIT-E3* Modell gut geeignet ist, das komplexe Materialverhalten des überkonsolidierten *Boston Blue Clays* abzubilden.

ROUAINIA UND WOOD (2000) und GAJO UND WOOD (2001) entwickelten ein Modell auf der Basis der *bounding surface plasticity*, mit dem anisotropes Materialverhalten von Tonen abgebildet werden kann. Die Struktur zerstörenden Effekte (*destructuration*) in natürlich zementierten Tonen können mit diesem Modell auch abgebildet werden. Des Weiteren sind die Festigkeit und die Steifigkeit des Bodens in diesem Modell vom aktuellen Zustand des modellierten Materials, beschrieben durch sogenannte Zustandsgrößen (*state parameters*)<sup>5</sup>, abhängig.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Unter Entfestigung wird die Abnahme der maximal aufnehmbaren Deviatorspannung mit zunehmender Verformung verstanden.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Zustandsgrößen eines Materials sind Kennwerte bzw. Kenngrößen, die den aktuellen Zustand des Materials im Hinblick auf eine Eigenschaft eindeutig beschreiben. Beispiele hierfür sind die Porenzahl *e* sowie der Wassergehalt *w*.
Alle in diesem Unterabschnitt erwähnten Modelle benötigen für die Abbildung des anisotropen Materialverhaltens im Vergleich zum klassischen *Modified Cam-Clay* Modell zusätzliche Parameter bzw. Kennwerte. Die Bestimmung dieser Kennwerte ist mitunter schwierig und nicht mit einfachen Laborversuchen möglich. Des Weiteren ist die Anwendung dieser Modelle zumeist nicht trivial und somit nur für Experten möglich. In den Unterabschnitten 6.1.2 und 6.1.3 werden Modelle vorgestellt, welche ohne zusätzliche Parameter die Modellierung von anisotropen Materialverhalten ermöglichen.

#### 6.1.2 Microplane Modelle

Eine andere Herangehensweise, als die in Unterabschnitt 6.1.1 vorgestellte, um anisotropes Materialverhalten zu modellieren, wird in diesem und dem folgenden Unterabschnitt vorgestellt. In beiden Fällen wird das makroskopische dreidimensionale Materialverhalten auf eine Materialbeschreibung auf charakteristischen mikroskopischen Ebenen reduziert. Die Auswertung der Stoffgesetze auf den charakteristischen raumfesten Ebenen ergibt letztendlich eine makroskopische anisotrope Materialbeschreibung. Theoretisch müssen unendlich viele Ebenen im Raum betrachtet werden, in der Praxis werden die Stoffgesetze aber nur für eine begrenzte Anzahl von Ebenen ausgewertet. Je nach Anzahl dieser Ebenen ist eine beliebig genaue Approximation möglich. Beide Herangehensweisen sind aber keine mikromechanischen Modelle im klassischen Sinn, bei denen explizit das mechanische Verhalten der einzelnen Korn-zu-Korn-Kontakte beschrieben wird. Mehrere Korn-zu-Korn-Kontakte entsprechen einer mikroskopischen Ebene und werden somit mit ihren gemittelten Eigenschaften zusammengefasst. Die sogenannten Microplane und Multilaminate Modelle können somit als Bindeglied zwischen der Modellierung auf der Makroebene (kontinuumsmechanische Modellierung) und der *Mikroebene* (diskrete Modellierung einzelner Partikel) interpretiert werden.

Die in diesem Unterabschnitt behandelten *Microplane* Modelle beruhen dabei auf einer kinematischen Projektion. Bei dieser ergeben sich die mikroskopischen Dehnungen durch eine Projektion der makroskopischen Dehnungen. Unter Verwendung der Stoffgesetze auf den mikroskopischen Ebenen ergeben sich aus den mikroskopischen Dehnungen mikroskopische Spannungen, die durch eine Integration über alle Ebenen wieder in makroskopische Spannungen transferiert werden.

Im Gegensatz dazu beruhen die im folgenden Unterabschnitt vorgestellten *Multilaminate* Modelle auf einer statischen Projektion. Hier werden die makroskopischen Spannungen durch eine Projektion in mikroskopische Spannungen umgewandelt. Durch die Verwendung der Stoffgesetze auf den mikroskopischen Ebenen erhält man mikroskopische Sche Dehnungen, welche mittels einer Integration über alle Ebenen in makroskopische Dehnungen transferiert werden.

Im Allgemeinen gelten für die Transformation von Spannungen und Dehnungen von einem globalen (x,y,z- Koordinatensystem) in ein lokales (n,s,t- Koordinatensystem) Koordinatensystem die folgenden Beziehungen.

$$\boldsymbol{\sigma}_{nst} = \mathbf{T}_{\sigma} \boldsymbol{\sigma}_{xyz} \\ = \begin{bmatrix} n_x^2 & n_y^2 & n_z^2 & 2n_x n_y & 2n_y n_z & 2n_x n_z \\ s_x^2 & s_y^2 & s_z^2 & 2s_x s_y & 2s_y s_z & 2s_x s_z \\ t_x^2 & t_y^2 & t_z^2 & 2t_x t_y & 2t_y t_z & 2t_x t_z \\ n_x s_x & n_y s_y & n_z s_z & n_x s_y + n_y s_x & n_y s_z + n_z s_y & n_z s_x + n_x s_z \\ s_x t_x & s_y t_y & s_z t_z & s_x t_y + s_y t_x & s_y t_z + s_z t_y & s_z t_x + s_x t_z \\ n_x t_x & n_y t_y & n_z t_z & n_x t_y + n_y t_x & n_y t_z + n_z t_y & n_z t_x + n_x t_z \end{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_{xyz}$$
(6.8)

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{nst} = \mathbf{T}_{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}_{xyz} = \begin{bmatrix} n_x^2 & n_y^2 & n_z^2 & n_x n_y & n_y n_z & n_x n_z \\ s_x^2 & s_y^2 & s_z^2 & s_x s_y & s_y s_z & s_x s_z \\ t_x^2 & t_y^2 & t_z^2 & t_x t_y & t_y t_z & t_x t_z \\ 2n_x s_x & 2n_y s_y & 2n_z s_z & n_x s_y + n_y s_x & n_y s_z + n_z s_y & n_z s_x + n_x s_z \\ 2s_x t_x & 2s_y t_y & 2s_z t_z & s_x t_y + s_y t_x & s_y t_z + s_z t_y & s_z t_x + s_x t_z \\ 2n_x t_x & 2n_y t_y & 2n_z t_z & n_x t_y + n_y t_x & n_y t_z + n_z t_y & n_z t_x + n_x t_z \end{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{xyz}$$
(6.9)

In den Gleichungen 6.8 und 6.9 sind  $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_z$ ,  $s_x$ ,  $s_y$ ,  $s_z$ ,  $t_x$ ,  $t_y$  sowie  $t_z$  die Komponenten der normierten lokalen Vektoren **n**, **s** und **t** im globalen Koordinatensystem (vgl. u. a. GOODMAN (1980)).

Die Rücktransformation der lokalen Spannungen bzw. Dehnungen in die globalen Spannungen bzw. Dehnungen erfolgt mittels der jeweiligen inversen Matrix.

$$\boldsymbol{\sigma}_{xyz} = \mathbf{T}_{\sigma}^{-1} \boldsymbol{\sigma}_{nst}$$
(6.10)

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{xyz} = \mathbf{T}_{\varepsilon}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_{nst}$$
(6.11)

Es lässt sich zeigen, dass folgende Beziehungen gültig sind.

$$\mathbf{T}_{\varepsilon}^{T} = \mathbf{T}_{\sigma}^{-1} \qquad \mathbf{T}_{\sigma}^{T} = \mathbf{T}_{\varepsilon}^{-1}$$
(6.12)

Mit den Gleichungen 6.8 bis 6.12 lässt sich eine lokale Spannungs-Dehnungs-Beziehung (n,s,t- Koordinatensystem) in eine globale Spannungs-Dehnungs-Beziehung (x,y,z-Koordinatensystem) wie folgt umformen.

$$\left. \begin{array}{ll} \boldsymbol{\sigma}_{nst} &= & \mathbf{D}_{nst}^{lokal} \boldsymbol{\varepsilon}_{nst} \\ \boldsymbol{\sigma}_{nst} &= & \mathbf{T}_{\sigma} \boldsymbol{\sigma}_{xyz} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{nst} &= & \mathbf{T}_{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}_{xyz} \end{array} \right\} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{T}_{\sigma} \boldsymbol{\sigma}_{xyz} = \mathbf{D}_{nst}^{lokal} \mathbf{T}_{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}_{xyz} \tag{6.13}$$

Des Weiteren gilt.

$$\boldsymbol{\sigma}_{xyz} = \mathbf{T}_{\sigma}^{-1} \mathbf{D}_{nst}^{lokal} \mathbf{T}_{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}_{xyz}$$
(6.14)

Setzt man Gleichung 6.13 in Gleichung 6.14, ergibt sich folgende Beziehung.



Abbildung 6.2: Isotropes Material, durchtrennt von zufällig orientierten Ebenen.

$$\boldsymbol{\sigma}_{xyz} = \mathbf{T}_{\varepsilon}^{T} \mathbf{D}_{nst}^{lokal} \mathbf{T}_{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}_{xyz} = \mathbf{D}_{xyz}^{global} \boldsymbol{\varepsilon}_{xyz} \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{T}_{\varepsilon}^{T} \mathbf{D}_{nst}^{lokal} \mathbf{T}_{\varepsilon} = \mathbf{D}_{xyz}^{global} \tag{6.15}$$

Die obige Gleichung entspricht dem Konzept der kinematischen Projektion (*Microplane* Modelle).

TAYLOR (1938) ist wohl der Erste, der vorschlägt, die makroskopische Spannungs-Dehnungs-Beziehung eines Materials, in seinem Fall die von Metall-Kristallen, mit Hilfe von verschiedenen unabhängigen Ebenen im Raum zu beschreiben. Hierzu nimmt TAYLOR an, dass entweder die Spannungen auf den Ebenen (mikroskopische Spannungen) eine Projektion der makroskopischen Spannungen sind (statische Projektion) oder die Dehnungen auf den Ebenen (mikroskopische Dehnungen) eine Projektion der makroskopischen Dehnungen sind (kinematische Projektion).

Das physikalische Modell dieses Ansatzes ist ein massiver Block eines isotropen linear elastischen Materials, welcher durch eine unendliche Anzahl von zufällig orientierten Ebenen durchtrennt wird. In Folge dessen ist der Block selbst eine Ansammlung von perfekt zueinander passenden Blöcken. Abbildung 6.2 verdeutlicht dies.

Des Weiteren wird davon ausgegangen, dass die Ebenen im Falle der Beschreibung von Böden eine gewisse Rauigkeit besitzen, die ein nicht-elastisches Verhalten auf den Ebenen zur Folge hat. Die Rauigkeit an sich kann dabei in Beziehung zu der Anfangsporenzahl  $e_0$  des zu modellierenden Bodens gesetzt werden.

Die Annahme, dass das globale Verformungsverhalten des Blocks durch die Beschreibung des Gleit-Phänomens auf den Kontaktebenen in Folge der dort herrschenden effektiven Normal- und Scherspannung sowie des sich Öffnens bzw. Schließens des Spalts zwischen den Kontaktebenen (Veränderung der Porenzahl *e*) abgebildet werden kann, hat zur Folge, dass das globale Verformungsverhalten nicht mehr rein linear elastisch ist. Auf den Ebenen ergibt sich, je nach verwendetem Stoffgesetz, ein elastisch-plastisches, elastisch/viskoplastisches usw. Verhalten. Im einfachsten Fall sind die Eigenschaften auf allen Ebenen die gleichen. Dies ist aber nicht zwingend notwendig (vgl. PIETRUSZCZAK UND PANDE (2001)).

BAŽANT U. A. (2000) geben einen Überblick über bestehende *Microplane* Modelle, die im Rahmen der kinematischen Projektion formuliert sind. Alle bisher formulierten *Microplane* Modelle basieren im Wesentlichen auf der Arbeit von BAŽANT UND OH (1985) bzw. BAŽANT UND PRAT (1988A) und BAŽANT UND PRAT (1988B).

Die ersten Microplane Modelle (z. B. BAŽANT UND OH (1985)) berücksichtigen nur die Normalkomponente der lokalen Dehnungen für die Formulierung der Stoffgesetze auf den Ebenen. Aufgrund dieser sehr einfachen Modellbildung ergeben sich bei der Abbildung der zu modellierenden Materialien, vor allem beim Beton, Unzulänglichkeiten. So ist der Wertebereich der Querdehnungszahl  $\nu$  in diesen Modellen auf  $-1 \le \nu \le 0, 25$ begrenzt. BAŽANT UND PRAT (1988A) und BAŽANT UND PRAT (1988B) stellen deswegen eine erweiterte Version der Microplane Modelle vor. Darin erfolgt eine Aufspaltung der lokalen Dehnungen auf den Ebenen in eine Normal- und eine Schubdehnungskomponente. Des Weiteren berücksichtigen BAŽANT UND PRAT (1988A) und BAŽANT UND PRAT (1988B) in ihrer Stoffgesetzformulierung auf den Ebenen eine mittlere Normaldehnungskomponente (*mean normal strain*), auch seitliche Dehnung (*lateral strain*) genannt, die sich aus den Normaldehnungskomponenten (Mittelwert) der senkrecht zur betrachteten Ebene stehenden Ebenen ergibt. Sie stellen fest, dass diese Dehnungskenngröße einen maßgebenden Effekt auf das Sprödigkeitsverhalten hat. Für die Stoffgesetzformulierung auf den Ebenen werden deshalb drei Dehnungskomponenten berücksichtigt: eine volumetrische und eine deviatorische Komponente sowie eine Schubkomponente. Dabei berücksichtigen die volumetrische und die deviatorische Dehnungskomponente die Normaldehnungskomponente und die mittlere Normaldehnungskomponente bzw. seitliche Dehnungskomponente.

Die meisten Arbeiten im Rahmen der *Microplane* Modelle behandeln Stoffgesetze, die sprödes Materialverhalten, vor allem die Modellierung von Beton, beschreiben. Als Stoffgesetze auf den Ebenen werden häufig Beziehungen verwendet, die im Rahmen der Schädigungstheorie (*damage theory*) formuliert sind. Das globale Materialverhalten kann somit als Elasto-Schädigung betrachtet werden. Arbeiten, die das Verhalten von duktilen Materialien, wie die in dieser Arbeit betrachteten weichen Böden, im Rahmen der *Microplane* Modelle beschreiben, sind selten. Als Beispiel wird hier die Arbeit von BAŽANT UND OH (1985) kurz vorgestellt.

BAŽANT UND OH (1985) beschreiben in ihrer Arbeit ein viskoplastisches *Microplane* Modell, welches im Rahmen der *Rate Process Theory* (vgl. Kapitel 3) formuliert ist. Es handelt sich dabei um ein sehr einfaches Modell, bei dem nur deviatorisches Kriechen berücksichtigt wird. Hierzu werden die globalen Dehnungen in lokale Schubund Normaldehnungskomponenten zerlegt, wobei auf den einzelnen lokalen Ebenen ein Stoffgesetz verwendet wird, das nur die Scherdehnungskomponente berücksichtigt. Die Scherspannungskomponente  $\tau^{lokal}$  auf einer lokalen Ebene ergibt sich als eine Funktion der vorhandenen Scherdehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\gamma}^{lokal}$ . Die Richtung der Scherspannungskomponente auf der lokalen Ebene entspricht dabei der Richtung der Scher-

dehnungsgeschwindkeit auf dieser.

Die Formulierung des Stoffgesetzes auf den lokalen Ebenen erfolgt in Anlehnung an SINGH UND MITCHELL (1968) bzw. MITCHELL U. A. (1968).

$$\tau^{lokal} = \frac{1}{k_2} \sinh^{-1}\left(\frac{\dot{\gamma}^{lokal}}{k_1}\right) \tag{6.16}$$

Die beiden Parameter  $k_1$  und  $k_2$  sind wie folgt definiert.

$$k_1 = 2A \frac{kT}{h} t^{-m} e^{-\frac{Q}{RT}} = k_0 t^{-m}$$
(6.17)

$$k_2 = \frac{V_a}{RT} \tag{6.18}$$

*T* ist die absolute Temperatur, *Q* die notwendige Energie zur Überwindung der Energiebarriere bzw. Aktivierungsenergie (vgl. Kapitel 3), *R* die universelle Gaskonstante (0,082056 l · bar/K · mol), *k* die BOLTZMAN-Konstante, *h* die PLANCK-Konstante bzw. das PLANCKSCHE Wirkungsquantum (6,626 · 10<sup>-34</sup> kg · m<sup>2</sup>/s) und *V*<sub>a</sub> das Aktivierungsvolumen. *m* und *A* sind empirische Konstanten. *A* charakterisiert die Anzahl der aktiven Verbindungsstellen bzw. Kontaktstellen zum Zeitpunkt der Spannungsaufbringung. Die Exponentialfunktion  $t^{-m}$  mit der Zeit *t* als Variable beschreibt die zeitliche Reduktion der Kriechgeschwindigkeit unter konstanter effektiver Spannung.

BAŽANT UND OH (1985) verwenden in ihrer Arbeit insgesamt 50 lokale Ebenen, über die numerisch integriert wird, um die globale Spannungsantwort zu erhalten.

Ein Beispiel für weitere Arbeiten im Rahmen der *Microplane* Modelle, die kohäsive Reibungsmaterialien beschreiben, ist KUHL (2000).

#### 6.1.3 Multilaminate Modelle

Im Gegensatz zu den im vorherigen Unterabschnitt erwähnten *Microplane* Modellen beruhen die im folgenden Unterabschnitt vorgestellten *Multilaminate* Modelle auf einer statischen Projektion. Hier werden die makroskopischen Spannungen durch eine Projektion in mikroskopische Spannungen umgewandelt. Durch die Verwendung von Stoffgesetzen auf den mikroskopischen Ebenen erhält man mikroskopische Dehnungen, welche mittels einer Integration über alle Ebenen in makroskopische Dehnungen transferiert werden.

Mit den Gleichungen 6.8 bis 6.12 lässt sich eine lokale Dehnungs-Spannungs-Beziehung (n,s,t- Koordinatensystem) in eine globale Dehnungs-Spannungs-Beziehung (x,y,z-Koordinatensystem) wie folgt umformen.

$$\begin{array}{lll} \boldsymbol{\varepsilon}_{nst} &= \left(\mathbf{D}_{nst}^{lokal}\right)^{-1} \boldsymbol{\sigma}_{nst} \\ \boldsymbol{\sigma}_{nst} &= \mathbf{T}_{\sigma} \boldsymbol{\sigma}_{xyz} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{nst} &= \mathbf{T}_{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}_{xyz} \end{array} \right\} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{T}_{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}_{xyz} = \left(\mathbf{D}_{nst}^{lokal}\right)^{-1} \mathbf{T}_{\sigma} \boldsymbol{\sigma}_{xyz} \tag{6.19}$$

Des Weiteren gilt.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{xyz} = \mathbf{T}_{\varepsilon}^{-1} \left( \mathbf{D}_{nst}^{lokal} \right)^{-1} \mathbf{T}_{\sigma} \boldsymbol{\sigma}_{xyz}$$
(6.20)

Da  $\mathbf{T}_{\sigma}^{T} = \mathbf{T}_{\varepsilon}^{-1}$  gilt (vgl. Gleichung 6.12), ergibt sich folgende Beziehung.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{xyz} = \mathbf{T}_{\sigma}^{T} \left( \mathbf{D}_{nst}^{lokal} \right)^{-1} \mathbf{T}_{\sigma} \boldsymbol{\sigma}_{xyz} = \left( \mathbf{D}_{xyz}^{global} \right)^{-1} \boldsymbol{\sigma}_{xyz}$$
(6.21)

mit 
$$\mathbf{T}_{\sigma}^{T} \left( \mathbf{D}_{nst}^{lokal} \right)^{-1} \mathbf{T}_{\sigma} = \left( \mathbf{D}_{xyz}^{global} \right)^{-1}$$
 bzw.  $\left[ \mathbf{T}_{\sigma}^{T} \left( \mathbf{D}_{nst}^{lokal} \right)^{-1} \mathbf{T}_{\sigma} \right]^{-1} = \mathbf{D}_{xyz}^{global}$  (6.22)

Die obige Gleichung entspricht dem Konzept der statischen Projektion (*Multilaminate* Modelle).

Ein einfaches Beispiel für die Verwendung von einzelnen lokalen Ebenen für die globale Beschreibung des Materialverhaltens von Böden im Rahmen der *Multilaminate* Modelle sind Stoffgesetze, die Versagen nur auf einzelnen Ebenen berücksichtigen. So lässt sich die im Unterabschnitt 6.1.1 aufgeführte elastische Transversal-Anisotropie durch die Einführung von einer begrenzten Anzahl an eventuellen Versagensebenen im allgemeinen dreidimensionalen Raum erweitern. Das damit modellierbare Materialverhalten entspricht einem intakten Fels, der von Trennflächenscharen durchtrennt ist. Die Trennflächenscharen bilden die möglichen Versagensebenen, auf denen ein geeignetes nicht-elastisches Stoffgesetz definiert ist. Der interessierte Leser wird in diesem Zusammenhang auf BRINKGREVE UND VERMEER (2001) verwiesen. Dort wird das *Jointed Rock* Modell vorgestellt, bei dem die elastische Transversal-Anisotropie mit drei möglichen Versagensebenen bzw. Trennflächenscharen kombiniert wird.

Das im Unterabschnitt 6.1.2 vorgestellte physikalische Modell eines Blocks aus isotropem linear elastischem Material, der von unendlich vielen zufällig orientierten Ebenen durchtrennt wird (vgl. Abbildung 6.2), hat auch für die *Multilaminate* Modelle Gültigkeit.

Auch hier wird die Annahme getroffen, dass in Folge einer gewissen Rauigkeit der Ebenen auf denselben ein nicht-elastisches Verhalten vorliegt. Die Anfangsporenzahl  $e_0$ kann als Maßstab für die Rauigkeit betrachtet werden. Das globale Verformungsverhalten des Blocks ist mit der Annahme, dass die Beschreibung des Gleit-Phänomens auf den Kontaktebenen in Folge der dort herrschenden effektiven Normal- und Scherspannung sowie des sich Öffnens bzw. Schließens des Spalts zwischen den Kontaktebenen (Veränderung der Porenzahl e) abgebildet werden kann, nicht mehr rein elastisch. Je nach verwendetem Stoffgesetz auf den Ebenen ergibt sich ein elastisch-plastisches, ein elastisch-viskoplastisches usw. Verhalten. Im einfachsten Fall sind die Eigenschaften auf allen Ebenen die gleichen. Dies ist aber nicht zwingend notwendig (vgl. PIETRUSZCZAK UND PANDE (2001)).

CALLADINE (1971) ist wohl der Erste, der die Idee von TAYLOR (1938) (Beschreibung der makroskopischen Spannungs-Dehnungs-Beziehung eines Materials mit Hilfe von verschiedenen unabhängigen Ebenen im Raum) aufgreift und ein einfaches Modell für Ton entwickelt. Er sieht seine Arbeit als eine Erweiterung der *slip theory of plasticity* für Metalle von BATDORF UND BUDIANSKY (1949). Wie weitere im Folgenden aufgeführte Autoren verwendet CALLADINE die statische Projektion der *Multilaminate* Modelle zur Modellierung von Böden. Die Anwendung dieses Konzepts auf Fels erfolgt wohl zum ersten Mal durch ZIENKIEWICZ UND PANDE (1977).

Im Wesentlichen lassen sich die Arbeiten im Rahmen des Konzeptes der *Multilaminate* Modelle in zwei große Blöcke aufteilen:

- Modelle zur Modellierung von Fels
- Modelle zur Modellierung von Böden

Der Block der *Multilaminate* Modelle für Böden lässt sich dabei erneut in zwei Unterblöcke aufteilen:

- Modelle zur Modellierung von nichtbindigen Böden (Sand)
- Modelle zur Modellierung von weichen bindigen Böden

ZIENKIEWICZ UND PANDE (1977) verwenden für die Modellierung von Fels auf den charakteristischen mikroskopischen Ebenen (Kluftebenen) das Stoffgesetz nach MOHR-COULOMB. Des Weiteren lassen sie durch die Verwendung eines sogenannten tension cut-off Kriteriums keine Zugspannungen bzw. nur Zugspannungen bis zu einem vorgegebenen Grenzwert zu. Die Scherfestigkeitsparameter können in diesem Modell von den akkumulierten Dehnungen auf den einzelnen Ebenen abhängig sein. Eine Modellierung von Ver- und Entfestigung ist somit prinzipiell möglich. Zur Bestimmung der plastischen (irreversiblen) Dehnungen auf den einzelnen Ebenen wird ein viskoplastischer Lösungsalgorithmus verwendet. Das globale makroskopische Spannungs-Dehnungs-Verhalten eines Fels ergibt sich aus den globalen makroskopischen Spannungen in Beziehung zu den global bestimmten elastischen Dehnungen des intakten Fels und den lokal bestimmten plastischen Dehnungen, die durch Integration über alle Kluftebenen die globalen makroskopischen plastischen Dehnungen ergeben. Es gibt auch die Möglichkeit, zusätzlich zu den eingeführten Versagenskriterien (MOHR-COULOMB und tension cutoff) auf den Kluftebenen globale Versagenskriterien für den intakten Fels einzuführen. Dies hat zur Folge, dass die globalen makroskopischen plastischen Dehnungen zu einem Teil von den plastischen Dehnungen auf den Kluftebenen und zu einem anderen von den plastischen Dehnungen des intakten Fels stammen.

PANDE UND YAMADA (1994) beschreiben in ihrer Arbeit die Möglichkeit der Modellierung von Fels und Boden mit Hilfe des *Multilaminate* Konzeptes. Die Modellierung für den Fels erfolgt dort ähnlich wie bei ZIENKIEWICZ UND PANDE (1977). Der wesentliche Unterschied ist, dass das elastische Verhalten nicht nur unter Berücksichtigung des intakten Fels erfolgt, sondern es wird auch das elastische Verhalten der einzelnen Kluftebenen explizit berücksichtigt. Die Zusammensetzung der globalen makroskopischen plastischen Dehnungen ergibt sich wieder aus den Anteilen der plastischen Dehnungen auf den Kluftebenen und dem Anteil der plastischen Dehnungen des intakten Fels. PAN-DE UND YAMADA verwenden ebenfalls einen viskoplastischen Lösungsalgorithmus zur Ermittlung der plastischen Dehnungsanteile. Das mechanische Verhalten von Böden beschreiben PANDE UND YAMADA (1994) mit Hilfe des *Multilaminate* Konzeptes, in dem sie auf den lokalen Ebenen plastisches Verhalten einführen und berücksichtigen. Das elastische Verhalten des Bodens wird global betrachtet. Die makroskopischen globalen Dehnungen ergeben sich somit zum einen aus einem globalen Anteil in Folge von elastischen Dehnungen und zum anderen aus den Anteilen der plastischen Dehnungen auf den lokalen Ebenen. Es wird die Anwendung von drei Stoffgesetzen zur Modellierung des Materialverhaltens auf den lokalen Ebenen vorgestellt. Bei den drei Stoffgesetzen handelt es sich um die Fließbedingung nach TRESCA, das MOHR-COULOMBSCHE Kriterium sowie das *Modified Cam-Clay* Modell. Zu beachten ist, dass im Falle des *Modified Cam-Clay* Modells die Vorkonsolidationsspannung  $p_p$  nicht mehr nur ein einziger globaler Wert ist, der die Größe der aktuellen Fließfläche bestimmt. Statt dessen wird jeder lokalen Ebene eine eigene "Vorkonsolidationsspannung"  $(\sigma_{np})_i$  zugeordnet, die die aktuelle Größe der auf der Ebene vorhandenen Fließkurve <sup>6</sup> bestimmt. Der Wert dieser lokalen "Vorkonsolidationsspannung"  $(\sigma_{np})_i$  hängt zum einen von der globalen initialen Vorkonsolidationsspannung  $p_{p0}$  und zum anderen von den auf den einzelnen lokalen Ebenen entwickelten plastischen Dehnungen ab. Diese beeinflussen über das Verfestigungsgesetz (vgl. 5.1) die lokale "Vorkonsolidationsspannung"  $(\sigma_{np})_i$ . Nur im Falle hydrostatischer Spannungszustände sind die lokalen "Vorkonsolidationsspannungen"  $(\sigma_{np})_i$  auf allen Ebenen gleich.

Auf Formulierungen für Sande wird nicht näher eingegangen. Stattdessen wird auf die Arbeiten von KRAJEWSKI (1986) und KARSTUNEN (1999) verwiesen. KARSTUNEN beschäftigt sich auch mit der Problematik der Scherbandentwicklung und der dabei notwendigen Homogenisierung bzw. Regularisierung. Eine Beschreibung unterschiedlicher Homogenisierungs- bzw. Regularisierungstechniken gibt MARCHER (2003).

PANDE UND SHARMA (1983) stellen in ihrer Arbeit ein Multilaminate Modell für weiche bindige Böden vor. Auf den lokalen Ebenen verwenden sie die in Abbildung 6.3 dargestellte Fließkurve. Die von PANDE UND SHARMA verwendete Fließkurve besteht aus drei Teilen. Zugspannungen auf den Ebenen sind nicht zulässig und werden durch ein sogenanntes tension cut-off Kriterium begrenzt. Des Weiteren sind Spannungszustände nur unterhalb des MOHR-COULOMBSCHEN Versagenskriteriums zulässig. Beide bis jetzt erwähnten Fließbedingungen liegen auf der sogenannten trockenen Seite der critical state line. Für die Beschreibung des plastischen Fließens in Folge des MOHR-COULOMBSCHEN Versagenskriteriums wird eine nicht-assoziierte Fließregel verwendet. Auf der sogenannten nassen Seite der critical state line wird eine assoziierte Fließregel angewendet. Die Fließkurve entspricht hier der Kappe des Modified Cam-Clay Modells. Das elastische Verhalten wird in diesem Modell global bestimmt. Zur Ermittlung der lokalen plastischen Dehnungsanteile wird ein viskoplastischer Lösungsalgorithmus verwendet. Aus den lokalen plastischen Dehnungsanteilen lassen sich durch numerische Integration die globalen plastischen Dehnungen ermitteln. PANDE UND SHARMA zeigen, dass bei der Modellierung mit ihrem Multilaminate Model for Clay der Einfluss einer Hauptspannungsrotation auf das Materialverhalten mit berücksichtigt werden kann. Im Gegensatz zum klassischen Modified Cam-Clay Modell ergeben sich in ihrem Modell bei der Rotation der Hauptspannungen zusätzliche plastische Volumendehnungen. Dieses Verhalten lässt sich auf die - im Falle eines anisotropen Spannungszustands - unterschiedlichen lo-

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Zur Beschreibung der Fließbedingung auf den lokalen Ebenen ist nicht die Definition einer Fläche im Raum notwendig, sondern nur die Definition einer Kurve in einer Ebene. Deshalb wird im Folgenden an Stelle des Begriffs der Fließfläche im Hauptspannungsraum der Begriff der Fließkurve auf einer lokalen Ebene verwendet.



Abbildung 6.3: Fließkurve des *Multilaminate* Modells nach PANDE UND SHARMA (1983) in der  $\tau$ - $\sigma'_n$ -Ebene.

kalen "Vorkonsolidationsspannungen"  $(\sigma_{np})_i$  zurückführen. Zyklisches Verhalten kann nicht abgebildet werden, da nach einer Hauptspannungsrotation von 180° alle lokalen "Vorkonsolidationsspannungen"  $(\sigma_{np})_i$  den gleichen Wert besitzen, und somit bei einer weiteren Hauptspannungsrotation keine weiteren plastischen Volumendehnungen mehr generiert werden.

Die Arbeit von PIETRUSZCZAK UND PANDE (1987) befasst sich im Gegensatz zu den meisten der bisher erwähnten Arbeiten mit der Implementierung des *Multilaminate* Konzepts im Zusammenhang mit einer plastischen Formulierung an Stelle einer viskoplastischen Formulierung. PIETRUSZCZAK UND PANDE geben darin einen guten Überblick über die unterschiedlichen Möglichkeiten der Verwendung der Plastizitätstheorie im Rahmen des *Multilaminate* Konzepts. Es werden Ansätze für einfache und verfestigende Plastizität (volumetrisch und deviatorisch) sowie für die Verwendung von mehreren Fließkurven auf einer lokalen Ebene besprochen. Darüberhinaus wird dargelegt, wie mit Hilfe von numerischer Integration über die einzelnen lokalen Ebenen eine globale Spannungs-Dehnungs-Beziehung erhalten werden kann.

Neuere Arbeiten, die das *Multilaminate* Konzept zur Modellierung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens von Böden anwenden, stammen von SCHULLER (2000) und WIL-TAFSKY (2003). SCHULLER verwendet in seiner Arbeit auf den lokalen Ebenen ein Stoffgesetz, das deviatorische Ver- und Entfestigung berücksichtigt. Die MOHR-COULOMB-SCHE Versagensbedingung wird dabei als Grenzzustandsfunktion verwendet. Die Implementierung erfolgt auf der Basis eines viskoplastischen Algorithmus. Die Ausarbeitungen zeigen, dass die Entwicklung von Scherbändern aus praktischer Sicht ausreichend genau beschrieben werden können. Zur näheren Erläuterung von entfestigendem Materialverhalten und der Entwicklung von Scherbändern wird auf MARCHER (2003) verwiesen.

Das *Multilaminate Model for Clay (MMC-Modell)* von WILTAFSKY (2003) besitzt auf den lokalen Ebenen ein Stoffgesetz, das deviatorische und volumetrische Verfestigung berücksichtigt. Entfestigung beinhaltet dieses Modell nicht. Abbildung 6.4 stellt die



Abbildung 6.4: Fließkurve des *Multilaminate Model for Clay* nach WILTAFSKY (2003) in der  $\tau$ - $\sigma'_n$ -Ebene.

Fließkurve, die auf den lokalen Ebenen angewandt wird, dar. Sie gliedert sich wie bei PANDE UND SHARMA (1983) in drei Teile. Zugspannungen auf den Ebenen sind bis zu einem begrenzten Maße (Grenzzugspannung  $\sigma_t$ ) zulässig und werden durch ein sogenanntes *tension cut-off* Kriterium (Fließkurve  $f_T$ ) begrenzt. Für diesen Bereich der Fließkurve wird zur Beschreibung des plastischen Fließens eine assoziierte Fließregel angenommen. Die Steigung der Fließkurve f hängt vom mobilisierten Reibungswinkel  $\varphi_m$ ab. Der Wert des zugehörigen Schnittpunkts mit der Ordinate ( $\tau$ -Achse) wird durch das MOHR-COULOMBSCHE Versagenskriterium bestimmt. Der mobilisierte Reibungswinkel  $\varphi_m$  und damit die Steigung der Fließkurve f nimmt in Folge von Verfestigung stetig zu. Die maximal mögliche Steigung entspricht dem effektiven Reibungswinkel  $\varphi'$ , der dem Versagenskriterium nach MOHR-COULOMB zugeordnet ist. Eine nicht-assoziierte Fließregel wird für den Bereich der Fließkurve f verwendet. Der mobilisierte aktuelle Dilatanzwinkel  $\psi_m$  hängt dabei vom mobilisierten aktuellen Reibungswinkel  $\varphi_m$  ab. Der dritte Teil der Fließkurve  $f_c$  wird im Gegensatz zu PANDE UND SHARMA (1983) nicht durch eine Kappe mit der Formulierung des Modified Cam-Clay Modells begrenzt. Stattdessen liegt der Scheitel der Ellipse, die die Form der Kappe bestimmt, auf der Ordinate ( $\tau$ -Achse). Die Größe der aktuellen Ellipse hängt von der lokalen "Vorkonsolidationsspannung"  $\sigma_{np}$  ab. In Folge von Verfestigung nimmt diese zu. Zur Berschreibung des plastischen Fließens wird für die Fließkurve  $f_c$  eine assoziierte Fließregel verwendet. Das elastische Verhalten wird im MMC-Modell von WILTAFSKY (2003) global bestimmt. Das Modell baut im weiteren Sinne auf der Arbeit von SCHULLER (2000) auf. Die Implimentierung erfolgt auf der Basis der Plastizitätstheorie.

CUDNY UND VERMEER (2004) stellen ein Modell vor, welches im Rahmen des *Multilaminate* Konzepts die Struktur zerstörenden Effekte (*destructuration*) bei zementierten Tonen berücksichtigt. Darüber hinaus wird zusätzlich zu der bei *Multilaminate* Modellen implizit vorhandenen induzierten Anisotropie die inhärente Anisotropie berücksichtigt. Die Definition der beiden Begriffe induzierte Anisotropie und inhärente Anisotropie ist am Anfang dieses Kapitels 6 zu finden. Zu berücksichtigen ist, dass die Größe der inhärenten Anisotropie mit zunehmender Strukturzerstörung abnimmt.

# 6.2 Neues differentielles anisotropes dreidimensionales Stoffgesetz

In diesem Abschnitt werden zuerst die mathematischen Grundlagen (Formelzusammenhänge) des im vorherigen Abschnitt vorgestellten *Multilaminate* Konzepts dargestellt, wie sie für eine Implimentierung im Rahmen der klassischen Plastizitätstheorie benötigt werden. Danach wird auf eine Erweiterung des im vorhergehenden Kapitel 5 vorgestellten *Soft-Soil-Creep* Modells unter Berücksichtigung des *Multilaminate* Konzepts eingegangen. Das dadurch erhaltene elasto/viskoplastische dreidimensionale Stoffgesetz wird als *Multilaminate-Creep* Modell (*MLC*-Modell) bezeichnet. Dieses Stoffgesetz ist in der Lage, Anisotropie von weichen Böden zu berücksichtigen.

#### 6.2.1 Mathematische Grundlagen des Multilaminate Konzepts

Die Gesamtdehnungsgeschwindigkeiten werden im Rahmen der Plastizitätstheorie additiv aus den elastischen (reversiblen) und den plastischen (irreversiblen) Anteilen ermittelt (vgl. hierzu auch Abschnitt 5.1).

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_{global}^{el} + \dot{\varepsilon}_{global}^{pl} \tag{6.23}$$

Da nur elastische Dehnungsgeschwindigkeiten effektive Spannungsänderungen verursachen, lassen sich die effektiven Spannungsgeschwindigkeiten wie folgt ausdrücken.

$$\dot{\sigma}_{global}' = \mathbf{D}_{global}^{el} \dot{\varepsilon}_{global}^{el} = \mathbf{D}_{global}^{el} \left( \dot{\varepsilon}_{global} - \dot{\varepsilon}_{global}^{pl} \right) = \mathbf{D}_{global}^{el} \dot{\varepsilon}_{global} - \mathbf{D}_{global}^{el} \dot{\varepsilon}_{global}^{pl}$$
(6.24)

Im Allgemeinen wird der elastische Anteil der Dehnungen bzw. Dehnungsgeschwindigkeiten im Rahmen des *Multilaminate* Konzepts, wie in dieser Arbeit, global ( $\dot{\varepsilon}_{global}^{el}$ ) betrachtet. Die elastische Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{D}_{global}^{el}$  wird folglich klassisch aufgestellt. In den meisten Fällen wird, wie in dieser Arbeit, eine isotrope Beziehung zwischen den globalen Spannungen bzw. Spannungsgeschwindigkeiten und den (globalen) elastischen Dehnungen bzw. Dehnungsgeschwindigkeiten gewählt. Diese Beziehung und damit die elastische Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{D}_{global}^{el}$  wird häufig, wie in dieser Arbeit, spannungsabhängig formuliert.

Die einzelnen Anteile der plastischen Dehnungen bzw. Dehnungsgeschwindigkeiten werden auf den lokalen, voneinander unabhängigen Ebenen (vgl. Unterabschnitt 6.1.3) bestimmt und anschließend mittels numerischer Integration zum globalen plastischen Dehnungsanteil  $\dot{\varepsilon}_{global}^{pl}$  aufintegriert.

Um die lokalen Anteile der plastischen Dehnungen auf den einzelnen Ebenen ermitteln zu können, ist es notwendig, die effektiven lokalen Spannungen  $\sigma'_i$  aus den globalen effektiven Spannungen  $\sigma'_{global}$  abzuleiten. Die effektiven globalen Spannungen werden



Abbildung 6.5: Schematische Darstellung der Fließkurve auf einer Ebene *i*.

dabei in eine effektive lokale Normalspannungskomponente  $\sigma'_n$  sowie zwei Schubspannungskomponenten  $\tau_s$  und  $\tau_t$  auf den lokalen Ebenen zerlegt. Die notwendige Transformationsmatrix  $\mathbf{T}_i^T$ , welche die lokalen effektiven Spannungen  $\sigma'_i$  auf einer Ebene mit den globalen effektiven Spannungen  $\sigma'_{global}$  verbindet, ist in Gleichung 6.25 angegeben.

$$\boldsymbol{\sigma}_{i}^{\prime} = \mathbf{T}_{i}^{T} \boldsymbol{\sigma}_{global}^{\prime}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{n}^{\prime} \\ \tau_{s} \\ \tau_{t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{x}^{2} & n_{y}^{2} & n_{z}^{2} & 2n_{x}n_{y} & 2n_{y}n_{z} & 2n_{x}n_{z} \\ n_{x}s_{x} & n_{y}s_{y} & n_{z}s_{z} & n_{x}s_{y} + n_{y}s_{x} & n_{y}s_{z} + n_{z}s_{y} & n_{z}s_{x} + n_{x}s_{z} \\ n_{x}t_{x} & n_{y}t_{y} & n_{z}t_{z} & n_{x}t_{y} + n_{y}t_{x} & n_{y}t_{z} + n_{z}t_{y} & n_{z}t_{x} + n_{x}t_{z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx}^{\prime} \\ \sigma_{yy}^{\prime} \\ \sigma_{zz}^{\prime} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix}$$
(6.25)

Gleichung 6.25 lässt sich aus Gleichung 6.8 ableiten. Auch hier sind  $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_z$ ,  $s_x$ ,  $s_y$ ,  $s_z$ ,  $t_x$ ,  $t_y$  sowie  $t_z$  die Komponenten der normierten lokalen Vektoren **n**, **s** und **t** im globalen Koordinatensystem (vgl. u. a. GOODMAN (1980)). Allerdings werden im Gegensatz zu Gleichung 6.8 nur die lokalen Spannungen  $\sigma'_i$  auf der Ebene mit dem zugehörigen normierten lokalen Vektor **n** bestimmt. Die Transformationsmatrix  $\mathbf{T}_i^T$  beinhaltet deswegen nur die Zeilen 1, 4 und 6 der Transformationsmatrix  $T_{\sigma}$  aus Gleichung 6.8.

Häufig wird in der Literatur auch nur eine Zerlegung der effektiven globalen Spannung  $\sigma'_{global}$  in eine effektive Normal- und eine Schubspannungskomponente auf den lokalen Ebenen vorgenommen.

Die lokalen Normal- und Schubspannungen auf den einzelnen Ebenen sind aufgrund ihrer raumfesten Anordnung nicht nur von der Größe der Hauptspannungen sondern auch von deren Richtung abhängig. Somit ist die Abbildung des Einflusses der Hauptspannungsrotation in einem gewissen Maße möglich (vgl. Kapitel 7).

Die Fließbedingung  $F_i$  definiert auf der *i*ten Ebene eine Kurve, die als Fließkurve bezeichnet wird (Abbildung 6.5). Spannungszustände, die innerhalb der Fließkurve liegen ( $F_i < 0$ ), generieren keine plastischen Dehnungen auf der Ebene *i*. Spannungszustände auf der Fließkurve ( $F_i = 0$ ) verursachen lokale plastische Dehnungen. Spannungszustände außerhalb der Fließkurve ( $F_i > 0$ ) sind nur bei Material mit Verfestigungsverhalten zulässig und verursachen ebenfalls lokale plastische Dehnungen. Das lokale plastische Fließen, welches in Folge der Verfestigung eintritt, führt dazu, dass die Fließkurve sich so weit verändert, bis die Fließbedingung  $F_i = 0$  eingehalten wird. Die Verfestigung hat folglich Auswirkungen auf die Größe, die Form und die Lage der Fließkurve. Das Verfestigungsgesetz wird durch die Verwendung von Verfestigungsparametern in der Fließbedingung aufgestellt.

$$F_i\left(\boldsymbol{\sigma}_i', \mathbf{h}_i\right) = 0 \tag{6.26}$$

Der Vektor  $\mathbf{h}_i$  in Gleichung 6.26 fasst die Verfestigungsparameter zusammen. Die Verfestigungsparameter sind im Allgemeinen Funktionen der plastischen Verformungsgeschichte auf einer Ebene. Unterschiedliche Verfestigungsarten werden in Abschnitt 5.1 kurz erläutert.

Zur Beschreibung der plastischen Dehnungen auf der *i*ten Ebene wird noch eine Fließregel benötigt, welche die Richtung der lokalen plastischen Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\varepsilon}_i^{pl}$  festlegt. Die Fließregel wird mit Hilfe des lokalen plastischen Potentials  $g(\boldsymbol{\sigma}_i) = 0$  aufgestellt.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{i}^{pl} = \dot{\lambda}_{i} \frac{\partial g_{i}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{i}'} \tag{6.27}$$

In Gleichung 5.5 ist  $\lambda_i$  ein Skalar, der die absolute Größe der lokalen plastischen Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\varepsilon}_i^{pl}$  festlegt. Er entspricht dem lokalen plastischen Multiplikator  $\lambda_i$ . Die Richtung wird durch die Differentiation des lokalen plastischen Potentials  $(g_i(\sigma'_i) = 0)$  nach den lokalen Spannungen bestimmt. Das Zusammenfallen des plastischen Potentials mit der Fließbedingung  $(g_i(\sigma'_i) = F_i(\sigma'_i))$  wird als assoziierte Fließregel bezeichnet. Eine nicht-assoziierte Fließregel liegt im Fall  $g_i(\sigma'_i) \neq F_i(\sigma'_i)$  vor.

Der Anteil der lokalen plastischen Dehnungsgeschwindigkeiten der *i*ten Ebene an den globalen plastischen Dehnungsgeschwindigkeiten lässt sich mit Gleichung 6.28 ermitteln.

$$\left(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}\right)_{i} = \dot{\lambda}_{i} \mathbf{T}_{i} \frac{\partial g_{i}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{i}^{\prime}} \tag{6.28}$$

$$\text{mit} \quad \mathbf{T}_{i} = \begin{bmatrix} n_{x}^{2} & n_{x}s_{x} & n_{x}t_{x} \\ n_{y}^{2} & n_{y}s_{y} & n_{y}t_{y} \\ n_{z}^{2} & n_{z}s_{z} & n_{z}s_{z} \\ 2n_{x}n_{y} & n_{x}s_{y} + n_{y}s_{x} & n_{x}t_{y} + n_{y}t_{x} \\ 2n_{y}n_{z} & n_{y}s_{z} + n_{z}s_{y} & n_{y}t_{z} + n_{z}t_{y} \\ 2n_{x}n_{z} & n_{z}s_{x} + n_{x}s_{z} & n_{z}t_{x} + n_{x}t_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial\sigma_{n}}{\partial\sigma'_{xx}} & \frac{\partial\tau_{s}}{\partial\sigma'_{xx}} & \frac{\partial\tau_{t}}{\partial\sigma'_{xx}} \\ \frac{\partial\sigma_{n}}{\partial\sigma'_{xx}} & \frac{\partial\tau_{s}}{\partial\sigma'_{xz}} & \frac{\partial\tau_{t}}{\partial\sigma'_{xz}} \\ \frac{\partial\sigma_{n}}{\partial\sigma'_{xz}} & \frac{\partial\tau_{s}}{\partial\sigma'_{xz}} & \frac{\partial\tau_{t}}{\partial\sigma'_{xy}} \\ \frac{\partial\sigma_{n}}{\partial\sigma_{xy}} & \frac{\partial\tau_{s}}{\partial\sigma_{xy}} & \frac{\partial\tau_{t}}{\partial\sigma_{xy}} \\ \frac{\partial\sigma_{n}}{\partial\sigma_{xx}} & \frac{\partial\tau_{s}}{\partial\sigma_{xx}} & \frac{\partial\tau_{t}}{\partial\sigma_{xy}} \\ \frac{\partial\sigma_{n}}{\partial\sigma_{xx}} & \frac{\partial\tau_{s}}{\partial\sigma_{xx}} & \frac{\partial\tau_{t}}{\partial\sigma_{xx}} \\ \frac{\partial\sigma_{n}}{\partial\sigma_{xx}} & \frac{\partial\tau_{s}}{\partial\sigma_{xx}} & \frac{\partial\tau_{s}}{\partial\sigma_{xx}} \\ \frac{\partial\sigma_{n}}{\partial\sigma_{xx}} & \frac{\partial\tau_{s}}{\partial\sigma_{xx}} & \frac{\partial\tau_{s}}{\partial\sigma_{xx}} \\ \frac{\partial\sigma_{n}}{\partial\sigma_{xx}} & \frac{\partial\tau_{s}}{\partial\sigma_{xx}} & \frac{\partial\tau_{s}}{\partial\sigma_{xx}} \\ \frac{\partial\sigma\sigma_{n}}{\partial\sigma_{xx}} & \frac{\partial\sigma\sigma_{n}}{\partial\sigma_{xx}} & \frac{\partial\sigma\sigma_{n}}{\partial\sigma_{xx}} \\ \frac{\partial\sigma\sigma_{n}}{\partial\sigma_{xx}} & \frac{\partial\sigma\sigma_{n}}{\partial\sigma_{xx}} & \frac{\partial\sigma\sigma_{n}}{\partial\sigma_{xx}} & \frac{\partial\sigma\sigma_{n}}{\partial\sigma_{xx}} \\ \frac{\partial\sigma\sigma_{n}}{\partial\sigma_{xx}} &$$

In Gleichung 6.28 ist  $(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl})_i$  der globale plastische Dehnungsgeschwindigkeitenanteil der *i*ten Ebene. Die Transformationsmatrix  $\mathbf{T}_i$  verknüpft darin die lokale plastische Dehnungsgeschwindigkeit mit dem globalen plastischen Dehnungsgeschwindigkeitenanteil der *i*ten Ebene. Die Komponenten  $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_z$ ,  $s_x$ ,  $s_y$ ,  $s_z$ ,  $t_x$ ,  $t_y$  sowie  $t_z$  der normierten lokalen Vektoren  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{s}$  und  $\mathbf{t}$  im globalen Koordinatensystem lassen sich, wie in Gleichung 6.29 angegeben, auch als die Ableitungen der lokalen Spannungskomponenten nach den globalen Spannungskomponenten betrachten.

Die gesamten globalen plastischen Dehnungsgeschwindigkeiten ergeben sich, indem alle globalen plastischen Dehnungsgeschwindigkeitsanteile der einzelnen Ebenen berücksichtigt werden. Dies entspricht der Integration über eine normierte Sphäre  $\Omega$  (Kugel), deren Oberfläche die Einheitsfläche 1 besitzt.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \int_{\Omega} \dot{\lambda}_i \mathbf{T}_i \frac{\partial g_i}{\partial \boldsymbol{\sigma}'_i} d\Omega \tag{6.30}$$

Das in Gleichung 6.30 enthaltene Integral lässt sich numerisch entwickeln. Hierfür sind Integrationsformeln notwendig, die eine Integration über die Oberfläche einer Kugel abbilden können. Die Anzahl der verwendeten lokalen Ebenen n hängt dabei von der Anzahl der Stützebenen <sup>7</sup> ab, die für die numerische Integration verwendet werden. Darüber hinaus werden die Verteilung und die Richtung der einzelnen lokalen Ebenen n durch die verwendete Integrationsregel bzw. -formel festgelegt. Des Weiteren wird für die Gewichtung der einzelnen Ebenen noch ein zugehöriger Gewichtungskoeffizient  $w_i$  benötigt.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \sum_{i=1}^{n} w_i \dot{\lambda}_i \mathbf{T}_i \frac{\partial g_i}{\partial \boldsymbol{\sigma}'_i}$$
(6.31)

Gleichung 6.31 verdeutlicht die numerische Integration (Summation über eine begrenzte Anzahl an Elementen) über *n* Ebenen der Gleichung 6.30.

Eine allgemeine Betrachtung über die numerische Integration von Integralen findet sich bei STROUD (1971). STROUD gibt dort auch Ansätze zur numerischen Integration der Oberfläche einer Kugel (Sphäre).

PANDE UND SHARMA (1983) verwenden eine Integrationsregel mit 13 Ebenen für dreidimensionale Berechnungen. Es zeigt sich jedoch, dass 13 Ebenen nicht ausreichend sind, um exakte Berechnungsergebnisse zu erhalten. Zum damaligen Zeitpunkt waren die Rechenkapazitäten aber limitierter als heutzutage.

BAŽANT UND OH (1986) stellen verschiedene symmetrische Integrationsformeln bis maximal  $2 \times 61$  Ebenen vor. Symmetrische Integrationsregeln betrachten nur eine Kugelhälfte (Hemisphäre). Die gesamten globalen Dehnungsgeschwindigkeiten erhält man folglich durch eine Verdopplung der einzelnen lokalen plastischen Dehnungsgeschwindigkeitsanteile.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Eine Stützebene ist hier eine Ebene, die zur numerischen Integration über die Oberfläche einer Kugel verwendet wird.



Abbildung 6.6: Darstellung der 33 Ebenen pro Hemisphäre einer Integrationsregel nach BAŽANT UND OH (1986).

Neuere nicht-symmetrische Integrationsregeln schlagen FLIEGE UND MAIER (1996) sowie FLIEGE UND MAIER (1999) vor. Die Genauigkeit dieser Integrationsregeln ist sehr hoch, der zugehörige Rechenaufwand ist jedoch sehr groß.

Alle Berechnungen mit dem *Multilaminate-Creep*-Modell in dieser Arbeit sind mit einer symmetrischen Integrationsregel unter Verwendung von  $2 \times 33$  Ebenen nach BAŽANT UND OH (1986) durchgeführt. Diese Integrationsregel ist ein Kompromiss zwischen den Anforderungen an Genauigkeit und Rechenaufwand. Die einzelnen Kosinuswerte der Richtungen der normierten Normalenvektoren  $\mathbf{n}_i$  der 33 Ebenen sowie die zugehörigen Gewichtungsfaktoren  $w_i$  sind dem Anhang C zu entnehmen. Eine Ansicht der 33 Ebenen pro Hemisphäre ist in Abbildung 6.6 dargestellt.

Die globale Dehnungs-Spannungs-Beziehung lässt sich folglich aus einem global ermittelten elastischen Anteil und einem lokal ermittelten und global aufintegrierten plastischen Anteil zusammensetzen.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{el} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \left(\mathbf{D}^{el}\right)^{-1} \dot{\boldsymbol{\sigma}}' + \sum_{i=1}^{n} w_i \dot{\lambda}_i \mathbf{T}_i \frac{\partial g_i}{\partial \boldsymbol{\sigma}'_i}$$
(6.32)

Ersetzt man in Gleichung 6.32 den lokalen plastischen Multiplikator  $\lambda_i$  auf Grundlage der Plastizitätstheorie (vgl. Kapitel 5) und führt die Transformation der globalen in die lokalen Spannungen ein, so erhält man Gleichung 6.33.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left[ \left( \mathbf{D}^{el} \right)^{-1} + \sum_{i=1}^{n} w_{i} \frac{1}{\left( \frac{\partial F_{i}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{i}^{\prime}} \right)^{T} \mathbf{D}_{i}^{el} \frac{\partial g_{i}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{i}^{\prime}} - H_{i}} \mathbf{T}_{i} \frac{\partial g_{i}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{i}^{\prime}} \left( \frac{\partial F_{i}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{i}^{\prime}} \right)^{T} \mathbf{T}_{i}^{T} \right] \dot{\boldsymbol{\sigma}}^{\prime}$$
(6.33)

*H<sub>i</sub>* ist in Gleichung 6.33 ein Verfestigungsmodul, der in Abhängigkeit von der jeweils



Abbildung 6.7: Schematische Darstellung zur Lösung von Randwertproblemen unter Verwendung des *Multilaminate* Konzepts.

gültigen Konsistenzbedingung  $\dot{F}_i = \left(\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}'_i}\right)^T \dot{\boldsymbol{\sigma}}'_i + \frac{\partial F}{\partial h_i} \dot{h}_i = 0$  zu bestimmen ist.

Abbildung 6.7 verdeutlicht, an welcher Stelle das *Multilaminate* Konzept im Rahmen der Lösung eines Randwertproblems zur Anwendung kommt. Dabei ist zu beachten, dass in jedem Spannungspunkt die Lösung durch die Integration über die Anzahl von *n* Ebenen aufgrund der Wahl der Integrationsregel erfolgt.

# 6.2.2 Anwendung des *Multilaminate* Konzepts auf das neue differentielle dreidimensionale Stoffgesetz

Auf Grundlage des in Abschnitt 5.2 vorgestellten *Soft-Soil-Creep* Modells wird im Folgenden unter Anwendung des *Multilaminate* Konzepts das *Multilaminate-Creep* Modell (*MLC*-Modell) entwickelt. Es ist ein elasto/viskoplastisches dreidimensionales Stoffgesetz, welches aufgrund der Formulierung im Rahmen des *Multilaminate* Konzepts Anisotropie berücksichtigt. Das *Multilaminate-Creep* Modell beruht, wie das *Soft-Soil-Creep*  Modell, zum Teil auf dem *Overstress*-Konzept von PERZYNA (1963). Die "Fließkurve" auf einer der Ebenen ist in diesem Modell keine klassische Fließkurve im Rahmen der Plastizitätstheorie, da Spannungszustände außerhalb der "Fließkurve" zulässig sind. Es handelt sich somit nicht mehr um eine Fließkurve, sondern um eine Zustandskurve, die das vorhandene Potential zur Entwicklung von Kriechdehnungen bzw. zeitabhängigen plastischen Dehnungen auf einer der Ebenen beschreibt. Das Verhältnis der Größe der Zustandskurve zur Größe der Kurve, die den aktuellen Spannungszustand auf einer der Ebenen beschreibt, spielt eine entscheidende Rolle, wie im Folgenden gezeigt wird.

Auch in diesem Abschnitt wird, wie in den Abschnitten 4.4 und 5.3, die logarithmische Dehnungsdefinition verwendet. Der Index 'H' wird der Übersichtlichkeit wegen wiederum weggelassen. Des Weiteren sind, wie in den Abschnitten 4.4 und 5.3, alle Gleichungen in diesem Abschnitt auch mit der ingenieurmäßigen Dehnungsdefinition anwendbar, wenn die Dehnungen nicht zu groß werden (kleiner gleich 10%).

Im Falle eines hydrostatischen Spannungszustands (Deviatorspannung q = 0) gilt  $\sigma_n = p$  für alle lokalen Ebenen. Des Weiteren gilt für die lokalen Schubspannungskomponenten auf allen Ebenen  $\tau_s = \tau_t = 0$ . Folglich entsprechen im Falle hydrostatischer Spannungszustände die über alle Ebenen aufintegrierten lokalen plastischen bzw. viskoplastischen Normaldehnungen  $\varepsilon_n^{pl}$  bzw.  $\varepsilon_n^{vis}$  der globalen plastischen bzw. viskoplastischen Volumendehnung  $\varepsilon_v^{pl}$  bzw.  $\dot{\varepsilon}_v^{vis}$ . Die elastischen Dehnungen werden, wie im vorherigen Unterabschnitt erwähnt, global betrachtet.

Betrachtet man nun eine adäquate Stoffgesetzformulierung für eine lokale Ebene, so ergibt sich mit dem oben erwähnten Hintergrund folgender Zusammenhang. Der Ansatz des *Soft-Soil-Creep* Modells für die volumetrische Kriechdehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\varepsilon}_v^{vis}$  wird auf die lokale Ebene transferiert und für die Kriechnormaldehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\varepsilon}_n^{vis}$  auf der Ebene verwendet. Gleichung 5.66 lässt sich somit wie folgt umformen.

$$\dot{\varepsilon}_{n}^{vis} = \frac{\mu^{*}}{\tau} \left(\frac{\sigma_{n}'}{\sigma_{np}}\right)^{\frac{\lambda^{*}-\kappa^{*}}{\mu^{*}}} \quad \text{mit} \quad \sigma_{np} = \sigma_{np0} \exp \frac{\varepsilon_{n}^{vis}}{\lambda^{*}-\kappa^{*}} \tag{6.34}$$

In Gleichung 6.34 ist  $\sigma'_n$  die effektive Normalspannung und  $\sigma_{np}$  die aktuelle Vorkonsolidationsspannung auf der betrachteten Ebene.  $\sigma_{np0}$  ist die initiale Vorkonsolidationsspannung auf der betrachteten Ebene. Die Verwendung der gleichen Materialparameter ( $\kappa^*$ modifizierter isotroper Ent–/Wiederbelastungsbeiwert,  $\lambda^*$  modifizierter isotroper Kompressionsbeiwert und  $\mu^*$  modifizierter isotroper Kriechbeiwert) wie beim *Soft-Soil-Creep* Modell ergibt sich aus der Tatsache, dass die plastische bzw. viskoplastische Normaldehnung einer Ebene bei hydrostatischen Spannungszuständen der plastischen bzw. viskoplastischen Volumendehnung zugeordnet werden kann. Die Referenzisochrone  $\tau$ , auf die die aktuelle Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{np}$  bzw. die initiale Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{np0}$  auf einer Ebene bezogen wird, wird, wie im Falle des *Soft-Soil-Creep* Modells, zu einem Tag gewählt.

Die Kriechnormaldehnung bzw. die viskoplastische Normaldehnung  $\varepsilon_n^{vis}$  ergibt sich durch Integration der Gleichung 6.34.



Abbildung 6.8: Graphische Darstellung der viskoplastischen Normaldehnung  $\varepsilon_n^{vis}$  in einem idealisierten halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm.

$$\varepsilon_n^{vis} = \mu^* \ln \left( 1 + \frac{t}{\tau} \left( \frac{\sigma'_n}{\sigma_{np0}} \right)^{\frac{\lambda^* - \kappa^*}{\mu^*}} \right)$$
(6.35)

Eine graphische Darstellung der viskoplastischen Normaldehnung  $\varepsilon_n^{vis}$  zeigt Abbildung 6.8. Zu erkennen ist, dass die elastischen Dehnungen im Gegensatz zu den viskoplastischen Dehnungen, welche lokal definiert sind, global definiert werden. Des Weiteren wird deutlich, dass es wie beim *Soft-Soil-Creep* Modell eine Unterscheidung in elastische und viskoplastische Dehnungen gibt. Die plastischen Dehnungen sind somit zeitabhängig.

Eine Umrechnung der klassischen Beiwerte  $C_r$ ,  $C_c$  und  $C_{\alpha}$  sowie der modifizierten eindimensionalen Beiwerte A, B und C in die modifizierten isotropen bzw. *Multilaminate* Beiwerte  $\kappa^*$ ,  $\lambda^*$  und  $\mu^*$  ist in Gleichung 6.36 angegeben. Die Herleitung für  $\kappa^*$  ergibt sich aus den Gleichungen 5.20 und 5.24.

$$\kappa^* \approx 2A = 2 \frac{C_r}{(1+e)\ln 10} \qquad \lambda^* = B = \frac{C_c}{(1+e)\ln 10} \qquad \mu^* = C = \frac{C_\alpha}{(1+e)\ln 10} \quad (6.36)$$

Eine Erweiterung des in Gleichung 6.34 bzw. 6.35 angegebenen Stoffgesetzes auf einer Ebene für allgemeine dreidimensionale Spannungszustände, d. h. Spannungszustände,

bei denen auch Schubspannungen auf den Ebenen auftreten können, ist in Gleichung 6.37 angegeben. Es wird dabei von einer assoziierten Fließregel ausgegangen.

$$\left(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vis}\right)_{i} = \frac{1}{\alpha} \frac{\mu^{*}}{\tau} \left(\frac{\sigma_{n}^{eq}}{\sigma_{np}^{eq}}\right)^{\frac{\lambda^{*}-\kappa^{*}}{\mu^{*}}} \frac{\partial \sigma_{n}^{eq}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{i}^{\prime}} \qquad \text{mit} \qquad \alpha = \frac{\partial \sigma_{n}^{eq}}{\partial \sigma_{n}^{\prime}} \tag{6.37}$$

In Gleichung 6.37 ist  $\sigma'_i$  der Vektor der Spannungen auf einer Ebene, vgl. 6.25. Die Spannungsmaße  $\sigma_n^{eq}$  und  $\sigma_{np}^{eq}$  auf einer Ebene sind wie folgt definiert.

$$\sigma_n^{eq} = \frac{\tau^2}{M^2 \left(\sigma_n' + c' \cot \varphi'\right)} + \sigma_n'$$
(6.38)

$$\sigma_{np}^{eq} = \sigma_{np0}^{eq} \exp \frac{\varepsilon_n^{vis}}{\lambda^* - \kappa^*}$$
(6.39)

Die aktuelle äquivalente Normalspannung auf einer Ebene  $\sigma_n^{eq}$  ist eine Funktion der aktuellen effektiven Normalspannung auf einer Ebene  $\sigma'_n$ , die durch sie ersetzt wird, und der aktuellen Schubspannung auf einer Ebene  $\tau = \sqrt{\tau_s^2 + \tau_t^2}$ . Die aktuelle äquivalente Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{np}^{eq}$  ist eine Funktion der mit der Zeit akkumulierten normalen Kriechdehnung auf einer Ebene. Sie wird an Stelle der aktuellen Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{np}$  auf der betrachteten Ebene eingeführt.  $\sigma_{np0}^{eq}$  ist die initiale äquivalente Vorkonsolidationsspannung. Die aktuelle äquivalente Spannung  $\sigma_n^{eq}$  ist für alle Spannungszustände, die auf einer Ellipse mit der Gleichung 6.38 liegen, identisch.

Die MOHR-COULOMBSCHE Grenzbedingung wird, wie beim *Soft-Soil-Creep* Modell, verwendet, um Materialversagen zu beschreiben. Die Formulierung auf einer Ebene ergibt die folgende Gleichung.

$$\tau_f = \sigma'_n \cdot \tan \varphi' + c' \ge \tau \qquad \text{mit} \qquad \tau = \sqrt{\tau_s^2 + \tau_t^2}$$
(6.40)

 $\tau_f$  ist in Gleichung 6.40 die maximal zulässige Schubspannung auf einer lokalen Ebene. Sie hängt von der wirkenden effektiven Normalspannung  $\sigma'_n$  auf der Ebene sowie vom effektiven Reibungswinkel  $\varphi'$  und der effektiven Kohäsion c' ab. Die lokale Schubspannung  $\tau$ , die sich aus den zwei Komponenten  $\tau_s$  und  $\tau_t$  zusammensetzt, kann nicht größer sein als die Versagensspannung  $\tau_f$ .

Es wird eine nicht-assoziierte Fließregel für die MOHR-COULOMBSCHE Grenzbedingung angenommen (Gleichung 6.41). Die Fließregel auf der Kappe mit  $\sigma_n^{eq}$  ist, wie zuvor angegeben, assoziiert.

$$g_{MC} = \tau - \sigma'_n \cdot \tan \varphi' \tag{6.41}$$

$$g_{Kappe} = \sigma_n^{eq} \tag{6.42}$$

Die elastischen Dehnungen werden, wie bereits erwähnt, global definiert. Dies geschieht, wie beim *Modified Cam-Clay* Modell bzw. *Soft-Soil* Modell, über eine dem HOO-KESCHEN Gesetz folgende spannungsabhängige Beziehung zwischen den Spannungsgeschwindigkeiten und den elastischen Dehnungsgeschwindigkeiten (vgl. Gleichungen 5.7 und 5.29). Die lokale Elastizitätsmatrix  $\mathbf{D}_{i}^{el}$  auf einer Ebene lässt sich wie folgt ausdrücken.

$$\mathbf{D}_{i}^{el} = \mathbf{T}_{i}^{T} \cdot \mathbf{D}_{i}^{el} \cdot \mathbf{T}_{i} = \begin{bmatrix} E_{s} & 0 & 0\\ 0 & G & 0\\ 0 & 0 & G \end{bmatrix}$$
(6.43)

In Gleichung 6.43 ist  $\mathbf{T}_i^T$  die Transformationsmatrix zwischen der lokalen Ebene und der globalen Betrachtung (vgl. Gleichung 6.25).  $E_s$  ist der Steifemodul und G der Schubmodul des Bodens.

Die plastischen Dehnungsgeschwindigkeiten auf einer Ebene in Folge von Versagen nach MOHR-COULOMB ergeben sich folgendermaßen.

$$(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl})_{i} = \dot{\lambda}_{i} \frac{\partial g_{MC}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{i}^{\prime}} \qquad \text{mit} \qquad \dot{\lambda}_{i} = \frac{\left(\frac{\partial F_{MC}}{\partial \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{i}^{\prime}}\right)^{T} \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{i}^{el}}{\left(\frac{\partial F_{MC}}{\partial \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{i}^{\prime}}\right)^{T} \mathbf{D}_{i}^{el} \frac{\partial g_{MC}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{i}^{\prime}}}$$
(6.44)

Die Geschwindigkeit des globalen Dehnungsvektors im *Multilaminate-Creep* Modell setzt sich folglich aus drei Teilen zusammen, einem globalen elastischen Anteil und zwei lokalen plastischen Anteilen (vgl. Gleichung 6.45). Einer der plastischen Anteile beschreibt das Versagensverhalten nach MOHR-COULOMB, der andere ist ein viskoplastischer, also zeitabhängiger Anteil, der das Kriechverhalten des Bodens abbildet.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left(\mathbf{D}^{el}\right)^{-1} \dot{\boldsymbol{\sigma}}' + \sum_{i=1}^{n} w_{i} \mathbf{T}_{i} \left(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}\right)_{i} + \sum_{i=1}^{n} w_{i} \mathbf{T}_{i} \left(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vis}\right)_{i}$$

$$= \left[\left(\mathbf{D}^{el}\right)^{-1} + \sum_{i=1}^{n} w_{i} \mathbf{T}_{i} \frac{\partial g_{MC}}{\partial \boldsymbol{\sigma}'_{i}} \frac{\left(\frac{\partial F_{MC}}{\partial \boldsymbol{\sigma}'_{i}}\right)^{T}}{\left(\frac{\partial F_{MC}}{\partial \boldsymbol{\sigma}'_{i}}\right)^{T} \mathbf{D}_{i}^{el} \frac{\partial g_{MC}}{\partial \boldsymbol{\sigma}'_{i}}} \mathbf{T}_{i}^{T}\right] \dot{\boldsymbol{\sigma}}'$$

$$+ \sum_{i=1}^{n} w_{i} \mathbf{T}_{i} \frac{1}{\frac{\partial \sigma_{n}^{eq}}{\partial \sigma'_{n}}} \frac{\mu^{*}}{\tau} \left(\frac{\sigma_{n}^{eq}}{\sigma_{np}^{eq}}\right)^{\frac{\lambda^{*}-\kappa^{*}}{\mu^{*}}} \frac{\partial \sigma_{n}^{eq}}{\partial \boldsymbol{\sigma}'_{i}} \tag{6.45}$$

Eine graphische Darstellung des *Multilaminate-Creep* Modells in der  $\sigma'_n$ - $\tau$ -Ebene ist in Abbildung 6.9 zu sehen.

Die wesentlichen Eigenschaften des *Multilaminate-Creep* Modells auf einer Ebene lassen sich anhand der Abbildung 6.9 zusammenfassend erläutern. Es sind nur Spannungszustände unterhalb bzw. auf der MOHR-COULOMBSCHEN Versagensgeraden zulässig. Der Scheitel aller möglichen Ellipsen ( $\sigma_n^{eq}$ ,  $\sigma_{np0}^{eq}$  sowie  $\sigma_{np}^{eq}$ ), die den jeweiligen aktuellen Spannungszustand beschreiben, liegt dabei auf einer Geraden mit der Steigung M. Diese kann durch Variationsrechnungen so gewählt werden, dass in einem Oedometerversuch der korrekte Erdruhedruckbeiwert für Erstbelastung  $K_{0nc}$  vorhergesagt werden kann. Im Allgemeinen wird  $M = tan\varphi'$  gewählt. Diese Festlegung lässt eine hinreichend genaue Vorhersage des Erdruhedruckbeiwerts für Erstbelastung  $K_{0nc}$  in einem Oedometerversuch zu. In diesem Fall liegen die MOHR-COULOMBSCHE Versagensgerade und die Gerade mit der Steigung M aufeinander. Die Größe der äquivalenten



Abbildung 6.9: Graphische Darstellung des *Multilaminate-Creep* Modells in der  $\sigma'_n$ - $\tau$ -Ebene.

Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{np}^{eq}$  ist durch das Verfestigungsgesetz (Gleichung 6.39) bestimmt. Sie ist eine Funktion der akkumulierten viskoplastischen normalen Dehnung auf einer Ebene. Die MOHR-COULOMBSCHE Versagensgerade ist fix, die Ellipse mit der aktuellen Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{np}^{eq}$  vergrößert sich in Folge der Entwicklung der viskoplastischen normalen Dehnung auf einer Ebene. Spannungspfade, die die MOHR-COULOMBSCHE Fließbedingung verletzen, führen zu elastischen und plastischen Dehnungen. Spannungszustände außerhalb der Zustandskurve, welche durch die der aktuellen äquivalenten Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{np}^{eq}$  zugeordneten Ellipse beschrieben ist, sind möglich. Sie führen zu extrem großen viskoplastischen Dehnungsgeschwindigkeiten. Im Gegensatz dazu ergeben Spannungszustände innerhalb dieser Zustandskurve kleine viskoplastische Dehnungsgeschwindigkeiten.

Die lokalen Normal- und Schubspannungen auf den einzelnen Ebenen sind aufgrund ihrer raumfesten Anordnung nicht nur von der Größe der Hauptspannungen im Falle eines allgemeinen dreidimensionalen Spannungszustands sondern auch von deren Richtung abhängig. Aufgrund dieser Tatsache lässt sich mit dem *Multilaminate-Creep* Modell auch anisotropes Materialverhalten abbilden.

Das *Multilaminate-Creep* Modell ist eine Erweiterung des *Soft-Soil-Creep* Modells und damit auch des *Modified Cam-Clay* bzw. *Soft-Soil* Modells. Es berücksichtigt sowohl visko-plastische Dehnungen als auch induzierte Anisotropie (vgl. Kapitelanfang).

# Kapitel 7

# Anwendung der neuen Stoffgesetze auf Elementarversuche

In diesem Kapitel wird zunächst auf die Parameterbestimmung für das in Kapitel 5 vorgestellte *Soft-Soil-Creep* Modell bzw. das in Kapitel 6 vorgestellte *Multilaminate-Creep* Modell eingegangen. Der Schwerpunkt liegt dabei auf den drei die isotropen Verformungseigenschaften bestimmenden Steifigkeitsparametern  $\kappa^*$  (modifizierter isotroper Ent–/Wiederbelastungsbeiwert),  $\lambda^*$  (modifizierter isotroper Kompressionsbeiwert) und  $\mu^*$  (modifizierter isotroper Kriechbeiwert).

Zwei weitere Abschnitte befassen sich mit exemplarischen eindimensionalen und dreidimensionalen Berechnungen, die das simulierte Materialverhalten der neuen Stoffgesetze verdeutlichen. Im letzten Abschnitt dieses Kapitels werden Triaxialversuche mit den neuen Stoffgesetzen simuliert und die Ergebnisse der Simulation den Versuchsergebnissen gegenübergestellt.

## 7.1 Parameterbestimmung

Für die beiden Stoffgesetze *Soft-Soil-Creep* Modell (*SSC*-Modell) und *Multilaminate-Creep* Modell (*MLC*-Modell) werden die in Tabelle 7.1 zusammengestellten Stoffgesetzparameter benötigt. Eine graphische Darstellung der wesentlichen Parameter findet sich in den Abbildungen 7.1 bis 7.3. Die Parameter M und  $K_{0nc}$  sind nicht unabhängig voneinander. Durch die Festlegung des Parameters M ergibt sich in beiden Modellen (*SSC*-Modell und *MLC*-Modell) bei der Simulation eines Oedometerversuchs <sup>1</sup> zwangsläufig ein bestimmter Erdruhedruckbeiwert  $K_{0nc}$ . Im Falle des *SSC*-Modells ergibt sich nach BRINKGREVE (1994) folgender Zusammenhang.

$$M = 3\sqrt{\frac{\left(1 - K_{0nc}\right)^2}{\left(1 + 2K_{0nc}\right)^2} + \frac{\left(1 - K_{0nc}\right)\left(1 - 2\nu_{ur}\right)\left(\frac{\lambda^*}{\kappa^*} - 1\right)}{\left(1 + 2K_{0nc}\right)\left(1 - 2\nu_{ur}\right)\frac{\lambda^*}{\kappa^*} - \left(1 - K_{0nc}\right)\left(1 + \nu_{ur}\right)}}$$
(7.1)

Im Falle des *MLC*-Modells gibt es keine analytische Herleitung für die Beziehung zwischen M und  $K_{0nc}$ .

Die Scherparameter nach MOHR-COLOUMB können mit Hilfe von Versuchen zur Bestimmung der Scherfestigkeit von Böden ermittelt werden. Üblicherweise geschieht

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Bei einem Oedometerversuch handelt es sich um einen eindimensionalen Kompressionsversuch mit vollständig behinderter Seitendehnung.

Symbol	Bezeichnung	SI-Einheit
Versagens	sparameter nach MOHR-COULOMB	
c'	effektive Kohäsion	$[kN/m^2]$
$\varphi'$	effektiver Reibungswinkel	[°]
$\psi$	Dilatanzwinkel	[°]
Steifigkei	tsparameter	
$\kappa^*$	modifizierter isotroper Ent-/Wiederbelastungsbeiwert	[-]
$\lambda^*$	modifizierter isotroper Kompressionsbeiwert	[-]
$\mu^*$	modifizierter isotroper Kriechbeiwert	[-]
Weitere P	arameter	
$ u_{ur}$	Querdehnungszahl für Ent–/Wiederbelastung	[-]
M	Steigung der Geraden, auf der die Scheitel der den aktuellen Spannungs- zustand beschreibenden Ellipsen liegen	[—]
$K_{0nc}$	Erdruhedruckbeiwert im Falle des normal konsolidierten Zustands	[-]
au	immanente Zeit; fest gewählt zu $ au=1$ Tag	[s]

Tabelle 7.1: Stoffgesetzparameter des SSC- und des MLC-Modells.

Tabelle 7.2: Effektiver Reibungswinkel  $\varphi'$  und effektive Kohäsion c' bei einer effektiven vertikalen Spannung von  $\sigma'_{vc} = 100 \text{ kN/m}^2$  weicher Böden nach VON SOOS (2001).

Bodenart	eff. Reibungswinkel $\varphi'$ [°]	eff. Kohäsion $c'  [kN/m^2]$
Schluff, leicht plastisch	28,0 bis $35,0$	0,3 bis $1,0$
Schluff, mittel- bis ausgeprägt plastisch	25,0 bis $33,0$	0,7 bis $2,0$
Ton, leicht plastisch	24,0 bis $33,0$	1,5 bis $4,0$
Ton, mittelplastisch	20,0 bis $28,0$	2,0 bis $6,0$
Ton, ausgeprägt plastisch	12,0 bis $20,0$	3,0 bis $10,0$
Schluff oder Ton, organisch	18,0 bis $26,0$	2,0 bis $5,0$
Torf	24,0 bis $30,0$	0, 8 bis $2, 5$
Mudde	18,0 bis $26,0$	0, 8 bis $2, 5$

dies unter Verwendung von Rahmenscherversuchen bzw. Kreisringscherversuchen sowie Triaxialversuchen (vgl. DIN 18137-1 (1990), DIN 18137-2 (1990) und DIN 18137-3 (2002)). Es sind aber auch andere Versuche zur Bestimmung der Scherfestigkeit von



Abbildung 7.1: Darstellung des modifizierten isotropen Ent–/Wiederbelastungsbeiwerts  $\kappa^*$  und des modifizierten isotropen Kompressionsbeiwerts  $\lambda^*$  in einem idealisierten halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm.



Abbildung 7.2: Darstellung des modifizierten isotropen Kriechbeiwerts  $\mu^*$  in einem idealisierten halblogarithmischen Zeit-Dehnungs-Diagramm.

Böden, wie der Einfachscherversuch und der Biaxialversuch, möglich. Des Weiteren können mit Hilfe von Korrelation auch indirekte Aufschlussverfahren (z. B. Drucksondierungen und Rammsondierungen) zur Bestimmung der Scherfestigkeit von Böden herangezogen werden (vgl. MELZER UND BERGDAHL (2001) sowie KULHAWY UND MAYNE (1990)). Beispiele für Korrelationen zwischen der Plastizitätszahl  $I_p$  und dem Reibungswinkel  $\varphi'$  finden sich bei VON SOOS (2001).

Übliche Werte nach VON SOOS (2001) sind in Tabelle 7.2 für den effektiven Reibungs-



Abbildung 7.3: Darstellung der Beziehungen des effektiven Reibungswinkels  $\varphi'$  und der effektiven Kohäsion c' sowie des Parameters M in der  $\sigma'_n$ - $\tau$ -Ebene bzw. der p'-q-Ebene.

winkel  $\varphi'$  sowie die effektive Kohäsion c' bei einer effektiven vertikalen Spannung von  $\sigma'_{vc} = 100 \text{ kN/m}^2$  angegeben. Der Dilatanzwinkel ist bei weichen Böden üblicherweise mit  $\psi = 0^{\circ}$  anzunehmen, da sie keine Dilatanz <sup>2</sup> aufzeigen.

Da es sich bei allen drei Steifigkeitsparametern ( $\kappa^*$  modifizierter isotroper Ent–/Wiederbelastungsbeiwert,  $\lambda^*$  modifizierter isotroper Kompressionsbeiwert und  $\mu^*$  modifizierter isotroper Kriechbeiwert) um isotrope Parameter handelt, müssten sie zweckmäßigerweise in einem isotropen Kompressionsversuch (Triaxialversuch mit allseitig gleicher Spannung, die schrittweise gesteigert bzw. konstant gehalten wird) bestimmt werden. Der Einfachheit wegen werden im Normalfall nur eindimensionale Kompressionsversuche (Oedometerversuche, vgl. DIN 18135 E (1999)) durchgeführt. Es besteht eine direkte Beziehung zwischen den eindimensionalen Parametern für die Erstbelastung und das Kriechen mit den dreidimensionalen Parametern (vgl. Abschnitt 5.3, Unterabschnitt 6.2.2 bzw. Anhang B). Eine Beziehung zwischen dem eindimesionalen Parameter für Ent-/Wiederbelastung und dem zugehörigen dreidimensionalen existiert ebenfalls, ist aber nicht eindeutig, da sich der Erdruhedruckbeiwert  $K_0$  während der Ent-/Wiederbelastung ständig ändert. Unter Verwendung von geeigneten Annahmen lässt sich aber eine Beziehung aufstellen (vgl. Abschnitt 5.3, Unterabschnitt 6.2.2 bzw. Anhang B). In den folgenden Gleichungen (7.2 bis 7.4) sind die Beziehungen nochmals zusammengefasst.

$$\lambda^* = \frac{C_c}{(1+e)\ln 10} \tag{7.2}$$

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Dilatanz ist die Auflockerung bzw. Volumenzunahme einer Probe in Folge von Scherbeanspruchung.

$$\kappa = (1+2K_0) \frac{1-\nu_{ur}}{1+\nu_{ur}} \frac{C_r}{(1+e)\ln 10}$$
  

$$\approx 2 \frac{C_r}{(1+e)\ln 10} \quad \text{mit} \quad K_0 = 1, 0 \quad \text{und} \quad \nu_{ur} = 0, 2 \quad (7.3)$$

$$\mu^* = \frac{C_{\alpha}}{(1+e)\ln 10}$$
(7.4)

Wie für den effektiven Reibungswinkel  $\varphi'$  sowie die effektive Kohäsion c' gibt es auch für die Bestimmung von Steifigkeitsparametern Korrelationen zu indirekten Aufschlussverfahren (z. B. Drucksondierungen und Rammsondierungen) bzw. zu klassifizierenden Bodenkenngrößen (vgl. MELZER UND BERGDAHL (2001), VON SOOS (2001) sowie KUL-HAWY UND MAYNE (1990)).

Einige gängige Korrelationen für die im *SSC*-Modell bzw. *MLC*-Modell verwendeten Steifigkeitsparameter sowie für Steifigkeitsparameter, die mittels den Gleichungen 7.2, 7.3 und 7.4 in die modifizierten isotropen Beiwerte umgerechnet werden können, sind in Anhang D dargestellt.

Die Querdehnungszahl für Ent–/Wiederbelastung wird üblicherweise mit  $\nu_{ur} = 0, 1$ bis 0, 2, zumeist  $\nu_{ur} = 0, 2$ , angenommen, lässt sich aber auch versuchstechnisch bestimmen. Hierzu sind z. B. Oedometerversuche mit Messung der Horizontalspannung bzw. Triaxialversuche mit Messung der radialen Dehnung oder sogenannte  $K_0$ -Triaxialversuche <sup>3</sup> notwendig, die aber im Allgemeinen nicht durchgeführt werden.

Im Falle des *SSC*-Modells gilt für die untere Grenze des Parameters  $M = \frac{6sin\varphi'}{3-sin\varphi'}$ . Die Steigung M der Geraden, auf der die Scheitel der den aktuellen Spannungszustand beschreibenden Ellipsen liegen, entspricht somit der Steigung der *critical state line* und der Steigung der Grenzbedingung nach MOHR-COULOMB. Da die Parameter M und  $K_{0nc}$ , wie zuvor erwähnt, aber nicht unabhängig voneinander sind, führt diese Annahme dazu, dass sich bei der Simulation eines Oedometerversuchs ein höherer Erdruhedruckbeiwert als  $K_{0nc} = 1 - sin\varphi'$  ergibt. Mit Hilfe der Gleichung 7.1 lässt sich der Parameter M in Abhängigkeit vom gewünschten Erdruhedruckbeiwert  $K_{0nc}$  ermitteln.

Die untere Grenze für den Parameter M liegt für das MLC-Modell bei  $M = tan\varphi'$ . Die Steigung M entspricht in diesem Fall der Steigung der MOHR-COULOMBSCHEN Grenzbedingung auf einer Ebene. Wie später (vgl. Abschnitt 7.2) gezeigt wird, führt diese Annahme in etwa zu einem Erdruhedruckbeiwert von  $K_{0nc} = 1 - sin\varphi'$ . Dieser Wert wird daher als Standardwert für die Steigung M im MLC-Modell verwendet. Da es für das MLC-Modell keine analytische Herleitung für die Beziehung zwischen M und  $K_{0nc}$  gibt, kann ein gewünschter Erdruhedruckbeiwert  $K_{0nc}$  nur durch Variieren der Steigung M in Simulationsrechnungen gefunden werden.

Die immanente Zeit  $\tau$  (Referenzisochrone) wird, wie in den Kapiteln 5 und 6 erwähnt, in dieser Arbeit zu  $\tau = 1$  Tag gewählt. Entscheidend ist, wie bereits in den Kapiteln 4, 5

 $<sup>^{3}</sup>$ Bei einem  $K_{0}$ -Triaxialversuch wird durch die aktive Steuerung des Zelldrucks gewährleistet, dass die radiale Dehnung gleich null ist. Dieser Versuch entspricht somit einem Oedometerversuch mit veränderten Probenabmessungen.

Tabelle 7.3: Stoffgesetzparameter des SSC-Modells für die Simulation eines Oedometerversuchs.

Bezeichnung	Wert	SI-Einheit
effektive Kohäsion $c'$	0, 1	$[kN/m^2]$
effektiver Reibungswinkel $arphi'$	30, 0	[°]
Dilatanzwinkel $\psi$	0, 0	[°]
modifizierter isotroper Kompressionsbeiwert $\lambda^*$	0, 1	[-]
modifizierter isotroper Ent–/Wiederbelastungsbeiwert $\kappa^*$	0,02	[-]
modifizierter isotroper Kriechbeiwert $\mu^*$	0,005 bzw. $0,0025$	[-]
Querdehnungszahl für Ent–/Wiederbelastung $ u_{ur}$	0, 15	[-]
Erdruhedruckbeiwert $K_{0nc}$	0, 6	[-]

und 6 beschrieben, dass die initiale bzw. aktuelle Vorkonsolidationsspannung auf diese Referenzisochrone bezogen wird. Die Wahl der Referenzisochrone kann frei erfolgen. Üblicherweise wird die Vorkonsolidationsspannung mit einem eindimensionalen Kompressionsversuch (Oedometerversuch, vgl. DIN 18135 E (1999)) bestimmt, bei dem die Last tageweise gesteigert wird, sodass sich die Wahl der Referenzisochrone mit  $\tau = 1$ Tag aus der gängigen Versuchstechnik ergibt.

Bei gekoppelten Berechnungen mit Berücksichtigung von Porenwasserüber- und/oder -unterdrücken wird als weiterer Bodenparameter der Durchlässigkeitsbeiwert k des Bodens benötigt. Eventuell ist sogar eine Unterscheidung des horizontalen  $k_h$  und des vertikalen  $k_v$  Durchlässigkeitsbeiwerts notwendig, wenn der betrachtete Boden anisotropes Materialverhalten im Bezug auf die Durchlässigkeit aufzeigt. Anhaltswerte für Durchlässigkeitsbeiwerte k weicher Böden sind in Tabelle 2.4 zusammengestellt.

Zur Lösung von geotechnischen Randwertproblemen wird zusätzlich noch die Wichte des betrachteten Bodens benötigt. In Tabelle 2.3 sind Anhaltswerte für die Wichten weicher Böden angegeben.

## 7.2 Exemplarische eindimensionale Berechnungen

In diesem Abschnitt wird exemplarisch das eindimensionale Materialverhalten, welches sich aufgrund der Simulation mit dem *SSC*-Modell bzw. dem *MLC*-Modell ergibt, dargestellt. Die im Folgenden vorgestellten Berechnungen werden alle mit dem *SSC*-Modell durchgeführt, die Ergebnisse sind jedoch auf das *MLC*-Modell übertragbar, da beide Modelle bei der vorliegenden Simulation von Oedometerversuchen die gleichen Effekte aufzeigen.

Die für die Simulation der Oedometerversuche verwendeten Stoffgesetzparameter für das *SSC*-Modell sind in Tabelle 7.3 angegeben. Es handelt sich dabei um fiktiv gewähl-

te Parameter, die einem möglichen Parametersatz für weiche Böden entsprechen. Es werden zwei Arten von Oedometerversuchen (Standard- und Kriechversuche) mit einer Lastfolge von

Oedometerversuch I 10/30/50/100/50/30/10/30/50/100/200/400/800/1600 kN/m<sup>2</sup> (vgl. Abbildung 7.4)

**Oedometerversuch II** 10/30/50/100/50/30/10/30/50/60/70/80/90/100 kN/m<sup>2</sup> (vgl. Abbildungen 7.6 und 7.7)

simuliert. Die einzelnen Laststufen werden plötzlich (innerhalb einer Sekunde) aufgebracht und wie in einem Standard-Oedometerversuch einen Tag belassen, bevor die nächste Laststufe folgt. Die Erstbelastungsstufen mit 100 kN/m<sup>2</sup> und 1600 kN/m<sup>2</sup> werden beim ersten Oedometerversuch im Gegensatz zu allen anderen Laststufen nicht nur einen Tag, sondern 100 Tage belassen.

Beim zweiten Oedometerversuch werden in der Wiederbelastungsschleife die Laststufen ab 50 kN/m<sup>2</sup> numerisch jeweils 10<sup>14</sup> Tage <sup>4</sup> belastet. In der Simulation werden dabei die Lasten bis zum Erreichen der Laststufen mit 50/60/70/80/90/100 kN/m<sup>2</sup> in der Wiederbelastungsschleife, die jeweils  $10^{14}$  Tage belastet werden, tageweise gesteigert. Es handelt sich somit, würde man Laborversuche durchführen, um 6 einzelne Kriechversuche.

Um die viskoplastischen Effekte besser darstellen zu können, werden die Simulationen ohne Berücksichtigung von Porenwasserüberdrücken durchgeführt.

### 7.2.1 Simulationsergebnisse Oedometerversuch I

#### Spannungs-Dehnungs-Beziehungen

In Abbildung 7.4 sind in einem halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm die Ergebnisse der Simulation des Oedometerversuchs I für Verhältnisse von  $\mu^* = \lambda^*/20 = 0,005$  bzw.  $\mu^* = \lambda^*/40 = 0,0025$  angegeben. Die Simulationsergebnisse sind für das Verhältnis von  $\mu^* = \lambda^*/20 = 0,005$  mit offenen Kreissymbolen und für das Verhältnis von  $\mu^* = \lambda^*/40 = 0,0025$  mit gefüllten Kreissymbolen angegeben. Die gestrichelte Linie mit dem offenen Kreissymbol entspricht der 0,01-Tageslinie für ein Verhältnis von  $\mu^* = \lambda^*/40 = 0,0025$  zugeordnet. Die durchgezogene Linie repräsentiert die 1-Tageslinie für beide Verhältnisse von  $\mu^*$ . Sie entspricht der festgelegten Referenzisochrone mit  $\tau = 1$  Tag und ist unabhängig vom Verhältnis  $\lambda^*/\mu^*$ . Die gepunktete Linie mit gefülltem Rautensymbol stellt die 100-Tageslinie für ein Verhältnis von  $\mu^* = \lambda^*/40 = 0,0025$  dar. Die gestrichelte Linie mit offenem Rautensymbol entspricht der 100 Tageslinie für ein Verhältnis von  $\mu^* = \lambda^*/40 = 0,0025$  dar. Die gestrichelte Linie mit offenem Rautensymbol entspricht der 100 Tageslinie für ein Verhältnis von  $\mu^* = \lambda^*/40 = 0,0025$  dar. Die gestrichelte Linie mit offenem Rautensymbol entspricht der 100 Tageslinie für ein Verhältnis von  $\mu^* = \lambda^*/40 = 0,0025$  dar. Die gestrichelte Linie mit offenem Rautensymbol entspricht der 100 Tageslinie für ein Verhältnis von  $\mu^* = \lambda^*/40 = 0,0025$  dar. Die gestrichelte Linie mit offenem Rautensymbol entspricht der 100 Tageslinie für ein Verhältnis von  $\mu^* = \lambda^*/40 = 0,0025$  dar.

Es ist festzuhalten, dass alle fünf dargestellten Geraden, wie erwartet, parallel verlaufen. Ihre Steigung entspricht dem eingegebenen Wert des modifizierten isotropen Kompressionsbeiwerts  $\lambda^* = 0, 1$ . Der Abstand der 0, 01- und der 100-Tageslinie zur 1-Tageslinie ist für das jeweilige Verhältnis von  $\mu^* = \lambda^*/20 = 0,005$  bzw.  $\mu^* = \lambda^*/40 = 0,0025$ 

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>10<sup>14</sup> Tage entsprechen ungefähr 274 Mrd. Jahren.



Abbildung 7.4: Darstellung der Simulation zweier Oedometerversuche mit den Stoffgesetzparametern nach Tabelle 7.3 ( $\mu^* = \lambda^*/20 = 0,005$  bzw.  $\mu^* = \lambda^*/40 = 0,0025$ ) in einem halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm.

gleich groß. In Folge des logarithmischen Ansatzes für das Kriechen ist dieses Ergebnis logisch. Der Faktor zwischen den Abständen der 0,01 bzw. der 100 Tageslinie zur 1-Tageslinie der Verhältnisse  $\mu^* = \lambda^*/20 = 0,005$  bzw.  $\mu^* = \lambda^*/40 = 0,0025$  beträgt 2, wie der Faktor zwischen den beiden modifizierten isotropen Kriechbeiwerten  $\mu^*$ . Aufgrund des logarithmischen Ansatzes für das Kriechen ( $\ln t^2 = 2 \ln t$ ) entspricht die 100 Tageslinie für das Verhältnis  $\mu^* = \lambda^*/20 = 0,005$  der 10.000 Tageslinie für das Verhältnis  $\mu^* = \lambda^*/40 = 0,0025$  bzw. die 0,01-Tageslinie für das Verhältnis  $\mu^* = \lambda^*/40 = 0,0025$  bzw. die 0,01-Tageslinie für das Verhältnis  $\mu^* = \lambda^*/40 = 0,0025$  bzw. die 0,01-Tageslinie für das Verhältnis  $\mu^* = \lambda^*/40 = 0,0025$ . Demzufolge ergeben kleine Werte des modifizierten isotropen Kriechbeiwerts  $\mu^*$  "schnelles" Kriechen oberhalb der 1-Tageslinie und "langsames" Kriechen unterhalb der 1-Tageslinie. Bei großen Werten des modifizierten isotropen Kriechbeiwerts  $\mu^*$  ist es umgekehrt: Es ergibt sich "langsames" Kriechen oberhalb der 1-Tageslinie.



Abbildung 7.5: Darstellung der Simulation eines Oedometerversuchs (Standard-Oedometerversuch) mit den Stoffgesetzparametern nach Tabelle 7.3 ( $\mu^* = \lambda^*/20 = 0,005$ ) in einem  $\sigma'_H$ - $\sigma'_V$ -Diagramm.

#### Entwicklung des Erdruhedruckbeiwerts K<sub>0</sub>

In Abbildung 7.5 ist in einem  $\sigma'_H - \sigma'_V$ -Diagramm der Spannungspfad für den Oedometerversuch I für das Verhältnis von  $\mu^* = \lambda^*/20 = 0,005$  angegeben. Das Simulationsergebnis ist mit gefüllten Kreissymbolen dargestellt. Die Spannungspunkte am Ende einer jeden Erstbelastungsstufe liegen alle auf einer Geraden (offene Kreissymbole) mit der Steigung  $1/K_0$ .  $K_0$  beträgt hier 0,63. Die horizontalen Kurvenabschnitte der Simulation entsprechen den jeweiligen Kriechphasen unter den für einen Tag konstant gehaltenen Erstbelastungsstufen. In Folge des Kriechens steigt bei konstanter vertikaler Belastung die Horizontalspannung an. Die steilen Kurvenabschnitte der Simulation entsprechen der Laststeigerung von einer Belastungsstufe zur nächsten. Sie spiegeln elastisches Materialverhalten wieder. Die Steigung dieser Abschnitte beträgt  $\frac{1-\nu_{ur}}{\nu_{ur}} \approx 5,7$ .

### 7.2.2 Simulationsergebnisse Oedometerversuch II

#### Spannungs-Dehnungs-Beziehungen

Abbildung 7.6 beinhaltet in einem halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm die Ergebnisse der Simulation des Oedometerversuchs II ( $\mu^* = \lambda^*/20 = 0,005$ ).



Abbildung 7.6: Darstellung der Simulation von Oedometerversuchen (Kriechversuchen) mit den Stoffgesetzparametern nach Tabelle 7.3 ( $\mu^* = \lambda^*/20 = 0,005$ ) in einem halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm.

Die acht abgebildeten Geraden verlaufen alle mit einer Steigung von  $\lambda^* = 0, 1$  parallel und repräsentieren die 1, 100, ...  $10^{14}$  Tageslinie. Das Simulationsergebnis ist mit gefüllten Kreissymbolen dargestellt. Wie erwartet, ist der Abstand zwischen den einzelnen Tageslinien aufgrund des gewählten "Zeitmultiplikators"  $\alpha = 10^2$  nahezu identisch. Dies lässt sich erneut mit dem logarithmischen Ansatz für das Kriechen begründen  $(\ln \frac{t_n}{t_{n-1}} = \ln \frac{t_{n+1}}{t_n}, \text{ wenn } t_{n+1} = \alpha \cdot t_n).$ 

#### Zeit-Dehnungs-Beziehungen

Die in Abbildung 7.7 dargestellten Zeit-Dehnungs-Beziehungen ergeben sich aus dem simulierten Oedometerversuch II ( $\mu^* = \lambda^*/20 = 0,005$ ). Deutlich sind die sechs Kurven der Wiederbelastungsschleife zu erkennen, die sechs einzelnen Laborversuchen entsprechen. Die Simulationsergebnisse sind mit gefüllten Kreissymbolen dargestellt. Ab einer



Abbildung 7.7: Darstellung der Simulation von Oedometerversuchen (Kriechversuchen) mit den Stoffgesetzparametern nach Tabelle 7.3 ( $\mu^* = \lambda^*/20 = 0,005$ ) in einem halblogarithmischen Zeit-Dehnungs-Diagramm.

Zeit von  $t = 10^6$  Tage gehen alle sechs Kurven, wie erwartet, in parallele Geraden mit der Steigung  $\mu^* = 0,005$  über. Jede der sechs Geraden entspricht einer Auflast der Wiederbelastungsschleife:

- Auflast 50 kN/m<sup>2</sup> offene Kreissymbole
- Auflast 60 kN/m<sup>2</sup> offene Quadratsymbole
- Auflast 70 kN/m<sup>2</sup> offene Dreiecksymbole
- Auflast 80 kN/m<sup>2</sup> offene Rautensymbole
- Auflast 90 kN/m<sup>2</sup> offene Kreissymbole mit Kreuz
- Auflast 100 kN/m<sup>2</sup> offene Quadratsymbole mit Kreuz

Das unterschiedliche Zeit-Dehnungs-Verhalten für die unterschiedlichen Auflasten vor  $t = 10^6$  Tage ergibt sich in Folge des unterschiedlichen Überkonsolidationsverhältnisses  $OCR = \frac{100}{\sigma}$ . So treten nennenswerte Kriechverformungen bei einer Auflast von  $\sigma = 50 \text{ kN/m}^2$  (OCR = 2) erst ab  $t = 10^6$  Tage auf, wohingegen bei einer Auflast von  $\sigma = 100 \text{ kN/m}^2$  (OCR = 1) nennenswerte Kriechverformungen sofort auftreten.



Abbildung 7.8: Darstellung der Simulation von Oedometerversuchen (Kriechversuchen) mit den Stoffgesetzparametern nach Tabelle 7.3 ( $\mu^* = \lambda^*/20 = 0,005$ ) in einem  $\sigma'_H$ - $\sigma'_V$ -Diagramm.

#### Entwicklung des Erdruhedruckbeiwerts K<sub>0</sub>

Das Simulationsergebnis des Oedometerversuchs II ( $\mu^* = \lambda^*/20 = 0,005$ ) ist in Abbildung 7.8 in einem  $\sigma'_H - \sigma'_V$ -Diagramm mit gefüllten Kreissymbolen dargestellt. Die Spannungspunkte am Ende einer jeden Erst- bzw. Wiederbelastungsstufe liegen alle auf einer Geraden (offene Kreissymbole) mit der Steigung  $1/K_0$ .  $K_0$  beträgt hier wie beim Oedometerversuch I 0, 63. Die horizontalen Kurvenabschnitte der Simulation entsprechen den jeweiligen Kriechphasen unter den konstant gehaltenen Erst- bzw. Wiederbelastungsstufen. Im Falle von Überkonsolidationsverhältnissen mit OCR > 1, 6 (Auflast  $\sigma = 50$ bzw. 60 kN/m<sup>2</sup>) erfolgt die Annäherung an die  $K_0$ -Gerade durch eine Abminderung der Horizontalspannung (Relaxation), für Überkonsolidationsverhältnisse mit OCR < 1, 6(Auflast  $\sigma = 70, 80, 90$  bzw. 100 kN/m<sup>2</sup>) geschieht die Annäherung durch eine Zunahme der Horizontalspannung in Folge von Kriechen wie im Falle des zuvor simulierten Oedometerversuchs (Standard-Oedometer). Die steilen Kurvenabschnitte der Simulation



Abbildung 7.9: Darstellung der Entwicklung des Überkonsolidierungsverhältnisses OCR mit der Zeit t bei der Simulation eines Oedometerversuchs mit den Stoffgesetzparametern nach Tabelle 7.3 ( $\mu^* = \lambda^*/20 = 0,005$ ) in einem halblogarithmischen Zeit-OCR-Diagramm.

entsprechen erneut der Laststeigerung von einer Belastungsstufe zur nächsten bzw. der Entlastungsstufe. Sie spiegeln elastisches Materialverhalten wieder. Die Steigung dieser Abschnitte beträgt  $\frac{1-\nu_{ur}}{\nu_{ur}} \approx 5,7$ . Außerdem sind in Abbildung 7.8 zwei Geraden eingezeichnet, die das MOHR-COULOMBSCHE Versagenskriterium wiedergeben. Sowohl bei der Erstbelastung mit  $\sigma = 30 \text{ kN/m}^2$  als auch bei der Entlastung auf  $\sigma = 10 \text{ kN/m}^2$  wird der Spannungspfad der Simulation durch dieses Kriterium begrenzt.

Im Fall des *MLC*-Modells werden mit einer flachen Kappe auf den Ebenen ( $M = tan\varphi'$ ) für beide mit dem *SSC*-Modell simulierten Oedometerversuche (Standard- und Kriechversuch) ähnliche Ergebnisse erzeugt. Es zeigt sich, dass in diesem Fall für das *MLC*-Modell  $K_0 \approx 1 - sin\varphi'$  ist. Um diesen  $K_0$ -Wert mit dem *SSC*-Modell zu erreichen, ist eine sogenannte steile Kappe notwendig, die durch ein höheres M gekennzeichnet ist.

#### Entwicklung der Vorkonsolidationsspannung $\sigma_p$

Die Entwicklung des Überkonsolidationsverhältnisses *OCR* mit der Zeit ist in Abbildung 7.9 für die Steigerung der Laststufe von  $\sigma = 50 \text{ kN/m}^2$  auf  $\sigma = 100 \text{ kN/m}^2$  im Fall der Simulation der Kriechversuche (Oedometerversuch II) ( $\mu^* = \lambda^*/20 = 0,005$ ) in einem halblogarithmischen Zeit-*OCR*-Diagramm mit offenen Quadratsymbolen dargestellt. Die im gleichen Diagramm mit offenen Kreissymbolen abgebildete theoretische Kurve ergibt sich aus der in Kapitel 4 vorgestellten Gleichung 4.59. Wie erwartet, sind beide Kurven deckungsgleich.

Im Fall des *MLC*-Modells entwickelt sich das Überkonsolidationsverhältnis *OCR* auf den einzelnen Ebenen aufgrund ihrer räumlichen Anordnung unterschiedlich. Das globale Gesamtverhalten ist aber vergleichbar mit dem des *SSC*-Modells.

# 7.3 Exemplarische dreidimensionale Berechnungen

In diesem Abschnitt werden zunächst zwei Arten von undrainierten Triaxialversuchen mit dem *SSC*-Modell simuliert. Zur Validierung des Stoffgesetzes werden hierzu undrainierte Triaxialversuche von VAID UND CAMPANELLA (1977) an *Haney Clay* verwendet. Als erstes wird auf die Abhängigkeit der Versagensspannung von der Vorschubgeschwindigkeit eingegangen. Danach werden die Versuchsergebnisse der undrainierten triaxialen Kriechversuche mit den Simulationsergebnissen verglichen. In einem weiteren Unterabschnitt wird exemplarisch unter Verwendung des *MLC*-Modells anisotropes Materialverhalten simuliert. Es wird die Fließfläche des *MLC*-Modells, wie sie sich in einem p'-q-Diagramm ergibt, vorgestellt.

# 7.3.1 Abhängigkeit der Versagensspannung von der Abschergeschwindigkeit

Die Grenzspannung bei weichen Böden hängt von der Abschergeschwindigkeit ab (vgl. z. B. FINN UND SHEAD (1973) oder VAID UND CAMPANELLA (1977)). Eine Zusammenstellung zur Abhängigkeit der undrainierten Scherfestigkeit  $c_u$  von der Abschergeschwindigkeit für unterschiedliche weiche Böden findet sich z. B. bei KULHAWY UND MAYNE (1990). Im Folgenden werden undrainierte Triaxialversuche mit unterschiedlichen Vorschubgeschwindigkeiten von VAID UND CAMPANELLA (1977) an Haney Clay unter Verwendung des SSC-Modells simuliert und die Rechenergebnisse mit den Versuchsergebnissen verglichen. Haney Clay ist ein Ton marinen Ursprungs. Er besitzt eine Fließgrenze  $w_L$  von 44% und eine Ausrollgrenze  $w_P$  von 26%. VAID UND CAM-PANELLA (1977) führen die undrainierten Triaxialversuche mit unterschiedlichen Vorschubgeschwindigkeiten an Bodenproben mit einer hydrostatischen Vorbelastung von  $340 \text{ kN/m}^2$  durch. Die Proben mit einer Höhe h = 7 cm und einem Durchmesser d = 3,5 cm werden zunächst bei offenem System unter einem allseitigen Druck von 515 kN/m<sup>2</sup> 36 Stunden lang konsolidiert. Anschließend wird das System geschlossen und die Proben werden weitere 12 Stunden der Konsolidationsspannung von  $515 \text{ kN/m}^2$ ausgesetzt, bevor sie undrainiert abgeschert werden.

In der axialsymmetrischen Simulation der Versuche mit dem SSC-Modell ergibt sich aufgrund der Symmetrien (axial und horizontal) eine Modellhöhe h = 3,5 cm und ein Modelldurchmesser d = 1,75 cm. In Abbildung 7.10 ist das numerische Modell schema-
Tabelle 7.4: Stoffgesetzparameter des SSC-Modells für die Simulation von Triaxialversuchen nach VAID UND CAMPANELLA (1977).

Bezeichnung	Wert	SI-Einheit
effektive Kohäsion c'	19, 0	$[kN/m^2]$
effektiver Reibungswinkel $arphi'$	26, 0	[°]
Dilatanzwinkel $\psi$	0, 0	[°]
modifizierter isotroper Kompressionsbeiwert $\lambda^*$	0, 12	[-]
modifizierter isotroper Ent–/Wiederbelastungsbeiwert $\kappa^*$	0,02	[-]
modifizierter isotroper Kriechbeiwert $\mu^*$	0,005	[-]
Querdehnungszahl für Ent–/Wiederbelastung $ u_{ur}$	0, 15	[-]
Erdruhedruckbeiwert $K_{0nc}$	0,692	[-]
Durchlässigkeitsbeiwert $k_v = k_h$	$1\cdot 10^{-7}$	[m/d]



Abbildung 7.10: Schematische Darstellung des numerischen Modells zur Simulation undrainierter Triaxialversuche mit unterschiedlichen Vorschubgeschwindigkeiten.

tisch dargestellt. Die Kopfplatte bei einem Triaxialversuch wird mit Hilfe eines Balkenelementes simuliert, um die Querdehnungseffekte derselben zu berücksichtigen.

Die für die Simulation der Versuche verwendeten Stoffgesetzparameter sind in Tabelle 7.4 zusammengefasst. Da Porenwasserüberdrücke berücksichtigt werden (gekoppelte Berechnung), ist ein Durchlässigkeitsbeiwert angegeben. Im Gegensatz zu VERMEER U. A. (1997) bzw. STOLLE U. A. (1997) sind die verwendeten Parameter etwas modifiziert. Die Probe wird in der vorliegenden Arbeit komplett modelliert (unter Berücksichtigung von Symmetrien) und nicht als homogen und damit in einem Spannungspunkt berechenbar betrachtet. Dies geschieht aufgrund der Tatsache, dass die Kriechverformungen innerhalb der Probe wegen des Abbaus der Porenwasserüberdrücke vom Rand her nicht homogen sind. Der effektive Reibungswinkel  $\varphi'$  und die effektive Kohäsion c' wurden mittels einer Regressionsgeraden aus Versuchsergebnissen von VAID UND CAMPANELLA (1977) ermittelt. VERMEER U. A. (1997) sind hingegen von einer effektiven Kohäsion  $c' = 0 \text{ kN/m}^2$  ausgegangen. Die Werte für die modifizierten isotropen Beiwerte  $\lambda^*$ ,  $\kappa^*$  und  $\mu^*$  ergeben sich aus einer Parametervariation in Anlehnung an VER-MEER U. A. (1997).

Die numerische Simulation wird in Anlehnung an die Versuchsdurchführung von VAID UND CAMPANELLA (1977) für die unterschiedlichen Vorschubgeschwindigkeiten wie folgt durchgeführt:

- Initialisierung des Ausgangsspannungszustandes
  - Aufbringen einer hydrostatischen Belastung von 340 kN/m<sup>2</sup> unter drainierten Randbedingungen, Standzeit 1 Tag
  - Entlastung auf eine hydrostatische Belastung von 0 kN/m<sup>2</sup> unter drainierten Randbedingungen, Standzeit 1 Tag
- Konsolidationsphase
  - Aktivierung des Balkenelements, welches die Kopfplatte simuliert
  - Aufbringen einer hydrostatischen Belastung von  $515\,{\rm kN/m}^2$  unter drainierten Randbedingungen, Standzeit1,5Tage
  - Konstant Halten einer hydrostatischen Belastung von 515 kN/m<sup>2</sup> unter undrainierten Randbedingungen, Standzeit 0,5 Tage
- Abscherphase
  - Aufbringen einer vertikalen Verformung mit einer Vorschubgeschwindigkeit von 1, 1, 0, 15, 0, 014 bzw. 0, 00094%/min unter undrainierten Randbedingungen

In Abbildung 7.11 sind die Ergebnisse der undrainierten Triaxialversuche von VAID UND CAMPANELLA (1977) mit offenen Symbolen dargestellt. Die Ergebnisse der Simulation sind mit gefüllten Symbolen abgebildet. Die Simulationen zeigen wie die Versuchsergebnisse eine eindeutige Abhängigkeit der Deviatorspannung von der Vorschubgeschwindigkeit. Das *SSC*-Modell beschreibt die unterschiedlichen Versuche mit einem konstanten Parametersatz gut. Die Deviatorspannung wird bei hohen Vorschubgeschwindigkeiten etwas überschätzt und bei niedrigen Vorschubgeschwindigkeiten etwas unterschätzt.

Die Tatsache, dass die undrainierte Scherfestigkeit  $c_u$  bei weichen Böden umso größer ist, je schneller ein Triaxialversuch abgeschert wird, ist allgemein bekannt. In Abbildung 7.12 ist dieses Verhalten schematisch in einem p'-q-Diagramm dargestellt. Es sind darin exemplarisch drei effektive Spannungspfade für unterschiedliche Abschergeschwindigkeiten eingezeichnet. Bei undrainierten Triaxialversuchen gilt

$$\dot{\varepsilon}_v = \dot{\varepsilon}_v^{el} + \dot{\varepsilon}_v^{inel} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \dot{\varepsilon}_v^{el} = -\dot{\varepsilon}_v^{inel}. \tag{7.5}$$

Es herrscht folglich ein Gleichgewicht zwischen der Verdichtung der Probe in Fol-



Abbildung 7.11: Darstellung der Ergebnisse von undrainierten Triaxialversuchen mit unterschiedlichen Vorschubgeschwindigkeiten (VAID UND CAMPA-NELLA (1977)) und der Simulation dieser Versuche in einem  $\varepsilon_1$ -q-Diagramm.



Abbildung 7.12: Exemplarische Darstellung der effektiven Spannungspfade von undrainierten Triaxialversuchen mit unterschiedlichen Vorschubgeschwindigkeiten in einem p'-q-Diagramm.

ge der volumetrischen Kriechdehnung  $\varepsilon_v^{vis} = \varepsilon_v^{inel}$  (Annahme  $\dot{\varepsilon}_v^{pl} = 0$ ) und dem elastischen Schwellen  $\varepsilon_v^{el}$ . Je langsamer die Abschergeschwindigkeit bei einem Triaxialversuch ist, desto größer ist die volumetrische Kriechdehnung und folglich auch das elas-



Abbildung 7.13: Exemplarische Darstellung der effektiven Spannungspfade von undrainierten Kriechversuchen unter triaxialen Randbedingungen, bei denen die Deviatorspannung q bis zum Kriechfließen/-versagen konstant gehalten wird, in einem p'-q-Diagramm.

tische Schwellen. Wegen der Beziehung  $\dot{p}' = K_{ur} \cdot \dot{\varepsilon}_v^{el}$ , in der  $K_{ur}$  der elastische Kompressionsmodul ist, ergibt sich dadurch eine Abnahme der hydrostatischen effektiven Spannung p'. Die dünne senkrechte Linie in Abbildung 7.12 entspricht einem undrainierten Triaxialversuch, der unendlich schnell abgeschert wird, sodass keine volumetrische Kriechdehnung auftreten kann. Sie gibt somit rein elastisches Materialverhalten in einem undrainierten Triaxialversuch wieder.

## 7.3.2 Kriechfließen/-versagen

Im Falle von undrainierten triaxialen Kriechversuchen wird nach der Konsolidation eine deviatorische Spannung q im undrainierten Zustand aufgebracht. Nach Aufbringen dieser deviatorischen Spannung q werden die auf die Probe einwirkenden äußeren (totalen) Spannungen konstant gehalten und die Probe somit undrainiertem Kriechen ausgesetzt. Die dabei entstehenden Kriechverformungen hängen von der aufgebrachten deviatorischen Spannung q bzw. vom Spannungsverhältnis q/p' ab. Für kleine Spannungsverhältnisse sind die Kriechgeschwindigkeiten sehr gering und nehmen mit der Zeit ab. Für große Spannungsverhältnisse nimmt die Kriechgeschwindigkeit zunächst ab, bevor sie dann bis zum Versagen wieder zunimmt. Eine exemplarische Darstellung dieser Art von Triaxialversuchen ist in Abbildung 7.13 in einem p'-q-Diagramm dargestellt. Daraus wird ersichtlich, dass für große Spannungsverhältnisse q/p' die Zeitdauer bis zum Kriechfließen/-versagen kürzer ist als für kleine Spannungsverhältnisse, da der Abstand des Startpunkts für die Phase des undrainierten Kriechens bis zur Versagensgeraden in diesem Fall geringer ist. Die dünne senkrechte Linie in Abbildung 7.13 entspricht, wie in Abbildung 7.12, rein elastischem Materialverhalten.

VAID UND CAMPANELLA (1977) haben solche undrainierten triaxialen Kriechversuche ebenfalls an *Haney Clay* durchgeführt. In den Abbildungen 7.14 und 7.15 sind die Er-



Abbildung 7.14: Darstellung der Ergebnisse von undrainierten Kriechversuchen unter triaxialen Randbedingungen (VAID UND CAMPANELLA (1977)) und der Simulation dieser Versuche in einem halblogarithmischen Zeit-Dehnungs-Diagramm.

gebnisse dieser Versuche der numerischen Simulation mit dem *SSC*-Modell gegenübergestellt. Die verwendeten Stoffgesetzparameter entsprechen denen für die Simulation der undrainierten Triaxialversuche mit unterschiedlichen Vorschubgeschwindigkeiten. Sie sind in Tabelle 7.4 angegeben. Die numerische Simulation wird in Anlehnung an die Versuchsdurchführung von VAID UND CAMPANELLA (1977) für die unterschiedlichen Deviatorspannungen q wie folgt durchgeführt:

- Initialisierung des Ausgangsspannungszustandes
  - Aufbringen einer hydrostatischen Belastung von 340 kN/m<sup>2</sup> unter drainierten Randbedingungen, Standzeit 1 Tag
  - Entlastung auf eine hydrostatische Belastung von 0 kN/m<sup>2</sup> unter drainierten Randbedingungen, Standzeit 1 Tag
- Konsolidationsphase
  - Aktivierung des Balkenelements, welches die Kopfplatte simuliert
  - Aufbringen einer hydrostatischen Belastung von 515 kN/m<sup>2</sup> unter drainierten Randbedingungen, Standzeit 1, 5 Tage
  - Konstant Halten einer hydrostatischen Belastung von 515 kN/m<sup>2</sup> unter undrainierten Randbedingungen, Standzeit 0, 5 Tage
- Abscherphase
  - Aufbringen der vier Deviatorspannungen  $q = 328, 57 \text{ kN/m}^2, 309, 0 \text{ kN/m}^2,$



Abbildung 7.15: Darstellung der Ergebnisse von undrainierten Kriechversuchen unter triaxialen Randbedingungen (VAID UND CAMPANELLA (1977)) und der Simulation dieser Versuche in einem doppellogarithmischen Zeit-Dehnungsgeschwindigkeiten-Diagramm.

 $284, 28~{\rm kN/m^2}$  bzw.  $372, 95~{\rm kN/m^2}$  unter undrainierten Randbedingungen sowie konstant Halten dieser Spannungen bis zum Kriechfließen/-versagen

In den Abbildungen 7.14 und 7.15 geben die offenen Symbole die Ergebnisse der numerischen Simulation mit dem *SSC*-Modell und die gefüllten Symbole die Versuchsergebnisse von VAID UND CAMPANELLA (1977) wieder. Auch hier zeigt sich eine gute Übereinstimmung der Berechnungsergebnisse mit den Versuchen. Die Zeitdauer bis zum Kriechfließen/-versagen wird für große Deviatorspannungen etwas überschätzt und für kleine Deviatorspannungen etwas unterschätzt. In Abbildung 7.15 ist für alle vier betrachteten Deviatorspannungen sowohl für die Simulation als auch für die Versuche die zunächst mit der Zeit abnehmende axiale Dehnungsgeschwindigkeit zu erkennen. Diese steigt dann im Falle des Kriechfließens/-versagens schlagartig an.

## 7.3.3 Anisotropes Materialverhalten

Wie schon in Kapitel 6 beschrieben, zeigen Arbeiten von z.B. TAVENAS UND LEROU-EIL (1977), GRAHAM U. A. (1983), ATKINSON U. A. (1987) und DÌAZ-RODRÌGUEZ U. A. (1992), dass die elliptische Fließfläche von weichen Böden im Allgemeinen nicht, wie beim *SSC*-Modell angenommen, symmetrisch zur hydrostatischen Achse  $p^{5}$  ist. Statt-

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Hydrostatische Achse *p* oder auch isotrope Achse wird die Achse genannt, auf der für alle Spannungszustände die deviatorischen Spannungen *q* gleich null sind.

Tabelle 7.5: Stoffgesetzparameter des MLC-Modells für die exemplarische Bestimmung der Fließfläche im p'-q-Diagramm und die Simulation von Hauptspannungsrotationen mit unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten.

Bezeichnung	Wert	SI-Einheit
effektive Kohäsion $c'$	1, 0	$[kN/m^2]$
effektiver Reibungswinkel $arphi'$	30,0	[°]
Dilatanzwinkel $\psi$	0, 0	[°]
modifizierter isotroper Kompressionsbeiwert $\lambda^*$	0,1	[—]
modifizierter isotroper Ent–/Wiederbelastungsbeiwert $\kappa^*$	0,02	[—]
modifizierter isotroper Kriechbeiwert $\mu^*$	0,003	[-]
Querdehnungszahl für Ent–/Wiederbelastung $ u_{ur}$	0, 15	[—]
Steigung der Geraden, auf der die Scheitel der Ellipsen liegen $M=tan\varphi'$	0,577	[-]

dessen ist sie eher entlang der sogenannten  $K_0$ -Linie<sup>6</sup> orientiert. Dieses anisotrope Materialverhalten kann durch das *MLC*-Modell abgebildet werden. In Tabelle 7.5 sind die verwendeten Stoffgesetzparameter für die exemplarische Bestimmung der "Fließfläche" bzw. Zustandsfläche (vgl. Abschnitt 5.3 bzw. Unterabschnitt 6.2.2) des *MLC*-Modells in einem p'-q-Diagramm angegeben. Im Folgenden wird der Begriff Zustandsfläche (Zustandspunkt) verwendet, da es sich im klassischen Sinn der Plastizitätstheorie nicht um eine Fließfläche (Fließpunkt) handelt.

Die numerische Simulation zur Bestimmung der Zustandsfläche des *MLC*-Modells in einem p'-q-Diagramm erfolgt in einem Spannungspunkt (GAUSSSCHEN Integrationspunkt) ohne Berücksichtigung von Porenwasserüberdrücken (drainierte Randbedingungen) und wird wie folgt durchgeführt:

- Initialisierung des Ausgangsspannungszustandes
  - Belastung entlang eines  $K_0$ -Spannungspfades mit  $K_0 = 0,5$  ( $\frac{q}{p'} = 0,75$ ) unter drainierten Randbedingungen bis  $p' = 133 \text{ kN/m}^2$  und  $q = 100 \text{ kN/m}^2$ , Standzeit 1 Tag
  - Entlastung auf eine hydrostatische Belastung von  $p' = 10 \text{ kN/m}^2$  unter drainierten Randbedingungen, Standzeit 1 Tag
- Abscherphase
  - Belastung entlang eines Spannungspfades mit K = 2, 5; 2, 0; 1, 5; 1, 0; 0, 7; 0, 5 bzw. 0, 4 (<sup>q</sup>/<sub>p'</sub> = −0, 75; −0, 6; −0, 375; 0, 0; 0, 375; 0, 75 bzw. 1, 0) unter drainierten Randbedingungen mit einer Belastungsgeschwindigkeit von 10 kN/Tag bzw. 100 kN/Tag

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Die *K*<sub>0</sub>-Linie folgt einem Spannungspfad, der sich in Folge einer eindimensionalen Belastung mit behinderter Seitendehnung (z. B. im Oedometer) ergibt.



Abbildung 7.16: Darstellung der "Fließfläche" bzw. Zustandsfläche des MLC-Modells in einem p'-q-Diagramm für zwei unterschiedliche Belastungsgeschwindigkeiten.

In Abbildung 7.16 sind die Zustandspunkte für die unterschiedlichen Belastungspfade in Folge der zwei simulierten Belastungsgeschwindigkeiten in einem p'-q-Diagramm angegeben. Die Zustandspunkte werden hierzu in einem halblogarithmischen  $p'-\varepsilon_v$ -Diagramm bestimmt und entsprechen der darin ermittelbaren initialen isotropen Vorkonsolidationsspannung. Es ist deutlich zu erkennen, dass alle Zustandspunkte auf einer anisotropen Zustandsfläche liegen. Die Form der Zustandsfläche ist für beide Belastungsgeschwindigkeiten identisch. Die Zustandsfläche für die geringere Belastungsgeschwindigkeit von 10 kN/Tag ist aber, wie erwartet, kleiner als die für eine Belastungsgeschwindigkeit von 100 kN/Tag. Aufgrund der geringeren Belastungsgeschwindigkeit ergeben sich größere Kriechdehnungen und somit eine geringere initiale isotrope Vorkonsolidationsspannung. Die unterschiedliche Größe der zwei Zustandsflächen spiegelt somit das viskoplastische Materialverhalten, welches mit dem *MLC*-Modell auch abgebildet werden kann, wider.

Zusätzlich zu einer zuvor betrachteten mehr-achsigen Belastung beinhalten geotechnische Randwertprobleme auch die Rotation der Hauptspannungen. Wenn die Rotation der Hauptspannungen ohne eine Änderung der Werte der Hauptspannungen selbst erfolgt, wird dies als reine Hauptspannungsrotation bezeichnet. In diesem Fall entspricht der Spannungspfad bzw. Spannungszustand im Hauptspannungsraum einem festen Punkt. Diese Tatsache hat zur Folge, dass im Rahmen von Spannungsinvarianten isotrop formulierte Stoffgesetze, wie das *SSC*-Modell, elasto-plastische Verformungen in Folge von reiner Hauptspannungsrotation nicht abbilden können. Modelle hingegen die nicht (nur) im Rahmen von Spannungsinvarianten formuliert sind, wie z. B. das *MLC*-Modell, können reine Hauptspannungsrotation abbilden.

Eine weiter gehende Betrachtung zum Thema der Hauptspannungsrotation findet sich in Anhang E. Dort wird zunächst auf die Rotation der Hauptspannungen im Allgemeinen sowie im Zusammenhang mit dem *MLC*-Modell eingegangen. Daran anschließend werden Versuche von AKAGI UND SAITOH (1994) und AKAGI UND YAMAMOTO (1997) zur reinen Hauptspannungsrotation mit dem *MLC*-Modell simuliert und die Ergebnisse verglichen.

## 7.4 Simulation von Triaxialversuchen

Im Folgenden werden zur Validierung des *SSC*- und des *MLC*-Modells die Ergebnisse von verschiedenen Triaxialversuchen an Otaniemi Clay (vgl. NÄÄTÄNEN U. A. (1999) und TOIVANEN (1999)) mit Simulationsergebnissen der beiden Stoffgesetze verglichen und bewertet. Alle Triaxialversuche wurden an der Helsinki University of Technology an ungestörten Bodenproben durchgeführt, um das anisotrope Materialverhalten des Otaniemi Clay zu untersuchen. Eine ausführliche Erläuterung der Versuchsdurchführung findet sich bei TOIVANEN (1999) bzw. WHEELER U. A. (2003).

Otaniemi Clay ist ein Ton von der finnischen Südküste, aus einer Region ca. 15 km östlich von Helsinki an der Ostsee gelegen. Seine Materialeigenschaften (vgl. Tabelle 7.6) sind typisch für die Tone entlang der Ostseeküste. Im Verhältnis zu anderen skandinavischen Tonen besitzt er einen sehr hohen natürlichen Wassergehalt. Der natürliche Wassergehalt w liegt leicht über dem Wassergehalt der Fließgrenze  $w_L$ . Otaniemi Clay besitzt nur wenig organische Bestandteile und ist annähernd normalkonsolidiert. Er besteht hauptsächlich aus dem Tonmineral Illit und ist leicht schwefelhaltig (TOIVANEN (1999)). Das relativ homogene Schichtpaket des Otaniemi Clay hat eine Mächtigkeit von ca. 8,0 m. Das Grundwasser steht ca. 0,3 m unter der Geländeoberkante an. Die Sedimentation des Tones erfolgte in der letzten Eiszeit und der Zeit danach. Die untersuchten Bodenproben stammen alle aus einer Tiefe von 3,5 bis 4,7 m unter Geländeoberkante.

In Tabelle 7.7 sind die von NÄÄTÄNEN U. A. (1999) und TOIVANEN (1999) ermittelten Mittelwerte der *critical state parameter* enthalten. Unter Verwendung von Gleichung 7.6 lässt sich aus der Steigung der *critical state line* für triaxiale Kompression  $M_c$  der zugehörige effektive Reibungswinkel  $\varphi'$  ermitteln.

$$\varphi' = \arcsin\left(\frac{3M_c}{6+M_c}\right) = 27,7^{\circ} \tag{7.6}$$

Basierend auf der empirischen Formel  $K_{0nc} = 1 - \sin \varphi'$  von JÁKY (1944) (vgl. Abschnitt 4.2) lässt sich aus dem effektiven Reibungswinkel  $\varphi'$  der Erdruhedruckbeiwert Tabelle 7.6: Materialeigenschaften von Otaniemi Clay in einer Tiefe von 3,5 bis 4,7 m nach NÄÄTÄNEN U. A. (1999) und TOIVANEN (1999).

Bezeichnung	Wert	SI-Einheit
Anteil der Korngrößen < $0,002~{\rm mm}~T$	65 bis 83	[%]
Wassergehalt w	85 bis 130	[%]
Wassergehalt der Fließgrenze $w_L$	80 bis 111	[%]
Wassergehalt der Ausrollgrenze $w_P$	26 bis 29	[%]
Plastizitätszahl $I_P$	54 bis 82	[-]
Organische Bestandteile / Glühverlust $V_{Gl}$	0,0 bis $0,7$	[%]
Porenzahl $e_0$	2,4 bis $3,8$	[-]
Kornwichte $\gamma_s$	27,6 bis $28,0$	$[kN/m^3]$
Gesättigte Wichte $\gamma_r$	$\approx 15$	$[kN/m^3]$
Undrainierte Scherfestigkeit (Flügelsonde) $c_u$	6 bis 9	$[kN/m^2]$
Sensitivität $S_t$	7 bis 14	[-]

Tabelle 7.7: *Critical state parameter* nach NÄÄTÄNEN U. A. (1999) und TOIVANEN (1999) für Otaniemi Clay.

Bezeichnung	Wert	SI-Einheit
Steigung der critical state line $M_c$ für triaxiale Kompression	1, 1	$[kN/m^2]$
isotroper Kompressionsbeiwert $\lambda$	0, 44	[-]
isotroper Ent–/Wiederbelastungsbeiwert $\kappa$	0,04	[—]

im normalkonsolidierten Zustand  $K_{0nc}$  zu  $K_{0nc} = 0,535$  bestimmen. Daraus ergibt sich das Spannungsverhältnis  $\eta = \frac{q}{n'}$  für den normalkonsolidierten Zustand zu:

$$\eta_{K_{0nc}} = \frac{q}{p'} = \frac{3\left(1 - K_{0nc}\right)}{1 + 2K_{0nc}} = 0,67 \tag{7.7}$$

Der initiale Spannungszustand des Otaniemi Clay (normalkonsolidierter Zustand) beträgt nach MESSERKLINGER (2001)  $p' = 18,8 \text{ kN/m}^2$  und  $q = 12,7 \text{ kN/m}^2$  bzw.  $\sigma'_1 = 27,3 \text{ kN/m}^2$  und  $\sigma'_2 = \sigma'_3 = 14,6 \text{ kN/m}^2$  und weist somit das in Gleichung 7.7 angegebene Spannungsverhältnis auf. Eine Darstellung der initialen Fließfläche des Otaniemi Clay in einem p'-q-Diagramm mit den in den Triaxialversuchen ermittelten Fließpunkten findet sich bei WHEELER (1997) bzw. WHEELER U. A. (2003).

Die betrachteten und simulierten Triaxialversuche an Otaniemi Clay wurden in den Jahren 1998 bis 2000 an der Helsinki University of Technology durchgeführt, um die

Tabelle 7.8: Betrachtete und simulierte drainierte Triaxialversuche an Otaniemi Clay nach NÄÄTÄNEN U. A. (1999) und TOIVANEN (1999).

Bezeichnung	Tiefe [m]	Wassergehalt $w$ [%]	Porenzahl $e_0$ [-]	$\eta_1$ [-]	$\eta_2$ [-]
CAD 2261	$4,03\mathrm{bis}\;4,14$	94, 8	2,62	0,9	0,1
CAD 2251	$4,20 \ \mathrm{bis}\ 4,31$	92, 0	2,51	0, 6	0,1
CID 2403	3,62 bis $3,73$	120, 2	3, 30	0, 0	0,4
CAE 2496	4,20 bis $4,31$	93, 8	2,57	-0, 3	0,1
CAE 2544	4,37 bis $4,48$	113, 1	2,90	-0, 5	0,5



Abbildung 7.17: Graphische Darstellung der Spannungspfade der drainierten Triaxialversuche an Otaniemi Clay nach NÄÄTÄNEN U. A. (1999) und TOIVA-NEN (1999) in *p*'-*q*-Diagrammen.

initiale Anisotropie und die Änderung der Anisotropie des Tones durch Verfestigung zu untersuchen. Eine ausführliche Beschreibung des Versuchsprogramms inklusive Oedometerversuchen findet sich bei NÄÄTÄNEN U.A. (1999) und TOIVANEN (1999). Es werden hier drainierte Triaxialversuche mit zwei Be- und zwei Entlastungsphasen betrachtet und simuliert. Bei jedem Versuch unterscheiden sich die Belastungsphasen si-

Tabelle 7.9: Verwendete Werte für die Steigung der Geraden *M*, auf der die Scheitel der Ellipsen liegen, für das *SSC*-Modell und das *MLC*-Modell zur Simulation der Triaxialversuche an Otaniemi Clay (NÄÄTÄNEN U. A. (1999) und TOIVANEN (1999)).

Bezeichnung	Wert	SI-Einheit
SSC-Modell		
Steigung der Geraden, auf der die Scheitel der Ellipsen liegen $M = \frac{6 \sin \varphi'}{3 - \sin \varphi'}$	1, 1	[-]
Steigung der Geraden, auf der die Scheitel der Ellipsen liegen $M$	1,53	[-]
MLC-Modell		
Steigung der Geraden, auf der die Scheitel der Ellipsen liegen $M=\tan\varphi'$	0,525	[-]
Steigung der Geraden, auf der die Scheitel der Ellipsen liegen $M$	0,578	[-]

gnifikant im Wert des Spannungsverhältnisses  $\eta = \frac{q}{p'}$ . Eine Zusammenstellung der in dieser Arbeit betrachteten und simulierten Triaxialversuche ist in Tabelle 7.8 angegeben. Die graphische Darstellung der zugehörigen Spannungspfade in p'-q-Diagrammen zeigt Abbildung 7.17. Die Bezeichnung CAD zeigt an, dass es sich um triaxiale Kompressionsversuche handelt. CID steht für hydrostatische Belastung und CAE für triaxiale Extensionsversuche. Alle Versuche werden zunächst entlang eines Spannungspfads mit dem Spannungsverhältnis  $\eta_1$  bis zu einer Belastung, die dem 2- bis 3fachen der initialen Fließspannung <sup>7</sup> entspricht, beaufschlagt. Nachfolgend werden sie entlang desselben Spannungsverhältnis  $\eta_2$ , belastet werden. Im Fall der zweiten Belastungsphase beträgt die endgültige Belastung das 2- bis 3fache der neu ermittelten Fließspannung.

Es werden je Versuch zwei Simulationen mit dem *SSC*-Modell und zwei Simulationen mit dem *MLC*-Modell durchgeführt. Der Unterschied in den Simulationen bei beiden Stoffgesetzen liegt in der Wahl der Steigung *M* (vgl. Tabelle 7.9) der Geraden, auf der die Scheitel der Ellipsen liegen. Im Falle des *SSC*-Modells werden die Versuche zum einen mit einer flachen Kappe ( $M = \frac{6 \sin \varphi'}{3 - \sin \varphi'} = 1, 1$ ) und zum anderen mit einer steilen Kappe (M = 1, 53) simuliert. Damit ergeben sich nach Gleichung 7.1 folgende zugehörige  $K_{0nc}$ -Werte:  $K_{0nc}(M = 1, 1) = 0, 692$  und  $K_{0nc}(M = 1, 53) = 0, 535 = 1 - \sin \varphi'$ . Die Simulationen mit dem *MLC*-Modell erfolgen mit einer flachen Kappe ( $M = \tan \varphi' = 0, 525$ ) und einer leicht steileren Kappe mit M = 0, 578. Dieser *M*-Wert ergibt bei der Simulation eines Oedometerversuchs exakt einen Erdruhedruckbeiwert im normalkonsolidierten Zustand von  $K_{0nc} = 0, 535$ . Die flache Kappe hat erwartungsgemäß einen etwas größeren Wert, hier beträgt  $K_{0nc} = 0, 575$ . Alle weiteren notwendigen Stoffgesetzparameter sind für beide Modelle identisch und in Tabelle 7.10 angegeben.

Die numerische Simulation folgt folgendem Schema und wird, wie die Versuche, mit

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Unter Fließspannung wird in diesem Zusammenhang der Spannungszustand verstanden, ab dem es zu plastischen Verformungen in Folge von Verfestigung kommt.

Tabelle 7.10: Stoffgesetzparameter des SSC-Modells und des MLC-Modells für die Simulation der Triaxialversuche an Otaniemi Clay (NÄÄTÄNEN U. A. (1999) und TOIVANEN (1999)).

Bezeichnung	Wert	SI-Einheit
effektive Kohäsion c'	0,001	$[kN/m^2]$
effektiver Reibungswinkel $arphi'$	27, 7	[°]
Dilatanzwinkel $\psi$	0, 0	[°]
modifizierter isotroper Kompressionsbeiwert $\lambda^*$	0, 15	[-]
modifizierter isotroper Ent–/Wiederbelastungsbeiwert $\kappa^*$	0,015	[-]
modifizierter isotroper Kriechbeiwert $\mu^*$	0,0035	[-]
Querdehnungszahl für Ent–/Wiederbelastung $ u_{ur}$	0,2	[-]

drainierten Randbedingungen durchgeführt.

- Initialisierung des Ausgangsspannungszustandes
  - Belastung entlang eines  $K_0$ -Spannungspfades mit  $K_0 = 0,535$  ( $\eta_{K_{0nc}} = 0,67$ ) unter drainierten Randbedingungen bis  $p' = 18,8 \text{ kN/m}^2 / q = 12,7 \text{ kN/m}^2$ , Standzeit 1 Tag
  - Zurücksetzen des Spannungszustandes auf den Startwert des jeweiligen Triaxialversuchs
- Erste Belastungsphase mit  $\eta_1$ 
  - Schrittweise Belastung entlang eines Spannungspfades mit  $\eta_1 = 0, 9$  (CAD 2261), 0, 6 (CAD 2251), 0, 0 (CID 2403), -0, 3 (CAE 2496) bzw. -0, 5 (CAE 2544); kontinuierliche Steigerung der Last über 7 Tage
  - Schrittweise Entlastung entlang desselben Spannungspfades; kontinuierliche Verringerung der Last über 7 Tage
- Zweite Belastungsphase mit  $\eta_2$ 
  - Schrittweise Belastung entlang eines Spannungspfades mit  $\eta_2 = 0, 1$  (CAD 2261), 0, 1 (CAD 2251), 0, 4 (CID 2403), 0, 1 (CAE 2496) bzw. 0, 5 (CAE 2544); kontinuierliche Steigerung der Last über 30 Tage
  - Schrittweise Entlastung entlang desselben Spannungspfades; kontinuierliche Verringerung der Last über 30 Tage

Die Ergebnisse der Simulationen und die Versuchsergebnisse sind in den Abbildungen 7.18 bis 7.22 für die unterschiedlichen Triaxialversuche dargestellt. Darin ist jeweils links oben die volumetrische Dehnung  $\varepsilon_v$  gegenüber der deviatorischen Dehnung  $\varepsilon_q$  aufgetragen. Rechts daneben ist die volumetrische Dehnung  $\varepsilon_v$  gegenüber der effektiven hydrostatischen Spannung p', welche logarithmisch aufgetragen ist, dargestellt. Unterhalb der Darstellung des Deviator-Volumendehnungs-Diagramms ist die deviatorische Spannung q über der deviatorischen Dehnung  $\varepsilon_q$  abgebildet.



Abbildung 7.18: Simulations- und Versuchsergebnisse des Triaxialversuchs CAD 2261 mit  $\eta_1 = 0, 9$  und  $\eta_2 = 0, 1$ .

Die erste Belastungsphase des Versuchs CAD 2261 (vgl. Abbildung 7.18) folgt einem Spannungsverhältnis von  $\eta_1 = 0, 9$ , welches leicht unterhalb der *critical state line* mit  $M_c = 1, 1$  liegt. Die zweite Belastungsphase hingegen liegt in der Nähe einer hydrostatischen Kompressionsbelastung mit  $\eta_2 = 0, 1$ . Alle vier Simulationen zeigen in einem halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm ein ähnliches Verhalten und unterschätzen die volumetrischen Dehnungen  $\varepsilon_v$ . Betrachtet man die zwei Belastungsphasen getrennt voneinander, wird deutlich, dass die Unterschätzung hauptsächlich von der ersten Belastungsphase herrührt. Hier spielen wohl auch Struktur zerstörende Effekte eine Rolle, die in den Modellen nicht berücksichtigt sind. Die Vorkonsolidationsspannung der ersten Belastungsphase wird von allen Modellen nicht richtig simuliert, hingegen wird die Vorkonsolidationsspannung der zweiten Belastungsphase se bei allen Simulationen korrekt vorhergesagt. Das *SSC*-Modell mit der flachen Kappe (M = 1, 1) überschätzt die deviatorischen Dehnungen  $\varepsilon_q$  deutlich. Die deviatori



Abbildung 7.19: Simulations- und Versuchsergebnisse des Triaxialversuchs CAD 2251 mit  $\eta_1 = 0, 6$  und  $\eta_2 = 0, 1$ .

schen Dehnungen  $\varepsilon_q$  werden vom *MLC*-Modell mit M = 0,525 leicht überschätzt. Das *SSC*-Modell mit M = 1,5 und das *MLC*-Modell mit M = 0,578 simulieren die deviatorschen Dehnungen korrekt. Vergleicht man die Simulationen in einem Deviator-Volumendehnungs-Diagramm, das der graphischen Darstellung der verwendeten Fließregel entspricht, zeigt sich der Unterschied zwischen den einzelnen Fließregeln deutlich. Die beiden Modelle mit einer Kappe, die den Erdruhedruckbeiwert im normalkonsolidierten Zustand  $K_{0nc}$  korrekt vorhersagen (*SSC*-Modell mit M = 1, 5 bzw. *MLC*-Modell mit M = 0,578) treffen die Versuchsdaten am besten. Etwas schlechter ist bei der Simulation das *MLC*-Modell mit M = 0,525. Die im Falle des *SSC*-Modells mit M = 1,1 verwendete Fließregel weicht deutlich von den Versuchsdaten ab.

Das Spannungsverhältnis  $\eta_1 = 0, 6$  der ersten Belastungsphase entspricht beim Versuch CAD 2251 (vgl. Abbildung 7.19) in etwa dem einer Belastung entlang des  $K_{0nc}$ -Pfads. Die zweite Belastungsphase liegt erneut in der Nähe einer hydrostatischen Kom-

pressionsbelastung mit  $\eta_2 = 0, 1$ . Alle vier Simulationen zeigen im halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm ein ähnliches Verhalten und unterschätzen die volumetrischen Dehnungen  $\varepsilon_v$  leicht. Die Unterschätzung der Volumendehnung rührt erneut von der ersten Belastungsphase her. Das SSC-Modell mit M = 1,5 und das MLC-Modell mit M = 0,578 unterschätzen die deviatorischen Dehnungen  $\varepsilon_q$  etwas. Die deviatorischen Dehnungen  $\varepsilon_q$  werden vom *MLC*-Modell mit M = 0,525 am besten vorhergesagt. Das SSC-Modell mit M = 1,1 überschätzt die deviatorischen Dehnungen  $\varepsilon_a$  deutlich. Deutlich ist im Deviator-Volumendehnungs-Diagramm, im Falle der Simulationen mit dem MLC-Modell, die Aktivierung<sup>8</sup> neuer Ebenen bei der zweiten Belastungsphase zu erkennen. Der dargestellte Dehnungspfad geht von einer Geraden über einen Kurvenbereich wieder in eine Gerade über. Die Aktivierung von Ebenen erfolgt durch eine Erhöhung des Spannungszustands auf diesen aufgrund des vorgegebenen globalen Spannungspfads. Beide *MLC*-Modelle und das *SSC*-Modell mit M = 1, 5 ergeben ein ähnliches Verhalten im Deviator-Volumendehnungs-Diagramm, welches dem Versuchsergebnis sehr nahe kommt. Die im Falle des SSC-Modells mit M = 1, 1 ermittelten Dehnungen weichen deutlich von den Versuchsdaten ab.

Beim Versuch CID 2403 (vgl. Abbildung 7.20) entspricht der Spannungspfad während der ersten Belastungsphase einer hydrostatischen Kompression ( $\eta_1 = 0, 0$ ). Die zweite Belastungsphase besitzt ein Spannungsverhältnis von  $\eta_2 = 0, 4$ . Alle vier Simulationen zeigen in einem halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm ein ähnliches Verhalten und unterschätzen die volumetrischen Dehnungen  $\varepsilon_v$  vor allem während der ersten Belastungsphase deutlich. Dies liegt vermutlich an der Tatsache, dass die untersuchte Bodenprobe des Versuchs CID 2403 die größte Ausgangsporenzahl  $e_0$  und den höchsten Anfangswassergehalt w von allen betrachteten Bodenproben besitzt (vgl. Tabelle 7.8) und somit am weichsten ist. Die eindeutige Uberschätzung der Vorkonsolidationsspannung in der ersten Belastungsphase verdeutlicht dies, da für alle Simulationen der identische Ausgangsspannungszustand angenommen wird. Dieser ist beim Versuch CID 2403 wohl etwas zu hoch. Die deviatorischen Dehnungen  $\varepsilon_q$  werden von allen Modellen unterschätzt, nur das SSC-Modell mit M = 1, 1 überschätzt in der zweiten Belastungsphase die deviatorischen Dehnungen  $\varepsilon_a$ . Im Deviator-Volumendehnungs-Diagramm wird deutlich, dass nur die Simulationen mit dem MLC-Modell den Dehnungspfad in Folge der hydrostatischen Erstbelastung zumindest qualitativ richtig abbilden kann. Die hydrostatische Belastung ergibt im Falle des isotrop formulierten SSC-Modells zwangsläufig keine deviatorischen Dehnungen  $\varepsilon_a$ . Die Richtung der Dehnungen in Folge der zweiten Belastungsphase wird von allen Modellen, bis auf das SSC-Modell mit M = 1, 1, gut vorhergesagt.

Die erste Belastungsphase des Versuchs CAE 2496 (vgl. Abbildung 7.21) folgt einem Spannungsverhältnis von  $\eta_1 = -0,3$  und entspricht somit triaxialer Extension. Die zweite Belastungsphase liegt in der Nähe einer hydrostatischen Kompressionsbelastung mit  $\eta_2 = 0, 1$ . Alle vier Simulationen zeigen in einem halblogarithmischen Spannungs-

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Unter Aktivierung von Ebenen wird hier eine deutliche Erhöhung der viskoplastischen Dehnungsgeschwindigkeit auf den Ebenen in Folge einer Erhöhung des Spannungszustands auf den Ebenen verstanden.



Abbildung 7.20: Simulations- und Versuchsergebnisse des Triaxialversuchs CID 2403 mit  $\eta_1 = 0, 0$  und  $\eta_2 = 0, 4$ .

Dehnungs-Diagramm eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsdaten. Vor allem für die zweite Belastungsphase ist die Übereinstimmung sehr gut, wohingegen die Volumendehnungen während der ersten Belastungphase unterschätzt werden. Die Abweichung ist beim *SSC*-Modell mit M = 1, 1 am größten. Die Vorkonsolidationsspannung wird bei den Simulationen mit dem *SSC*-Modell im Falle der ersten Belastungsphase etwas überschätzt. Die deviatorischen Dehnungen  $\varepsilon_q$  werden bei allen Simulationen unterschätzt, am stärksten vom *SSC*-Modell mit M = 1, 5. Die Unterschätzung ist vor allem bei der ersten Belastungsphase relevant. Das Verhältnis der Volumendehnung  $\varepsilon_v$  zur Deviatordehnung  $\varepsilon_q$  ist in allen vier Simulationen ähnlich und entspricht in etwa dem im Versuch bestimmten, auch wenn die Deviatordehnung, wie zuvor erwähnt, in der ersten Belastungsphase unterschätzt wird.

Das Spannungsverhältnis  $\eta_1 = -0, 5$  der ersten Belastungsphase entspricht beim Versuch CAE 2544 (vgl. Abbildung 7.22) einer triaxialen Extension. Der zugehörige  $K_0$ -



Abbildung 7.21: Simulations- und Versuchsergebnisse des Triaxialversuchs CAE 2496 mit  $\eta_1 = -0, 3$  und  $\eta_2 = 0, 1$ .

Wert beträgt 1,75. Die zweite Belastungsphase ist einer triaxialen Kompression mit  $\eta_2 = 0, 5$  zugeordnet. In der ersten Belastungsphase wird die Vorkonsolidationsspannung im halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm von beiden Modellen überschätzt, wobei die Überschätzung durch das *SSC*-Modell größer ist. Wie beim Versuch CID 2403 handelt es sich beim Versuch CAE 2544 um einen Versuch mit einem vergleichsweise hohen Anfangswassergehalt w und einer großen Ausgangsporenzahl  $e_0$ . Die Probe ist somit mit der aus Versuch CID 2403 vergleichbar, sodass die Überschätzung der Vorkonsolidationsspannung in der ersten Belastungsphase aufgrund des für alle Versuch identisch angenommenen Ausgangsspannungszustands zu erwarten ist. Demzufolge werden auch die Volumendehnungen in der ersten Belastungsphase unterschätzt. Die Volumendehnungen und die Vorkonsolidationsspannung in der zweiten Belastungsphase nuterschätzt. Die Volumendehnungen und die Vorkonsolidationsspannung in der Versuchsdaten vergleichbar, wenn man diese Phase für sich betrachtet. Die deviatorischen Dehnungen  $\varepsilon_q$  werden vom *SSC*-



Abbildung 7.22: Simulations- und Versuchsergebnisse des Triaxialversuchs CAE 2544 mit  $\eta_1 = -0, 5$  und  $\eta_2 = 0, 5$ .

Modell mit M = 1, 1 sowohl im Falle der ersten Belastungsphase, als auch im Falle der zweiten Belastungsphase überschätzt. Die anderen Simulationen unterschätzen die deviatorischen Dehnungen  $\varepsilon_q$  in der ersten Belastungsphase und überschätzen sie in der zweiten Belastungsphase. Vergleicht man die Kurven im Deviator-Volumendehnungs-Diagramm, ist eine prinzipiell gute Übereinstimmung für das *MLC*-Modell mit M =0,578 und M = 0,525 sowie *SSC*-Modell mit M = 1,1 mit den Versuchsdaten erkennbar, obwohl die Größe der Verformungen, wie zuvor erwähnt, nicht übereinstimmt. Die im Falle des *SSC*-Modells mit M = 1,1 ermittelten Dehnungen weichen erneut von den Versuchsdaten ab.

Folgendes lässt sich abschließend festhalten: Die Simulationen mit dem *MLC*-Modell bilden die Versuche deutlich besser ab als die Simulationen mit dem *SSC*-Modell. Vor allem die deviatorischen Dehnungen werden vom isotrop formulierten *SSC*-Modell nicht richtig abgebildet. Die Verwendung einer flachen Kappe mit M = 1, 1 verschärft hier-

bei das Problem. Die volumetrischen Dehnungen werden von allen Modellen in etwa gleich gut vorhergesagt, wobei die Volumendehnungen während der ersten Belastungsphase immer unterschätzt werden. Dies steht im direkten Zusammenhang mit der Uberschätzung der Vorkonsolidationsspannung in der ersten Belastungsphase. Der angenommene initiale Spannungszustand der untersuchten Proben ist in Wirklichkeit wohl etwas geringer wie angenommen und darüberhinaus nicht für alle Proben gleich. Außerdem berücksichtigen die Modelle keine die Struktur zerstörenden Effekte, die eventuell bei der ersten Belastungsphase auch eine Rolle spielen. Bei den Versuchen CID 2403 und CAE 2544 wird die Vorkonsolidationsspannung der ersten Belastungsphase am deutlichsten unterschätzt. Dies lässt sich mit der Tatsache begründen, dass beide Proben im Vergleich zu den anderen einen deutlich erhöhten Anfangswassergehalt w und eine höhere Ausgangsporenzahl  $e_0$  und somit eine geringere Vorkonsolidationsspannung besitzen. Die Vorkonsolidationsspannung in der zweiten Belastungsphase wird von allen Modellen korrekt vorhergesagt, hier ist auch die Belastungsgeschichte aufgrund der ersten Belastungsphase eindeutig bekannt, und es überrascht daher nicht, dass diese Vorkonsolidationsspannung korrekt vorhergesagt wird. Die Volumendehnungen in der zweiten Belastungsphase werden bis auf die Probe von Versuch CID 2403, welche einen sehr hohen Wassergehalt (große Porenzahl) besitzt, korrekt vorhergesagt.

Betrachtet man die zweite Belastungsphase für sich, so zeigt sich für das *MLC*-Modell eine sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchsdaten. Sowohl mit M = 0,525 als auch mit M = 0,578 ergeben sich vergleichbar gute Simulationsergebnisse. Unter praktischen Gesichtspunkten ist die Ermittlung eines *M*-Wertes für das *MLC*-Modell, mit dem exakt ein  $K_{0nc}$ -Wert von  $K_{0nc} = 1 - \sin \varphi'$  getroffen wird, demnach nicht notwendig, da mit einem *M*-Wert von  $M = \tan \varphi'$  nur ein leicht erhöhter (ca. 10%)  $K_{0nc}$ -Wert erhalten wird.

Einigermaßen realistische Simulationsergebnisse erhält man im Fall der zweiten Belastungsphase auch mit dem *SSC*-Modell mit M = 1, 5. Der Nachteil, dass mit diesem Modell im Falle hydrostatischer Belastung (Versuch CID 2403) keine Deviatordehnungen vorhergesagt werden können, kann aber mit der steilen Kappe aufgrund der isotropen Formulierung nicht abgewendet werden.

Ein Vergleich von Simulationsergebnissen des *MLC*-Modells und des *SSC*-Modells, jeweils mit steiler Kappe, mit den Simulationsergebnissen von zwei weiteren Stoffgesetzen (*S-CLAY1* Modell, vgl. Unterabschnitt 6.1.1, und *MMC*-Modell, vgl. Unterabschnitt 6.1.3), die Anisotropie berücksichtigen, und den Triaxialversuchen von NÄÄTÄNEN U. A. (1999) und TOIVANEN (1999) ist in NEHER U. A. (2003) angegeben. Darüberhinaus sind weitergehende Vergleiche dieser vier Stoffgesetze mit Versuchsdaten bei STERR (2002) zu finden.

# Kapitel 8

# Anwendung der neuen Stoffgesetze auf Randwertprobleme

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels werden das *Soft-Soil-Creep* Modell (*SSC*-Modell) (vgl. Kapitel 5) und das in Kapitel 6 vorgestellte *Multilaminate-Creep* Modell (*MLC*-Modell) anhand des geotechnischen Randwertproblems einer Aufschüttung validiert. Bei der Aufschüttung handelt es sich um einen Versuchsdamm in Skå Edeby, Schweden, welcher im Jahr 1961 auf weichem Untergrund angelegt und messtechnisch ausgestattet wurde (siehe LARSSON (1986)). Darüberhinaus werden die Simulationsergebnisse und die Messergebnisse mit den Simulationsergebnissen eines Stoffgesetztes, dem *Soft-Soil* Modell (*SS*-Modell), das keine viskoplastischen Verformungen berücksichtigt, verglichen. Es wird gezeigt, wie wichtig im Falle von weichen Böden die Berücksichtigung von viskoplastischem Materialverhalten ist.

In einem weiteren Abschnitt wird mit Hilfe des *Soft-Soil-Creep* Modells eine Prognose für künftige Kriechsetzungen und ihren Einfluss auf die Neigung des Schiefen Turms von Pisa abgegeben. Hierzu wird zunächst die Baugeschichte numerisch simuliert und das Modell anhand der vorhandenen Setzungsabschätzungen und Neigungsmessungen kalibriert. Anschließend wird die weitere zeitliche Entwicklung der Setzungen und Neigungen prognostiziert. In einer ersten Simulation werden Bodenkennwerte nach CA-LABRESI U. A. (1996) verwendet. Es zeigt sich jedoch, dass die damit errechneten Setzungen zu groß sind, obwohl die berechnete Turmneigung einigermaßen zutrifft. In einer zweiten Simulation werden deshalb geringfügig veränderte Bodenkennwerte verwendet. Das Ergebnis zeigt eine bessere Übereinstimmung der Setzungen und der Neigung. Dies zeigt die Notwendigkeit einer Kalibrierung an Messdaten bei komplexen geotechnischen Randwertproblemen, um die Zuverlässigkeit der numerischen Modelle zu gewährleisten.

## 8.1 Versuchsdamm in Skå Edeby, Schweden

In diesem Abschnitt wird der Versuchsdamm von Skå Edeby mit dem *SS*-Modell, dem *SSC*-Modell und dem *MLC*-Modell simuliert, um die wesentlichen Unterschiede der Modelle bei der Anwendung auf das Randwertproblem eines Damms herauszuarbeiten. Eine Übersicht über das Versuchsgelände Skå Edeby inklusive der Beschreibung des vorhandenen Baugrunds sowie der Herstellung des Versuchsdamms findet sich in LARSSON (1986). Die wesentlichen Grundlagen für die Modellbildung werden im Fol-



Abbildung 8.1: Idealisiertes Bodenprofil und Dammaufbau für den Versuchsdamm in Skå Edeby.

genden erläutert. Daran anschließend werden die unterschiedlichen Simulationsergebnisse mit den Messergebnissen verglichen und diskutiert.

## 8.1.1 Geometrie sowie geologische und geotechnische Untergrundverhältnisse

Der Versuchsdamm wurde 1961 auf dem Versuchsgelände von Skå Edeby 25 km westlich von Stockholm erbaut. Die Dammhöhe beträgt 1,5 m bei einer Länge von 40 m. Die Breite der Dammkrone ist 4 m und die Dammaufstandsfläche hat eine Breite von 8,5 m. Die Neigung der Dammschultern beträgt folglich 1 : 1,5. In Abbildung 8.1 ist ein Querschnitt durch den Damm inklusive Untergrundaufbau dargestellt, aus dem auch die Herstellungsreihenfolge des Damms hervorgeht. Die Herstellung des Damms erfolgte innerhalb von 22 Tagen in drei Abschnitten. Der Damm selbst besteht aus Kies mit einer Wichte von  $\gamma = 18,0$  kN/m<sup>3</sup>. Die maximale Belastung des Untergrunds in der Dammmitte beträgt demnach 27 kN/m<sup>2</sup>.

Der Boden unterhalb des Damms besteht aus einer 15 m mächtigen weichen Tonschicht, die von Geschiebemergel bzw. Fels unterlagert wird. Sowohl der Geschiebemergel als auch der Fels kann als drainierend betrachtet werden. Die oberen 2,0 m



Abbildung 8.2: Vertikale effektive in-situ Spannung und Vorkonsolidationsspannung gegenüber der Tiefe.

der Tonschicht bilden eine sogenannte "dry crust" (trockene Kruste). In diesem Bereich ist die Tonschicht überkonsolidiert, im oberen Meter sogar sehr stark überkonsolidiert. Ab einer Tiefe von 3,0 m unter der Geländeoberkante ist der Ton normal-konsolidiert. Eine Gegenüberstellung zwischen der vertikalen effektiven in situ Spannung und der initialen Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  über die Tiefe ist in Abbildung 8.2 dargestellt. In die Tonschicht sind immer wieder Linsen und Bänder von Eisensulfid (ca. 0,5% Trockenmasse) eingelagert. Im oberen Bereich (bis ca. 3,0 m Tiefe) finden sich zudem organische Bestandteile. Die Wichte nimmt innerhalb der Tonschicht von  $\gamma = 13,0 \text{ kN/m}^3 \text{ auf } 17,0 \text{ kN/m}^3 \text{ zu}$ . Der leicht schwankende Grundwasserspiegel steht im Mittel 0,5 m unter der Geländeoberkante an. Für die Simulation wird die weiche Tonschicht, wie in Abbildung 8.1 angegeben, in acht Schichten eingeteilt.

## 8.1.2 Numerisches Modell und Stoffgesetzparameter

Die numerische Simulation wird mit dem in Abbildung 8.3 dargestellten zweidimensionalen Finite Elemente Modell als gekoppelte Berechnung, d. h. unter Berücksichtigung von Porenwasserdrücken, durchgeführt. Das Finite Elemente Netz wird durch die relativ steife Geschiebemergel- bzw. Felsschicht in einer Tiefe von 15,0 m begrenzt. Diese Schicht wird als unterer horizontaler Modellrand mit  $u_x = u_y = 0$  betrachtet. Die vertikalen Modellränder sind in einem Abstand von 25 m zur Mittelachse des Damms angeordnet, hier gilt  $u_x = 0$ . Das in Abbildung 8.3 dargestellte Finite Elemente Netz besteht aus 987 sechsknotigen Dreieckselementen mit drei Integrationspunkten sowie 2062

#### Tabelle 8.1: Stoffgesetzparameter (HARDENING-SOIL Modell) für die Dammaufschüttung.





Abbildung 8.3: Darstellung des zweidimensionalen Finite Elemente Modells zur Simulation des Versuchsdamms von Skå Edeby.

Knoten mit je drei Freiheitsgraden ( $u_x$ ,  $u_y$  und u<sup>1</sup>).

Die Dammaufschüttung wird entsprechend den Angaben von LARSSON (1986) innerhalb von 22 Tagen in drei Schritten (vgl. Abbildung 8.1) aufgebracht. Sie wird mit dem *Hardening-Soil* Modell (siehe z. B. SCHANZ (1998), VOGT-BREYER (1999) oder BRINK-GREVE (2002)), einem elasto-plastischen Stoffgesetz mit Scher- und Volumenverfestigung, simuliert. Die für die Dammschüttung aus Kies verwendeten Stoffgesetzparameter sind in Tabelle 8.1 angegeben. Auf eine Erläuterung der einzelnen Stoffgesetzparameter wird hier verzichtet, stattdessen wird auf die oben angegebenen Literaturstellen verwiesen.

Die weiche Tonschicht wird in acht Schichten mit zum Teil leicht unterschiedlichen Materialeigenschaften und mit unterschiedlichen initialen Vorkonsolidationsspannungen eingeteilt. Eine Zusammenstellung der für die Simulation verwendeten Stoffgesetzparameter inklusive der gewählten Überkonsolidationsverhältnisse *OCR* ist in Tabelle 8.2 angegeben. Das Überkonsolidationsverhältnis ergibt sich aus dem Quotienten der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  und der aktuellen effektiven vertikalen Spannung  $\sigma'_{v0}$  zu:

$$OCR = \frac{\sigma_{p0}}{\sigma'_{v0}} \tag{8.1}$$

Die Verhältnisse  $\lambda^*/\kappa^*$  und  $\lambda^*/\mu^*$  werden für alle weichen Bodenschichten gleich zu  $\lambda^*/\kappa^* = 6$  sowie  $\lambda^*/\mu^* = 18$  gewählt. Alle Stoffgesetzparameter sind nach LARSSON (1986) festgelegt.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Mit u ist hier der Porenwasserdruck gemeint.

Schicht	$\gamma$	k	$\lambda^*$	$\kappa^*$	$\mu^*$	$\nu_{ur}$	$\varphi'$	c'	$\psi'$	M	OCR
	$[kN/m^3]$	[m/Tag]	[-]	[-]	[-]	[-]	[°]	$[kN/m^2]$	[°]	[-]	[-]
А	14, 2	$8,64\cdot 10^{-5}$	0,106	0,0177	0,0059	0, 15	30, 0	1, 0	0, 0	1, 2	14, 1
В	14, 4	$8,64\cdot 10^{-5}$	0,091	0,0152	0,0051	0, 15	30,0	1,0	0,0	1,2	2,0
С	14, 4	$7,0\cdot 10^{-5}$	0,083	0,0139	0,0046	0, 15	30, 0	1, 0	0,0	1,2	1,2
D	16, 1	$6,22\cdot 10^{-5}$	0,076	0,0127	0,0042	0, 15	30, 0	1, 0	0,0	1,2	1, 0
Е	16, 1	$5,44\cdot 10^{-5}$	0,076	0,0127	0,0042	0, 15	30, 0	1,0	0, 0	1,2	1, 0
F	16, 1	$5,01\cdot 10^{-5}$	0,076	0,0127	0,0042	0, 15	30, 0	1, 0	0, 0	1, 2	1, 0
G	16, 1	$4,75\cdot 10^{-5}$	0,076	0,0127	0,0042	0, 15	30, 0	1, 0	0, 0	1, 2	1, 0
Н	16, 1	$4,75\cdot 10^{-5}$	0,069	0,0115	0,0038	0, 15	30, 0	1, 0	0, 0	1,2	1, 0

Tabelle 8.2: Stoffgesetzparameter (SSC-Modell bzw. MLC-Modell) und Überkonsolidationsverhältnis OCR für die in acht Unterschichten eingeteilte weiche Tonschicht.

Die Stoffgesetzparameter für das SS-Modell entsprechen denen für das SSC-Modell bzw. *MLC*-Modell mit der Ausnahme, dass der modifizierte isotrope Kriechbeiwert  $\mu^*$  in diesem Modell nicht benötigt wird.

Der Grundwasserspiegel wird 1,0 m unter der Geländeoberkante angenommen, da die in Laborversuchen ermittelte initiale Vorkonsolidationsspannung für diesen Wasserstand einen normalkonsolidierten Zustand im Ton ab 3,0 m Tiefe ergibt (vgl. LARSSON (1986)).

Die numerische Simulation für den Versuchsdamm von Skå Edeby wird wie folgt durchgeführt:

- Initialisierung des Ausgangsspannungszustands unter Berücksichtigung des Überkonsolidationsverhältnisses OCR
- Herstellung des Damms in drei Abschnitten innerhalb von 22 Tagen
- Konsolidations- bzw. Kriechphase, Dauer 20 Jahre

## 8.1.3 Ergebnisse

In Abbildung 8.4 ist ein Vergleich zwischen den drei Simulationsergebnissen (*SS*-Modell, *SSC*-Modell und *MLC*-Modell) und den gemessenen Setzungen nach LARSSON (1986) in der Dammitte abgebildet. Deutlich ist zu erkennen, dass das *SS*-Modell die Setzungen stark unterschätzt, da dieses Stoffgesetz keine Kriechverformungen berücksichtigt. Im vorliegenden Randwertproblem ist die Abbildung von Kriechverformungen aber von entscheidender Bedeutung, um die Setzungsentwicklung über die Zeit richtig simulieren zu können. Die beiden Stoffgesetze, die viskoplastisches Materialverhalten



Abbildung 8.4: Berechnete Setzungen (SS-, SSC- und MLC-Modell) im Vergleich zu gemessenen Setzungen nach LARSSON (1986) in der Dammmitte.

berücksichtigen (*SSC*-Modell bzw. *MLC*-Modell), simulieren die gemessene Setzungskurve sehr gut. Der Unterschied zwischen den beiden Modellen ist gering.

Auch beim Vergleich der Porenwasserüberdrücke nach 10 Jahren und den horizontalen Verformungen nach 20 Jahren (vgl. Abbildung 8.5) zeigt sich, dass das *SS*-Modell nicht geeignet ist, das Materialverhalten des weichen Untergrunds unterhalb des Versuchsdamms korrekt abzubilden. Sämtliche Messwerte werden mit dem *SS*-Modell deutlich unterschätzt. Die beiden viskoplastischen Modelle zeigen hingegen eine gute Übereinstimmung mit den Messdaten, obwohl die horizontalen Verformungen von beiden Modellen etwas überschätzt werden. Die Simulation der Porenwasserüberdrücke liefert bei beiden viskoplastischen Stoffgesetzen identische Werte. Bei der Berechnung der horizontalen Verformungen mit dem *MLC*-Modell ergeben sich etwas größere Werte als mit dem *SSC*-Modell.

## 8.1.4 Bewertung der Ergebnisse

Die Berücksichtigung von viskoplastischem Materialverhalten ist bei der Belastung von weichen normalkonsolidierten Böden von entscheidender Bedeutung, wie dieses Beispiel zeigt. Beide in dieser Arbeit vorgestellten Stoffgesetze (*SSC*-Modell und *MLC*-Modell) zeigen im Fall des hier vorgestellten Randwertproblems einer Dammschüttung



Abbildung 8.5: Berechnete Porenwasserüberdrücke nach 10 Jahren und horizontale Verformungen nach 20 Jahren (*SS-, SSC-* und *MLC-*Modell) im Vergleich zu Messergebnissen nach LARSSON (1986).

auf weichem Untergrund ein sehr ähnliches Materialverhalten. Zu Bedenken ist, dass es sich bei dieser Art von Belastung nur um einen in eine Richtung gerichteten Spannungspfad handelt. Demzufolge spielt anisotropes Materialverhalten nur eine untergeordnete Rolle. Es ist somit nicht überraschend, dass es zwischen beiden Modellen keine großen Unterschiede gibt. Die Vorteile des *MLC*-Modells im Bezug auf die Abbildung von anisotropem Materialverhalten kommen deshalb nicht so, wie in Kapitel 7 dargestellt, zum Tragen.

## 8.2 Der Schiefe Turm von Pisa

Zunächst wird in diesem Abschnitt die Baugeschichte des Schiefen Turms von Pisa erläutert. Danach wird auf die geologischen und geotechnischen Untergrundverhältnisse eingegangen. Daran anschließend wird das verwendete numerische Modell zur Simulation der Setzungs- und Neigungsgeschichte des Turms beschrieben und die Berechnungen mit dem *SSC*-Modell sowie die Ergebnisse vorgestellt. Zum Schluss wird auf das prognostizierte Setzungs- und Neigungsverhalten des Turms eingegangen.

## 8.2.1 Baugeschichte

Die Baugeschichte des Schiefen Turms von Pisa beginnt im Jahr 1173. Es folgt eine fast 200 Jahre lange Periode mit mehreren Bauunterbrechungen bis zu seiner Fertigstellung 1370. Der Turm ist auf einem breiten Ringfundament aus Steinen und Mörtel gegründet, welches einen Außendurchmesser von 19,6 m und einen Innendurchmesser von 4,5 m besitzt. Seine ersten sechs Stockwerke bestehen aus mit Marmor verblendetem Bruchsteinmauerwerk, welches zum Teil große Hohlräume aufweist. Das Baumaterial der zwei obersten Stockwerke besteht aus Ziegelsteinen und Bimssteinen. Die Gesamthöhe des Turms beträgt 58 m. Sein Gesamtgewicht entspricht in etwa 145 MN, was einer mittleren Sohlpressung von etwa 500 kN/m<sup>2</sup> entspricht.

In einem ersten Bauabschnitt von 1173 bis 1178 wurden das Ringfundament und die ersten dreieinhalb Stockwerke bis in eine Höhe von 29 m erstellt. Nach einer fast 100jährigen Baupause wurde der Turm zwischen 1272 und 1278 bis zum siebten Stockwerk errichtet. Die Höhe des Turms betrug zu diesem Zeitpunkt 51 m. Die Fertigstellung des Turms bis auf die endgültige Höhe von 58 m erfolgte in den Jahren 1360 bis 1370 mit dem Bau der Glockenkammer.

Um die über die Jahre in den Untergrund eingesunkenen Bereiche (Säulensockel und Fundamentstufen) wieder sichtbar zu machen, wurde 1838/1839 ein ringförmiger Graben (Catino) um den Turm herum ausgehoben. Der Aushub des Grabens beschleunigte die Neigungszunahme. In den Jahren 1933 bis 1935 wurde dieser Graben mittels Zementinjektionen gegenüber Wasser abgedichtet sowie das Fundament mit Zement verpresst. Diese Maßnahmen hatten nur einen sehr geringen Einfluss auf die Neigung des Turms.

Die Entwicklung der Neigung lässt sich anhand der Formgebung des Turms über die Jahrhunderte abschätzen. Die jeweiligen Stockwerke wurden immer wieder neu ausgerichtet, d. h. vertikal bzw. lotrecht auf die bereits leicht geneigten unteren Stockwerke aufgesetzt, um der bestehenden Neigung entgegenzuwirken. Der Turm erhielt dadurch eine leichte "Bananenform". Genaue und zuverlässige Neigungsmessungen sind erst aus dem Jahr 1817 bekannt. Ab 1911 wurde die Neigung immer wieder mit unterschiedlichen Methoden gemessen und aufgezeichnet.

Seit dem Jahr 1965 werden auch Setzungsmessungen durchgeführt. Die Gesamtsetzungen des Turms sind aber nicht genau bekannt. Mehrere Abschätzungen führen zu einer mittleren Setzung von etwa 3 m.

Als temporäre Sicherungsmaßnahme wurden in den neunziger Jahren auf den zuvor verstärkten Fundamentring Gegengewichte auf der Nordseite aufgesetzt. Diese Maßnahme hatte allerdings nur eine kaum wahrnehmbare Rückdrehung des Turms zur Folge. In den Jahren 1999 bis 2001 wurden ebenfalls auf der Nordseite Schrägbohrungen in den Untergrund abgetäuft, aus denen Boden entnommen wurde. Zeitgleich wurde die zuvor aufgebrachte Ballastierung auf der Nordseite wieder entfernt. Die Bodenentnahme hatte eine Rückdrehung des Turms um ca. 0, 5° auf eine derzeitige Neigung von etwa 5° zur Folge.



Abbildung 8.6: Idealisiertes Bodenprofil unterhalb des Schiefen Turms von Pisa.

## 8.2.2 Geologische und geotechnische Untergrundverhältnisse

Sämtliche Schichten des Baugrunds in Abbildung 8.6 sind holozäne Ablagerungen und stammen folglich aus dem Quartär. Der Turm ist auf eine 5, 2 m starke sandige bis tonige Schluffschicht gegründet, welche von einer 3,0 m mächtigen Auffüllung überlagert wird. Diese Schicht sowie eine 2,0 m mächtige Sandschicht gehören zum Horizont A, der ästuarine <sup>2</sup> Sedimente beinhaltet. Der aus marinen Ablagerungen bestehende Hori-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Als ästuarin werden Sedimente bezeichnet, die in einer Flussmündung unter dem Einfluss des Gezeitenstroms von Ebbe und Flut abgelagert wurden.

zont B mit einer Mächtigkeit von ca. 30 m besteht hauptsächlich aus Tonschichten, wird aber auch von einer Sandschicht durchzogen. In einer Tiefe von 37 m unter NN folgt der Horizont C. Er besteht aus Sand mit einer Mächtigkeit von ca. 20 bis 25 m. Die Ablagerungen des Horizonts C sind ebenfalls marinen Ursprungs. Das Grundwasser steht etwa 1,0 m unter der Geländeoberkante an.

Die in Abbildung 8.6 angegebenen Wassergehalte der Fließ- und Ausrollgrenzen der einzelnen bindigen Schichten deuten daraufhin, dass es sich bei den Tonen um ausschließlich breiige bis weiche Tone handelt. Die Kompressibilität dieser Tone ist folglich als sehr hoch einzuschätzen. Die Daten in Abbildung 8.6 beruhen auf mehreren intensiven Bodenerkundungen in den Jahren 1907 bis 1992. Das erste Laborprogramm wurde zwischen 1966 und 1968 durchgeführt, ein zweites folgte in den achtziger Jahren. Das dritte Laborprogramm wurde 1990 bis 1993 durchgeführt. Es wurden immer bessere Methoden der Probenentnahme verwendet, bei der letzten Bodenerkundung auch die "Laval" Probenentnahme. Zu untersuchende Bodenproben mit einem Durchmesser von 20 cm werden bei diesem Verfahren aus flüssigkeitsgestützten Bohrlöchern entnommen. Die Proben erfahren dabei kaum Entnahmestörungen und sind deshalb qualitativ sehr hochwertig.

In Tabelle 8.3 ist eine weitere Unterteilung der in Abbildung 8.6 angegebenen Schichtung des Baugrundes vorgenommen. Die darin dargestellte Schichteinteilung, die in der numerischen Simulation verwendet wird, geht auf POTTS (1993) und CALABRESI U. A. (1996) zurück. Die in Tabelle 8.3 angegebenen Schichten werden von einer steifen unteren Sandschicht unterlagert. Diese kann als natürliche Begrenzung angesehen werden und wird in der numerischen Simulation nicht berücksichtigt.

## 8.2.3 Numerisches Modell und Stoffgesetzparameter

Die numerische Simulation wird mit dem in Abbildung 8.7 dargestellten dreidimensionalen Finite Elemente Modell als gekoppelte Berechnung, d. h. unter Berücksichtigung von Porenwasserdrücken, durchgeführt. Es wird unter der Annahme einer Symmetrieachse in Nord-Süd-Richtung nur das halbe Modell simuliert. Um die geometrische Nicht-Linearität des Randwertproblems in Folge der Neigung des Turms zu berücksichtigen, wird die sogenannte Updated Lagrange Method verwendet (vgl. MCMEEKING UND RICE (1975)). Die in der Berechnung angewandte Steifigkeitsmatrix basiert bei dieser Methode auf dem verformten Finiten Elemente Netz und berücksichtigt mit zusätzlichen Termen die Effekte von großen Scherverformungen in den Finiten Elementen. Außerdem wird eine Definition der Spannungsgeschwindigkeiten verwendet, die Rotationsterme nach KIRCHHOFF bzw. HILL berücksichtigt. Eine detaillierte Beschreibung der Implementierung findet sich bei VAN LANGEN (1991). Das Finite Elemente Netz wird durch die relativ steife, untere Sandlage 40 m unterhalb der Geländeoberfläche begrenzt. Diese Sandlage wird als unterer horizontaler Modellrand mit  $u_x = u_y = u_z = 0$  betrachtet. Die vertikalen Modellränder sind: die Symmetrieebene in Nord-Süd-Richtung sowie drei weitere vertikale Ebenen in einem Abstand von 50 m zum Mittelpunkt des Turms. Die Randbedingung an den vertikalen Modellrändern ist  $u_x = 0$  bzw.  $u_y = 0$ .

Tabelle 8.3: Schichteinteilung des Baugrunds für die numerische Simulation nach PC	OTTS
(1993) und CALABRESI U. A. (1996).	

Bezeichnung	Tiefe [m NN]	Beschreibung
Horizont A		
MG	+3,0 bis $0,0$	anthropogene Auffüllung
A1	+0,0 bis $-5,2$	locker bis sehr locker gelagerter, gelber, sandig bis toniger Schluff, ohne Schichtung
A2	-5, 2 bis $-7, 4$	gleichförmiger, grauer Sand mit eingelagerten Tonschichten und zerbrochenen Fossilien – Obere Sandlage
Horizont B		
B1	-7,4 bis $-10,9$	ausgeprägt plastischer, grauer Ton mit Fossilien
B2	-10,9 bis $-12,9$	mittel plastischer, grauer Ton mit Fossilien
B3	-12,9 bis $-17,8$	ausgeprägt plastischer, grauer Ton mit Fossilien
B4	$-17,8\mathrm{bis}-19,0$	dunkelgrauer, organischer Ton
B5	-19,0 bis $-22,0$	blaugrauer bis gelber, schluffiger Ton mit Kalknadeln
B6	-22,0 bis $-24,4$	grauer, manchmal gelber Sand sowie schluffiger Sand – mittlere Sandlage
B7	-24,4 bis $-29,0$	mittel bis ausgeprägt plastischer Ton mit Fossilien und dünnen Sandlagen im oberen Bereich
B8	-29,0 bis $-30,4$	grauer Ton mit häufigen, dünnen Sandlinsen
B9	-30,4 bis $-34,4$	blaugrauer, schluffiger Ton mit gelben Zonen, Kalknadeln, mit etwas dunklem organischem Ton in Schichtmitte
B10	$-34,4\mathrm{bis}-37,0$	grauer Ton mit gelben Zonen, Fossilien im unteren Bereich

Das in Abbildung 8.7 dargestellte Finite Elemente Netz besteht aus 4400 15-knotigen prismatischen Elementen mit sechs Integrationspunkten sowie 12789 Knoten mit je vier Freiheitsgraden ( $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$  und u<sup>3</sup>).

Das Ringfundament wird der Einfachheit halber als Kreisfundament mit einem Durchmesser von 19,6 m modelliert und bindet 3 m in den Untergrund ein. Die Gründungsebene ist somit die Schicht A1 (siehe Tabelle 8.3). Die Abweichung in der Gründungsfläche zwischen wirklichem Ringfundament und simuliertem Kreisfundament beträgt nur 5,3%. Der aufgehende Turm wird in neun Abschnitte unterteilt, um die einzelnen Bauphasen simulieren zu können. Er besitzt, ebenfalls der Einfachheit halber, denselben Durchmesser von 19,6 m wie das Fundament. Das Gewicht bzw. die Wichte  $\gamma$  der einzelnen Abschnitte wird deshalb im Bezug auf ihre Modellgeometrie neu ermittelt, sodass das Kippmoment und die vertikale Belastung denen in Realität entsprechen. Der

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Mit u ist hier der Porenwasserdruck gemeint.



Abbildung 8.7: Darstellung des dreidimensionalen Finite Elemente Modells zur Simulation des Schiefen Turms von Pisa.

simulierte Turm hat eine Gesamtgewichtskraft von  $145~\rm MN$  und sein Schwerpunkt liegt in einer Höhe von  $22,34~\rm m$ über der Gründungsebene.

Der Untergrund wird in zwölf Schichten mit unterschiedlichen Materialeigenschaften eingeteilt. Die Schluffschicht A1 ist zweigeteilt. Die Kompressibilität dieser Schicht nimmt von Nord nach Süd zu. Sie hat folglich im Norden und Süden unterschiedliche modifzierte isotrope Beiwerte ( $\lambda^*$ ,  $\kappa^*$  und  $\mu^*$ ), deren Verhältnis  $R = \frac{\lambda_N^*}{\lambda_S^*} = 0,69$  beträgt. Die relativ geringe Steifigkeit der Süd-Seite lässt sich mit dem dort vorliegenden relativ hohen Tongehalt der Schluffschicht erläutern. Die geringen Messwerte des Spitzendrucks aus Drucksondierung (vgl. Abbildung 8.8) machen dies deutlich. Diese Imperfektion der Schluffschicht dient als Auslöser der Turmneigung. Alle weiteren Schichten werden lateral homogen modelliert.

Eine Zusammenstellung der für die Simulation verwendeten Stoffgesetzparameter für die in Tabelle 8.3 angegebenen Schichten findet sich in den Tabellen 8.5 und 8.6. Die Auffüllung MG und die Sandschichten A2 sowie B6 werden mit dem MOHR-COULOMB Modell simuliert (vgl. Abschnitt 5.1). Alle anderen Bodenschichten werden mit dem *SSC*-Modell modelliert (vgl. Abschnitt 5.3). Der modifizierte isotrope Kompressionsbeiwert  $\lambda^*$  in Tabelle 8.6 ergibt sich aus den in CALABRESI U. A. (1996) gemachten Angaben zu den Kompressionsbeiwerten  $C_c$  sowie den Porenzahlen *e* der einzelnen Schichten.



Abbildung 8.8: Spitzendrücke von Drucksondierungen in den Schichten MG und A1.

Die Beziehung zwischen diesen Parametern ist in Gleichung 5.68 bzw. 7.2 angegeben. Die Verhältnisse  $\lambda^*/\kappa^*$  und  $\lambda^*/\mu^*$  werden für alle weichen Bodenschichten gleich mit  $\lambda^*/\kappa^* = 10$  sowie  $\lambda^*/\mu^* = 30$  gewählt. Alle weiteren Stoffgesetzparameter sind in Anlehnung an POTTS (1993) und CALABRESI U. A. (1996) festgelegt. Die Vorkonsolidationsspannung der einzelnen Weichschichten wird in der numerischen Simulation mit einem sogenannten "Pre-Overburden-Pressure" (POP) berücksichtigt. Dieser wird als Differenz zwischen der initialen Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  und der aktuellen effektiven vertikalen Spannung  $\sigma'_{v0}$  definiert.

$$POP = \sigma_{p0} - \sigma_{v0}' \tag{8.2}$$

Die gewählten Werte für den sogenannten "Pre-Overburden-Pressure" sind in Tabelle 8.4 angegeben. Ihre Ermittlung beruht auf den von CALABRESI U. A. (1996) zusammengestellten Daten und geht aus Abbildung 8.9 hervor.

Der Turm selbst sowie sein Fundament werden mit linear-elastischem Materialverhalten simuliert. Die verwendeten Stoffgesetzparameter sind in Tabelle 8.7 angegeben. Die Steifigkeit des Turms ist bewusst hoch angesetzt, um Eigendeformationen zu vermeiden. Die Wichten der einzelnen Turmabschnitte sind, wie zuvor erwähnt, in Bezug auf die Modellgeometrie ermittelt, sodass das Kippmoment und die vertikale Belastung der Realität entsprechen.



Abbildung 8.9: Darstellung der aktuellen effektiven vertikalen Spannung  $\sigma'_{v0}$  und der angenommenen Vorkonsolidationsspannung  $\sigma'_{p0}$  sowie der von CALA-BRESI U. A. (1996) zusammengestellten Daten über die Tiefe.

Die numerische Simulation wird in Anlehnung an die Baugeschichte des Schiefen Turms von Pisa (siehe z. B. A.G.I. (1991)) wie folgt durchgeführt:

- Initialisierung des Ausgangsspannungszustands unter Berücksichtigung von POP
- 1173 bis 1178 Herstellung der Gründung und der ersten dreieinhalb Stockwerke (Turmhöhe 29 m)
- 1178 bis 1272 Baupause, Konsolidations- und Kriechphase
- 1272 bis 1278 Herstellung der Stockwerke bis zum siebten Stockwerk (Turmhöhe 51 m)
- 1278 bis 1360 Baupause, Konsolidations- und Kriechphase
- 1360 bis 1370 Aufsetzen der Glockenkammer (Turmhöhe 58 m)
- 1370 bis 1838 Konsolidations- und Kriechphase
- 1838/1839 Aushub eines Ringgrabens (Catino)
- 1839 bis 1993 Konsolidations- und Kriechphase

Schicht	POP
	$[kN/m^2]$
A1N	140
A1S	140
B1	70
B2/B3	50
B4	130
B5	200
B7a/B7b/B8/B9/B10	70

Tabelle 8.4: Stoffgesetzparameter (SSC-Modell)	) für die Schichten	A1N, A1S,	B1, B2,	ВЗ,
B4, B5, B7a, B7b, B8, B9 und B10.				

Tabelle 8.5: Stoffgesetzparameter (MOHR-COULOMB Modell) für die Schichten MG, A2 und B6.

Schicht	$\gamma$	k	E	ν	$\varphi'$	c'	$\psi'$
	[kN/m <sup>3</sup> ]	[m/s]	$[kN/m^2]$	[-]	[°]	$[kN/m^2]$	[°]
MG	18, 0	$10^{-6}$	8700	0, 33	34, 0	20, 0	0, 0
A2	18, 2	$10^{-6}$	13700	0, 33	34, 0	0, 0	0, 0
B6	19, 1	$10^{-6}$	11600	0, 33	34, 0	0, 0	0, 0

- 05/1993 Herstellung eines vorgespannten Betonrings auf der Sockelebene (Gewicht 100 t)
- 07/1993 Aufbringen der Gegengewichte auf der Nordseite in vier Phasen (Gewicht 600 t)
- 01/1994 Aufbringen des letzten Gegengewichts
- 1994 bis 1999 Konsolidations- und Kriechphase
- 1999 Erste Bodenentnahme unterhalb der Nordseite des Turms
- 2000/2001 Zweite Bodenentnahme unterhalb der Nordseite des Turms
- 2001 bis 2500 Konsolidations- und Kriechphase

Das Abdichten des Ringgrabens (Catino) in den Jahren 1933 bis 1935 gegenüber Wasser sowie das Absenken des Grundwasserspiegels in den tieferen Schichten zwischen 1970 und 1975 werden nicht simuliert. Diese Maßnahmen werden als untergeordnet für die Geschichte des Turms angesehen.

Der Catino wird mit einer angenommenen Breite von  $1,2\,\mathrm{m}$  und einer Tiefe von  $2,0\,\mathrm{m}$ 

Schicht	$\gamma$	k	$\lambda^*$	$\kappa^*$	$\mu^*$	$\nu_{ur}$	$\varphi'$	c'	$\psi'$	M
	$[kN/m^3]$	[m/s]	[-]	[-]	[-]	[-]	[°]	$[kN/m^2]$	[°]	[-]
A1N	19, 1	$10^{-6}$	0,045	0,0045	0,0015	0, 15	34,0	1, 0	0, 0	1, 37
A1S	19, 1	$10^{-9}$	0,065	0,0065	0,00217	0, 15	34, 0	1, 0	0, 0	1, 37
B1	17, 3	$5\cdot 10^{-10}$	0, 15	0,015	0,005	0, 15	26, 0	1, 0	0, 0	1,02
B2	17, 8	$5\cdot 10^{-10}$	0, 12	0,012	0,004	0, 15	26, 0	1, 0	0, 0	1,02
B3	16,7	$5\cdot 10^{-10}$	0, 15	0,015	0,005	0, 15	26, 0	1, 0	0, 0	1,02
B4/B5	20, 0	$2\cdot 10^{-10}$	0,07	0,007	0,0023	0, 15	28,0	1, 0	0, 0	1, 11
B7a	19, 6	$5\cdot 10^{-10}$	0,1	0,01	0,0033	0, 15	27, 0	1, 0	0, 0	1,07
B7b	17, 8	$5\cdot 10^{-10}$	0, 12	0,012	0,004	0, 15	27, 0	1, 0	0, 0	1,07
B8/B9/B10	19, 0	$3\cdot 10^{-10}$	0,1	0,01	0,0033	0, 15	25, 0	1, 0	0, 0	0,98

Tabelle 8.6: Stoffgesetzparameter (SSC-Modell) für die Schichten A1N, A1S, B1, B2, B3, B4, B5, B7a, B7b, B8, B9 und B10.

Tabelle 8.7: St	toffgesetzpa	arameter f	für den	Turm.

Turmabschnitt	$\gamma$	E	ν
	$[kN/m^3]$	$[kN/m^2]$	[-]
Fundament	24, 0	$5\cdot 10^7$	0, 0
Erstes Stockwerk	10,9	$5\cdot 10^7$	0, 0
Zweites bis sechstes Stockwerk	7,5	$5\cdot 10^7$	0, 0
Siebtes Stockwerk	6, 1	$5\cdot 10^7$	0, 0
Glockenkammer	2, 9	$5\cdot 10^7$	0, 0

im Süden und 1,0 m im Norden modelliert. Er geht um den gesamten Turm herum. In diesem Bereich werden hierzu die Finiten Elemente um die Gründung herum entfernt, d. h. deaktiviert. Abbildung 8.10 zeigt ein Detail des Finiten Elemente Netzes im Bereich der Gründung mit dem ausgehobenen Ringgraben.

Die Gegengewichte, welche 1993/1994 aufgebracht wurden, werden mit Hilfe einer Last von 7 MN auf der Nordseite der Gründung simuliert. Der Schwerpunkt der Last liegt auf der Symmetrieebene 7,5 m von der Mittelachse des Turms entfernt.

Die Bodenentnahme wird durch eine aktive Reduktion des Volumens der Finiten Elemente im Bereich der Nordseite der Gründung in einer Tiefe von 4,5 m simuliert. Es wird hierzu den jeweiligen Finiten Elementen eine definierte Volumendehnung, die eine Volumenabnahme zur Folge hat, zugewiesen. Die dunkelgrauen Bereiche in Abbildung


Abbildung 8.10: Detail des Finiten Elemente Netzes im Bereich der Gründung mit dem ausgehobenen Ringgraben (Catino).



Abbildung 8.11: Bereich der simulierten Bodenentnahme unterhalb der Gründung des Schiefen Turms von Pisa.

8.11 kennzeichnen die Region, in der das Volumen der Finiten Elemente gleichmäßig reduziert wird. Bei der ersten Bodenentnahme 1999 wird das Volumen in dieser Region um  $6,8 \text{ m}^3$  und bei der zweiten Bodenentnahme 2000/2001 um  $18,2 \text{ m}^3$  reduziert. In



Abbildung 8.12: Berechnete mittlere Setzungen und Neigungen (erste Kalibrierungsanalyse) im Vergleich zu gemessenen bzw. geschätzten Angaben nach A.G.I. (1991) und JAMIOLKOWSKI (1999).

Realität wurde mehr Boden entnommen. Der Bereich der Bodenentnahme war zudem etwas breiter, d. h. seine Ausdehnung reichte, da symmetrisch, weiter nach Osten und weiter nach Westen. Des Weiteren war die Bodenentnahme nicht gleichmäßig über den Entnahmebereich verteilt.

### 8.2.4 Erste Kalibrierungsanalyse

In diesem Unterabschnitt wird anhand der Baugeschichte sowie den jüngsten Sanierungsmaßnahmen das Finite Elemente Modell für den Schiefen Turm von Pisa kalibriert. Die Kalibrierung dient der Überprüfung der Stoffgesetzparameter in den Tabellen 8.5 und 8.6. In Abbildung 8.12 ist ein Vergleich zwischen den Simulationsergebnissen für die Setzungen und die Neigungen mit gemessenen bzw. geschätzten Angaben nach A.G.I. (1991) und JAMIOLKOWSKI (1999) angegeben.

In der ersten Bauphase von 1173 bis 1178 wird der Turm bis zur Höhe von 29 m simuliert. Die mittlere Sohlpressung am Ende dieser Bauphase beträgt etwa 320 kN/m<sup>2</sup>. Die großen (errechneten) Setzungen von etwa 0,5 m am Ende dieser Bauphase könnten zu der anschließenden 100jährigen Baupause geführt haben. Die ersten 10 Jahre der Baupause sind durch Konsolidation geprägt. Danach folgt eine Phase, die durch reine Kriechsetzungen bestimmt wird. Die Neigung des Turms am Ende der ersten Baupause wird nach JAMIOLKOWSKI (1999) auf 0,4° geschätzt, die Simulation ergibt eine Neigung von 0, 26°. Während der zweiten Bauphase von 1272 bis 1278 werden eine Turmhöhe von 51 m und eine mittlere Sohlpressung von 470 kN/m<sup>2</sup> erreicht. Am Ende dieser Bauperiode ergibt die Simulation eine Setzung von gut 2 m und eine Neigung von  $0,83^{\circ}$ . Es folgt eine zweite Baupause von etwa 80 Jahren. Die numerische Simulation zeigt, wie bei der ersten Baupause, dass ohne Konsolidationspause ein undrainierter Grundbruch aufgetreten wäre. Während dieser Baupause neigt sich der Turm nach der Simulation bis auf  $2, 1^{\circ}$ , bei einer errechneten Setzung von etwa 3 m.

Auch die Fertigstellung mit dem Aufsetzen der Glockenkammer in den Jahren 1360 bis 1370 wird in der numerischen Simulation, wie die Bauphasen davor, durch eine Erhöhung des Turms simuliert. Bei der daran anschließenden nahezu 500 Jahre langen Konsolidations- und Kriechperiode spielt die Konsolidation nur eine untergeordnete Rolle. Infolge des Kriechens vergrößern sich die errechneten Setzungen während dieser Zeit nur mäßig bis auf 3,75 m. Die simulierte Neigung verdoppelt sich jedoch auf  $4, 1^{\circ}$ .

1838/1839 wurde ein Ringgraben (Catino) um den Turm herum ausgehoben, um die in den Untergrund eingesunkenen Bereiche wieder sichtbar zu machen. Die numerische Simulation dieses baulichen Eingriffs zeigt eine erhebliche Auswirkung auf die Turmneigung. Infolge des Grabenaushubs geht der Kontakt zwischen Turm und der ausgehobenen Schicht verloren und damit auch die stützende Wirkung dieser Schicht. Die Neigungsmessungen zeigen in den folgenden Jahren eine Zunahme um ein knappes Grad, die Berechnungen einen Zuwachs von etwas mehr als  $1, 0^{\circ}$ .

Eine Lasteinleitung von 7 MN simuliert die erste Sanierungsmaßnahme mit Gegengewichten auf der Nordseite, die in den Jahren 1993 und 1994 durchgeführt wurde. Dies ergibt eine errechnete Rückdrehung von  $0,07^{\circ}$ , während nur  $0,014^{\circ}$  gemessen wurden. Dies deutet darauf hin, dass der Untergrund in der Simulation zu weich angesetzt ist.

Die zweite Sanierungsmaßnahme, bei der unter der Nordseite des Turms Boden entnommen wurde, wird mittels aktiver Volumenreduktion bei einigen Finiten Elementen modelliert. Eine Volumenreduktion um insgesamt 25 m<sup>3</sup> wird verwendet, um die gemessene Rückdrehung von  $0, 5^{\circ}$  zu realisieren. Demgegenüber stehen größere Aushubmengen in den Jahren 1999, 2000 und 2001. Auch hier zeigt sich, dass das numerische Modell in diesem Zusammenhang zu weich reagiert.

Die Ergebnisse der ersten Kalibrierungsanalyse lassen sich wie folgt zusammenfassen: Die Setzung des Turms von ca. 3 m (vgl. JAMIOLKOWSKI (1999)) wird um etwa ein Viertel überschätzt. Daraus folgt, dass in der ersten Simulation die Steifigkeit des Untergrunds etwas unterschätzt wird. Das Überschätzen der Rückdrehung in Folge der Belastung auf der Nordseite bestätigt dies. Dass die Neigung des Turms bis zum Aushub des Ringgrabens trotzdem annähernd richtig erfasst wird, liegt wohl daran, dass die zu geringe Steifigkeit des Untergrunds durch eine zu hohe Stützwirkung der Auffüllung kompensiert wird.

In der ersten Kalibrierungsanalyse sind die Steifigkeit und die Festigkeit der Auffüllung wahrscheinlich etwas überschätzt. Folglich ist die destabilisierende Wirkung in Folge des Grabenaushubs zu groß. Würden in dieser Schicht durch eine geringere Steifigkeit mehr Verformungen vor dem Grabenaushub zugelassen, hätte dies eine Verringerung der destabilisierenden Wirkung zur Folge. Wahrscheinlich wurde auch eine etwas

Schicht	$\gamma$	k	$\lambda^*$	$\kappa^*$	$\mu^*$	$\nu_{ur}$	$\varphi'$	c'	$\psi'$	M
	$[kN/m^3]$	[m/s]	[-]	[-]	[-]	[-]	[°]	$[kN/m^2]$	[°]	[-]
A1N	19, 1	$10^{-6}$	0,04	0,004	0,0013	0, 15	34,0	1, 0	0, 0	1,37
A1S	19, 1	$10^{-9}$	0,06	0,006	0,002	0, 15	34, 0	1, 0	0, 0	1, 37
B1	17, 3	$5\cdot 10^{-10}$	0, 115	0,0115	0,0038	0, 15	26, 0	1, 0	0, 0	1,02
B2	17, 8	$5\cdot 10^{-10}$	0,09	0,09	0,003	0, 15	26, 0	1, 0	0, 0	1,02
B3	16,7	$5\cdot 10^{-10}$	0, 115	0,0015	0,0038	0, 15	26, 0	1, 0	0, 0	1,02
B4/B5	20, 0	$2\cdot 10^{-10}$	0,05	0,005	0,0017	0, 15	28,0	1, 0	0, 0	1, 11
B7a	19, 6	$5\cdot 10^{-10}$	0,08	0,008	0,0027	0, 15	27, 0	1, 0	0, 0	1,07
B7b	17, 8	$5\cdot 10^{-10}$	0, 11	0,0011	0,0037	0, 15	27, 0	1, 0	0, 0	1,07
B8/B9/B10	19, 0	$3 \cdot 10^{-10}$	0,08	0,008	0,0027	0, 15	25, 0	1, 0	0, 0	0,98

Tabelle 8.8: Stoffgesetzparameter (SSC-Modell) für die Schichten A1N, A1S, B1, B2, B3, B4, B5, B7a, B7b, B8, B9 und B10.

Tabelle 8.9: Stoffgesetzparameter (MOHR-COULOMB Modell) für die Schichten MG, A2 und B6.

Schicht	$\gamma$	k	E	ν	$\varphi'$	c'	$\psi'$
	[kN/m <sup>3</sup> ]	[m/s]	$[kN/m^2]$	[-]	[°]	$[kN/m^2]$	[°]
MG	18, 0	$10^{-6}$	500	0,33	34, 0	12, 0	0, 0
A2	18, 2	$10^{-6}$	13700	0,33	34,0	0, 0	0, 0
B6	19, 1	$10^{-6}$	11600	0, 33	34, 0	0, 0	0, 0

zu hohe effektive Kohäsion c' gewählt.

## 8.2.5 Zweite Kalibrierungsanalyse

Um auch in der Simulation die von JAMIOLKOWSKI (1999) anhand von Messungen (auch an Nachbargebäuden) abgeschätzte mittlere Setzung des Turms von etwa 3 m zu erhalten, wird eine zweite Kalibrierungsanalyse mit erhöhten Steifigkeiten durchgeführt. In Tabelle 8.8 sind die neuen Stoffgesetzparameter für die mit dem *SSC*-Modell modellierten weichen Bodenschichten angegeben. Die modifizierten isotropen Kompressionsbeiwerte  $\lambda^*$  sind darin im Vergleich zu Tabelle 8.6 um 10 bis 25% reduziert, was einer Erhöhung der Steifigkeit um 10 bis 25% entspricht. Diese geringfügige Erhöhung der Steifigkeiten liegt immer noch in der Bandbreite der streuenden Versuchsergebnisse nach CALABRESI U. A. (1996). CALABRESI U. A. (1996) sowie POTTS UND BURLAND

(2000) geben für die modifizierten isotropen Kompressionsbeiwerte  $\lambda^*$  für alle Schichten im Verhältnis zu den Versuchsergebnissen relativ hohe Werte an. Die etwas geringeren Werte der zweiten Kalibrierungsanalyse entsprechen in etwa den Mittelwerten der Versuchsergebnisse. Die Verhältnisse  $\lambda^*/\kappa^*$  und  $\lambda^*/\mu^*$  werden, wie bei der ersten Kalibrierungsanalyse, für alle weichen Bodenschichten gleich mit  $\lambda^*/\kappa^* = 10$  sowie  $\lambda^*/\mu^* = 30$ gewählt. Alle weiteren Stoffgesetzparameter sind identisch mit denen der ersten Kalibrierungsanalyse. Des Weiteren werden die Werte des sogenannten "Pre-Overburden-Pressure" aus Tabelle 8.4 übernommen.

In der ersten Kalibrierungsanalyse wird der stützende Effekt der Auffüllung überschätzt. Dies wird deutlich durch die extreme Neigungszunahme des Turms in der Simulation, wenn der Ringgraben ausgehoben wird. Deshalb werden in der zweiten Kalibrierungsanalyse die Steifigkeit und die Festigkeit der Auffüllung reduziert, um den starken Einfluss des Ringgrabenaushubs auf die Entwicklung der Neigung in der Simulation zu begrenzen. Die effektive Kohäsion wird auf  $c' = 12 \text{ kN/m}^2$  und der Elastizitätsmodul auf  $E = 500 \text{ kN/m}^2$  verringert. In der ersten Kalibrierungsanalyse wird für die effektive Kohäsion ein relativ hoher Wert von  $c' = 20 \text{ kN/m}^2$  angenommen, um eine einfache numerische Modellierung des Ringgrabens zu ermöglichen. Dabei wird aber nicht berücksichtigt, dass sowohl die Festigkeit als auch die Steifigkeit der Auffüllung sich stark auf die Turmneigung auswirken. Die neu gewählten Stoffgesetzparameter (vgl. Tabelle 8.9) sind dagegen viel plausibler.

In Abbildung 8.13 ist ein Vergleich zwischen den Simulationsergebnissen der zweiten Kalibrierungsanalyse für die Setzungen und die Neigungen mit gemessenen bzw. geschätzten Angaben nach A.G.I. (1991) und JAMIOLKOWSKI (1999) dargestellt.

In der ersten Bauphase von 1173 bis 1178 wird der Turm bis zur Höhe von 29 m simuliert. Die mittlere Sohlpressung am Ende dieser Bauphase beträgt etwa 320 kN/m<sup>2</sup>. Die errechnete mittlere Setzung beträgt 0, 46 m am Ende dieser Bauphase. Die simulierte Neigung ist mit 0, 21° noch sehr gering. Nach etwa 10 Jahren der anschließenden ersten Baupause ist die Konsolidation abgeschlossen, und es folgt eine reine Kriechphase unter einem konstanten effektiven Spannungszustand. Die simulierte Neigung des Turms am Ende der ersten Baupause liegt bei 0, 41°, bei einer mittleren Setzung von 1, 23 m.

Nach der zweiten Bauphase von 1272 bis 1278 besitzt der Turm eine Höhe von 51 m. Die mittlere Sohlpressung beträgt dabei 470 kN/m<sup>2</sup>. Am Ende dieser Bauperiode ergibt die Simulation der zweiten Kalibrierungsanalyse eine Setzung von 1,75 m und eine Neigung von 1,11°. Auch in der zweiten Baupause von 82 Jahren sind die ersten Jahre durch Konsolidation geprägt. Daran anschließend folgt wieder eine reine Kriechphase unter einem konstanten effektiven Spannungszustand. Während dieser Baupause neigt sich der Turm in der Simulation bis auf 2,63° bei einer errechneten Setzung von 2,51 m.

Nach der Fertigstellung der Glockenkammer im Jahr 1370 beträgt die mittlere Sohlpressung etwa 500 kN/m<sup>2</sup>, bei einer errechneten mittleren Setzung von 2,58 m und einer simulierten Neigung von 2,89°.

Bis zum Aushub des Ringgrabens (Catino) in den Jahren 1838/1839 nimmt die Neigung in Folge von Kriechen auf  $4,92^{\circ}$  zu. Der Einfluss dieses baulichen Eingriffs ist bei der zweiten Kalibrierungsanalyse deutlich geringer als bei der ersten.

Vor dem Beginn des Aufbringens der Gegengewichte auf der Nordseite im Jahr 1993



Abbildung 8.13: Berechnete mittlere Setzungen und Neigungen (zweite Kalibrierungsanalyse) im Vergleich zu gemessenen bzw. geschätzten Angaben nach A.G.I. (1991) und JAMIOLKOWSKI (1999).

beträgt die errechnete Neigung  $5,33^{\circ}$  bei einer mittleren Setzung von 3,24 m. In Folge der Bodenentnahme von 1999 bis 2001 ergibt sich eine errechnete Rückdrehung des Turms von  $0,44^{\circ}$ .

Die Ergebnisse der zweiten Kalibrierungsanalyse lassen sich wie folgt zusammenfassen: Die Setzung des Turms von ca. 3 m (vgl. JAMIOLKOWSKI (1999)) wird nur noch leicht mit 3, 24 m vor Beginn der Sanierungsmaßnahmen überschätzt. Die Neigungsentwicklung des Turms in Folge des Aushubs des Ringgrabens entspricht nun besser der gemessenen bzw. geschätzten Neigungsentwicklung nach JAMIOLKOWSKI (1999). Die Neigungsentwicklung über die Jahrhunderte wird durch die Annahme einer weicheren Auffüllung gleichmäßiger.

#### 8.2.6 Bewertung der Kalibrierungsanalysen und Zukunftsprognose

Die Analyse der Neigung und der Setzungen des Schiefen Turms von Pisa zeigt die Wichtigkeit der Kalibrierung eines komplizierten Rechenmodells an Messdaten. Sogar im vorliegenden Fall vorbildlicher Bodenerkundung und umfangreicher Laborversuche hat sich die Kalibrierung als notwendig herausgestellt. Die Kalibrierung mit zwei Sätzen von Stoffgesetzparametern hat die stützende Wirkung der Auffüllung verdeutlicht.

In Abbildung 8.14 sind die Neigungen beider Kalibrierungsanalysen vergleichend mit den gemessenen bzw. geschätzten Angaben nach A.G.I. (1991) und JAMIOLKOWSKI (1999) über die Jahrhunderte aufgetragen. Deutlich ist zu erkennen, dass die erste Kali-

Simulation	Neigungsrate [°/100 Jahre]	Setzungsrate [cm/100 Jahre]
Erste Kalibrierungsanalyse	0,165	5, 8
Zweite Kalibrierungsanalyse	0,069	3,7





Abbildung 8.14: Berechnete Neigungen im Vergleich zu gemessenen bzw. geschätzten Angaben nach A.G.I. (1991) und JAMIOLKOWSKI (1999).

brierungsanalyse aufgrund der höheren Kompressionsbeiwerte größere Neigungen für die Zukunft prognostiziert. Die realistischere Prognose für die Zukunft ist sicherlich das Ergebnis der zweiten Kalibrierungsanalyse. Sie zeigt, dass der Turm in den nächsten 500 Jahren annähernd wieder die Neigung erreichen wird wie vor den Sanierungsmaßnahmen.

Abbildung 8.15 beinhaltet den Vergleich der mittleren Setzungen des Turms. Die errechneten mittleren Setzungen der zweiten Kalibrierungsanalyse entsprechen in etwa den geschätzten von JAMIOLKOWSKI (1999). Die erste Kalibrierungsanalyse überschätzt hingegen die mittleren Setzungen. Beide Simulationen zeigen eine weitere Zunahme der Setzungen in Folge von Kriechen über die weiteren Jahrhunderte.

Tabelle 8.10 beinhaltet die durchschnittliche Neigungs- und Setzungsrate für beide Simulationen für die nächsten Jahrhunderte. Auch hier wird der Einfluss der höheren Kompressionsbeiwerte im Falle der ersten Kalibrierungsanalyse deutlich.

Abschließend ist festzuhalten, dass es mit dem SSC-Modell unter Berücksichtigung



Abbildung 8.15: Berechnete mittlere Setzungen im Vergleich zu gemessenen bzw. geschätzten Angaben nach A.G.I. (1991) und JAMIOLKOWSKI (1999).

von geometrischer Nicht-Linearität und einer einfachen Imperfektion in der Steifigkeit des Untergrunds möglich ist, die Neigungs- und Setzungsgeschichte des Schiefen Turms von Pisa realistisch zu beschreiben. Die prognostizierte weitere Neigungs- und Setzungsentwicklung ist somit zumindest qualitativ, wenn nicht sogar quantitativ korrekt.

# Kapitel 9 Schlussfolgerungen und Ausblick

Im Folgenden werden die wesentlichen Inhalte und Erkenntnisse der vorliegenden Arbeit zusammengefasst. Daran anschließend wird ein Ausblick für mögliche weitere Forschungstätigkeiten im Rahmen der Modellierung von zeitabhängigem Materialverhalten und der Anisotropie von weichen Böden gegeben.

## 9.1 Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit nicht-zyklischem isothermalem zeitabhängigem Materialverhalten unter konstanter effektiver Belastung von weichen Böden. Darüber hinaus wird auf die Anisotropie, d. h. die Richtungsabhängigkeit der physikalischen Eigenschaften von weichen Böden, eingegangen. Als weiche Böden werden vollständig gesättigte, normalkonsolidierte und leicht überkonsolidierte (bis  $OCR \approx 2, 0$ <sup>1</sup>) Torfe, Mudden und Tone sowie Schluffe betrachtet.

Die wesentlichen Materialeigenschaften der in dieser Arbeit betrachteten weichen Böden sind in Kapitel 2 dargelegt. Es wird darin sowohl auf die klassischen bodenmechanischen Eigenschaften wie Korngrößenverteilung, Wassergehalt und Konsistenzgrenzen von weichen Böden, als auch auf ihr Verformungs- (Steifigkeit) und Festigkeitsverhalten eingegangen. Für alle wesentlichen Materialeigenschaften werden Anhaltswerte für weiche Böden angegeben.

Einen Überblick über verschiedene Modellierungsmöglichkeiten von zeitabhängigem Materialverhalten im Allgemeinen gibt Kapitel 3. Es werden darin die drei in der Literatur im Wesentlichen vorhandenen phänomenologischen Beschreibungen von viskosem Materialverhalten erläutert.

- zeitverzögerte Neu- bzw. Umordnung der Bodenteilchen nach einer Spannungsänderung in Folge einer Strukturviskosität
- direkte Beteiligung von Atomen und Molekülen am Deformationsprozess (*Rate Process Theory*)
- Erläuterung des viskosen Materialverhaltens von Böden mit Hilfe eines Drainagesystems von Mikrokanälen

Des Weiteren wird kurz auf die auf Basis von mechanischen Modellen beruhende rheologische Betrachtungsweise des Kriechens eingegangen. Ein weiterer Abschnitt befasst

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Das Überkonsolidationsverhältnis *OCR* (Over-Consolidation-Ratio) ist das Verhältnis der vorhandenen Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_{p0}$  zur aktuell wirksamen Spannung  $\sigma'$  (*OCR* =  $\frac{\sigma_{p0}}{\sigma'}$ ).

sich mit empirischen Formulierungen, die in der Praxis angewandt werden. Der wesentliche Unterschied im Vergleich zu den am Ende dieses Kapitels vorgestellten unterschiedlichen Möglichkeiten von "mathematisch-physikalischen" Stoffgesetzen ist die Tatsache, dass diese empirischen Formulierungen keinen ganzheitlichen Zusammenhang zwischen dem Dehnungstensor und dem Spannungstensor <sup>2</sup> abbilden, sondern nur Beziehungen zwischen einzelnen Komponenten der Tensoren beschreiben.

Die Entwicklung eines differentiellen eindimensionalen elasto/viskoplastischen Stoffgesetzes ist das Ziel des Kapitels 4. Es werden die einzelnen klassischen Setzungsanteile definiert und verschiedene Möglichkeiten ihrer Bestimmung aufgezeigt. Danach wird die historische Entwicklung der Modellierung von eindimensionalem Kompressionsverhalten weicher Böden zunächst ohne Berücksichtigung von viskosem, d. h. zeitabhängigem, und anschließend mit Berücksichtigung von viskosem Materialverhalten vorgestellt. In beiden Fällen wird auf die Entwicklung des Erdruhedruckbeiwertes  $K_0$  und die Bestimmung bzw. Entwicklung der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  mit der Zeit eingegangen. Auf der Basis von bestehenden Formulierungen für viskoses Materialverhalten wird eine Differentialgleichung entwickelt, mit der es möglich ist, beliebige eindimensionale Belastungsvorgänge zu simulieren sowie die Entwicklung der Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  mit der Zeit vorherzusagen. Die Dehnungsgeschwindigkeit wird dafür in einen elastischen und einen viskoplastischen Anteil aufgespalten. Der elastische Anteil wird spannungsabhängig formuliert. Die Entwicklung der viskoplastischen Dehnungen mit der Zeit ist in einem halblogarithmischen Zeit-Dehnungs-Diagramm linear.

Isotropes dreidimensionales Materialverhalten von weichen Böden wird in Kapitel 5 behandelt. Wie im Falle des eindimensionalen Materialverhaltens werden zunächst als Grundlage Stoffgesetze betrachtet, die viskoses Materialverhalten nicht berücksichtigen. Anschließend wird eine Auswahl von Stoffgesetzen vorgestellt, die viskoses Materialverhalten berücksichtigen. Die Erweiterung des in Kapitel 4 vorgestellten differentiellen eindimensionalen elasto/viskoplastischen Stoffgesetzes auf allgemeine dreidimensionale Spannungszustände erfolgt unter Verwendung des *Overstress*-Konzepts von PERZYNA (1963). Die wesentlichen Eigenschaften des sogenannten *Soft-Soil-Creep* Modells sind:

- Grenzbedingung nach MOHR-COULOMB
- Aufspaltung der Dehnungsgeschwindigkeiten in einen elastischen (spannungsabhängig) und einen viskoplastischen Anteil
- Bestimmung der viskoplastischen Dehnungsgeschwindigkeiten über das Verhältnis von zwei Vergleichsspannungen, die zum einen den aktuellen effektiven Spannungszustand und zum anderen eine Vorkonsolidationsspannung repräsentieren
- Verfestigungsgesetz für die Vorkonsolidationsspannung als Funktion der akkumulierten viskoplastischen Volumendehnung

Das *Soft-Soil-Creep* Modell ist in gewisser Weise eine Erweiterung des *Modified Cam-Clay* bzw. des *Soft-Soil* Modells (vgl. Kapitel 5), das viskoplastische Dehnungen berücksichtigt, da die verwendeten Definitionen für "Fließfläche" bzw. Zustandsfläche sowie Potentialfläche identisch sind.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Ein Dehnungs- bzw. Spannungstensor ist die mathematische Darstellung eines Dehnungs- bzw. Spannungszustandes in geeigneter Matrizenform.

Auf die Anisotropie von weichen Böden wird in Kapitel 6 eingegangen. Zunächst werden die grundlegenden Eigenschaften und unterschiedliche Möglichkeiten der Modellierung von Anisotropie vorgestellt. Beispielhaft werden Modelle für drei unterschiedliche Möglichkeiten der Modellierung von Anisotropie aufgeführt.

- Modelle im allgemeinen Spannungsraum
- Microplane Modelle
- Multilaminate Modelle

Anschließend werden die mathematischen Grundlagen des *Multilaminate* Konzepts vorgestellt, bevor das in Kapitel 5 entwickelte differentielle dreidimensionale elasto/ viskoplastische Stoffgesetz auf Basis dieser erweitert wird, um anisotropes Materialverhalten abbilden zu können. Das makroskopische dreidimensionale Materialverhalten wird dabei auf eine Materialbeschreibung auf charakteristischen mikroskopischen Ebenen reduziert. Die Auswertung des Stoffgesetzes auf den charakteristischen raumfesten Ebenen und die Integration über diese ergibt letztendlich eine makroskopische anisotrope Materialbeschreibung. Diese Art der Modellierung kann als Bindeglied zwischen der Modellierung auf *Makroebene* (kontinuumsmechanische Modellierung) und *Mikroebene* (diskrete Modellierung einzelner Partikel) interpretiert werden.

Das sogenannte *Multilaminate-Creep* Modell besitzt auf einer Ebene dieselben wesentlichen Eigenschaften wie das *Soft-Soil-Creep* Modell:

- Grenzbedingung nach MOHR-COULOMB
- Aufspaltung der Dehnungsgeschwindigkeiten in einen elastischen (spannungsabhängig) und einen viskoplastischen Anteil
- Bestimmung der viskoplastischen Dehnungsgeschwindigkeiten über das Verhältnis von zwei Vergleichsspannungen, die zum einen den aktuellen effektiven Spannungszustand und zum anderen eine Vorkonsolidationsspannung auf den einzelnen Ebenen repräsentieren
- Verfestigungsgesetz für die Vorkonsolidationsspannung als Funktion der akkumulierten viskoplastischen normalen Dehnung auf einer Ebene

Darüber hinaus sind die lokalen Normal- und Schubspannungen auf den einzelnen Ebenen aufgrund ihrer raumfesten Anordnung nicht nur von der Größe der Hauptspannungen im Falle eines allgemeinen dreidimensionalen Spannungszustands, sondern auch von deren Richtung abhängig. Aufgrund dieser Tatsache lässt sich mit dem *Multilaminate-Creep* Modell auch anisotropes Materialverhalten abbilden. Das *Multilaminate-Creep* Modell ist somit eine Erweiterung des *Soft-Soil-Creep* Modells und damit auch des *Modified Cam-Clay* bzw. des *Soft-Soil* Modells, das viskoplastische Dehnungen und Anisotropie berücksichtigt.

Die Parameterbestimmung für die in den Kapiteln 5 und 6 vorgestellten differentiellen dreidimensionalen elasto/viskoplastischen Stoffgesetze ist ein Bestandteil des Kapitels 7. Anhand von exemplarischen eindimensionalen Berechnungen wird gezeigt, dass sowohl die Kriechgeschwindigkeit als auch die Kriechdehnung vom modifizierten isotropen Kriechbeiwert  $\mu^*$  abhängt. Kleine Werte des modifizierten isotropen Kriechbeiwerts

 $\mu^*$  ergeben "schnelles" Kriechen oberhalb der 1-Tageslinie <sup>3</sup> und "langsames" Kriechen unterhalb der 1-Tageslinie. Bei großen Werten des modifizierten isotropen Kriechbeiwerts  $\mu^*$  ist es umgekehrt: Es ergibt sich "langsames" Kriechen oberhalb der 1-Tageslinie und "schnelles" Kriechen unterhalb der 1-Tageslinie. Des Weiteren ist die Steigung der Ergebniskurven in einem halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm unabhängig von der Laststeigerungsrate in einem simulierten Oedometerversuch konstant und entspricht dem Wert des modifizierten isotropen Kompressionsbeiwerts  $\lambda^*$ . Die Eigenschaft der vorgestellten Modelle, geschwindigkeitsabhängiges Materialverhalten abbilden zu können, wird anhand der Simulation von undrainierten Triaxialversuchen mit unterschiedlichen Vorschubgeschwindigkeiten für das Soft-Soil-Creep Modell validiert. Hohe Vorschubgeschwindigkeiten haben dabei große undrainierte Scherfestigkeiten, geringe Vorschubgeschwindigkeiten kleine undrainierte Scherfestigkeiten zur Folge. Außerdem werden zur weiteren Validierung noch undrainierte Kriechversuche unter triaxialen Randbedingungen simuliert. Auch hier können die Versuchsergebnisse wie bei den undrainierten Triaxialversuchen mit unterschiedlichen Vorschubgeschwindigkeiten gut abgebildet werden. Die Vorteile des Multilaminate-Creep Modells werden bei der Simulation von drainierten Triaxialversuchen an einem natürlichen Ton mit unterschiedlichen Spannungspfaden (Belastung/Entlastung mit  $\eta_1 = \frac{q}{n'}$  - Wiederbelastung/Entlastung mit  $\eta_2$ ) deutlich. Es zeigt sich, dass das Multilaminate-Creep Modell die Versuche deutlich besser abbildet als das *Soft-Soil-Creep* Modell. Darüber hinaus ist es möglich, mit dem Multilaminate-Creep Modell reine Hauptspannungsrotation (Hauptspannungrotation ohne Änderung der Werte der Hauptspannungen selbst) abzubilden, was mit einem isotrop formulierten Stoffgesetz, wie es das Soft-Soil-Creep Modell ist, nicht möglich ist.

Die Anwendung der differentiellen dreidimensionalen elasto/viskoplastischen Stoffgesetze (Soft-Soil-Creep Modell und Multilaminate-Creep Modell) auf geotechnische Randwertprobleme erfolgt in Kapitel 8. Zunächst wird anhand eines Versuchsdamms in Skå Edeby, Schweden, gezeigt, wie wichtig es im Falle von weichen Böden ist, viskoplastisches Materialverhalten zu berücksichtigen. Dazu werden die Simulationsergebnisse des Soft-Soil-Creep Modells und des Multilaminate-Creep Modells mit einem elastischplastischen Stoffgesetz, dem Soft-Soil Modell, sowie mit Messergebnissen verglichen. Es zeigt sich, dass nur die elasto/viskoplastischen Stoffgesetze die gemessenen Verformungen (vertikal und horizontal) sowie die Porenwasserüberdrücke korrekt abbilden können. Anisotropes Materialverhalten spielt hier nur eine untergeordnete Rolle, sodass die Ergebnisse des Soft-Soil-Creep Modells und des Multilaminate-Creep Modells sehr ähnlich sind. Eine weitere Fallstudie ist die Modellierung der Baugeschichte des Schiefen Turms von Pisa unter Verwendung des Soft-Soil-Creep Modells. Die Simulation der Neigungs- und Setzungsgeschichte des Turms wird mit Hilfe von vorhandenen Schätzund Messergebnissen kalibriert. Dies ist trotz guter Baugrunderkundung notwendig, da es sich hierbei um ein hoch komplexes geotechnisches Randwertproblem handelt, bei dem auch geometrische Nicht-Linearitäten zu berücksichtigen sind. Mit Hilfe des

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Die 1-Tageslinie entspricht der Ergebniskurve eines Standard-Oedometerversuchs mit tageweiser Belastungssteigerung in einem halblogarithmischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm.

kalibrierten Modells wird eine Aussage über die weitere Neigungs- und Setzungsentwicklung getroffen.

### 9.2 Ausblick

Die beiden in dieser Arbeit vorgestellten dreidimensionalen elasto/viskoplastischen Modelle (*Soft-Soil-Creep* Modell und *Multilaminate-Creep* Modell) berücksichtigen keine Temperatureffekte. Arbeiten z. B. von ERIKSSON (1989) und MARQUES U. A. (2004) zeigen aber, dass die Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  von der aktuell herrschenden Temperatur abhängig ist. LEROUEIL UND MARQUES (1996) kommen aufgrund einer Zusammenstellung von Versuchsergebnissen unterschiedlicher Autoren zum Schluss, dass in einem Bereich von 5 bis 40°*C* die Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$  durchschnittlich nahezu um 1% pro °*C* abnimmt. Je geringer die Temperatur bei der Versuchsdurchführung, desto höher ist folglich die Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$ . Eine mögliche Erweiterung der vorgestellten Stoffgesetze wäre die Berücksichtigung des Temperatureinflusses auf die Vorkonsolidationsspannung  $\sigma_p$ . Die multiplikative Verknüpfung einer Funktion, welche die Temperatur berücksichtigt, mit Gleichung 4.59 ist hierfür eine geeignete Herangehensweise (vgl. Gleichung 9.1).

$$\sigma_p = \sigma_{p0} \cdot f(T) \cdot \exp \frac{\varepsilon^{vis}}{B - A}$$
(9.1)

Die Arbeit von CUDNY UND VERMEER (2004) bietet einen Ansatz, im Rahmen des *Multilaminate* Konzepts Struktur zerstörende Effekte (*destructuration*) bei weichen Böden in Kombination mit inhärenter Anisotropie (vgl. Kapitel 6) zu berücksichtigen. Die inhärente Anisotropie wird darin durch eine räumliche Gewichtung der Vorkonsolidationsspannung auf den Ebenen  $\sigma_{np}$  mittels eines sogenannten *Mikrostruktur Tensors* nach PIETRUSZCZAK UND PANDE (2001) modelliert. Eine mögliche Kombination des *Multilaminate-Creep* Modells mit den Ansätzen von CUDNY UND VERMEER (2004) würde es erlauben, viskoplastisches und von der Struktur abhängiges Materialverhalten inklusive induzierter und inhärenter Anisotropie abzubilden.

Die Kombination des *Soft-Soil-Creep* Modells mit dem *S-CLAY1*-Modell (vgl. Kapitel 5) wäre eine weitere Möglichkeit, viskoplastisches und anisotropes Materialverhalten mit einem einzigen Stoffgesetz, wie im Fall des *Multilaminate-Creep* Modells, simulieren zu können. Eine solche Kombination wird in VERMEER U. A. (2006) vorgestellt. Eine weiterführende denkbare Kombination wäre die Verknüpfung des *Soft-Soil-Creep* Modells mit dem *S-CLAY1S*-Modell, sodass zusätzlich noch Struktur zerstörende Effekte, wie bei einer Kombination der Arbeit von CUDNY UND VERMEER (2004) und dem *Multilaminate-Creep* Modell, berücksichtigt werden könnten.

## Literaturverzeichnis

- **Aboshi 1973** ABOSHI, H.: An experimental investigation on the similitude in the consolidation of a soft clay including the secondary creep settlement. In: *Proceedings of the VIIIth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Moskau* Bd. 4.3, 1973, S. 88
- Adachi und Oka 1982a ADACHI, T. ; OKA, F.: Constitutive equation for normally consolidated clays based on elasto-viscoplasticity. In: *Soils and Foundations* 22 (1982), Nr. 4, S. 57–70
- Adachi und Oka 1982b ADACHI, T. ; OKA, F.: Constitutive equations for normally consolidated clays and assigned works for clay. In: PANDE, Gyan N. (Hrsg.) ; ZIEN-KIEWICZ, O. C. (Hrsg.): *Results of the International Workshop on Consitutive Relations for Soils, Grenoble* Bd. 1. Rotterdam : A.A. Balkema, 1982, S. 123–140
- Adachi u. a. 1987 ADACHI, T. ; OKA, F. ; MIMURA, M.: Mathematical structure of an overstressed elasto-viscoplastic model for clay. In: *Soils and Foundations* 27 (1987), Nr. 3, S. 31–42
- Adachi und Okano 1974 ADACHI, T. ; OKANO, M.: A constitutive equation for normally consolidated clay. In: *Soils and Foundations* 14 (1974), Nr. 4, S. 55–73
- **A.G.I. 1991** A.G.I.: Pisa Bell Tower. In: Proceedings of the Xth European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Florence, The Contribution of Geotechnical Engineering to the Preservation of Italian Historic Sites, 1991, S. 105–108
- **Akagi und Saitoh 1994** AKAGI, H. ; SAITOH, J.: Dilatancy characteristics of clayey soil under principal axes rotation. In: *Proceedings of the International Symposium on Prefailure Deformation Characteristics of Geomaterial, Sapporo* Bd. 1, 1994, S. 311–314
- **Akagi und Yamamoto 1997** AKAGI, H. ; YAMAMOTO, H.: Stress-dilatancy relation of undisturbed clay under principal axes rotation. In: ASOAKA, Askira (Hrsg.) ; AD-ACHI, Toshihisa (Hrsg.) ; OKA, Fusao (Hrsg.): *Deformation and Progressive Failure in Geomechanics, Nagoya, Japan*, 1997, S. 211–216
- **Allam und Sridharan 1984** ALLAM, Mether M. ; SRIDHARAN, A.: Discussion on a simple question about consolidation by John H. Schmertmann. In: *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* 110 (1984), Nr. 5, S. 671–672

- **Anandarajah und Dafalias 1986** ANANDARAJAH, A. ; DAFALIAS, Y. F.: Bounding surface plasticity. III: application to anisotropic cohesive soils. In: *Journal of Engineering Mechanics, ASCE* 112 (1986), Nr. 2, S. 1292–1318
- **Ansal u. a. 1979** ANSAL, Attilla M. ; BAŽANT, Zdeněk P. ; KRIZEK, Raymond J.: Viscoplasticity of normally consolidated clays. In: *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE* 105 (1979), Nr. 4, S. 519–537
- Arthur u. a. 1980 ARTHUR, J. R. F.; CHUA, K. S.; DUNSTAN, T.; DEL RODERIGUEZ, C.: Principal stress rotation: a missing parameter. In: *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE* 106 (1980), Nr. 4, S. 419–433
- **Atkinson u. a. 1987** ATKINSON, J. H.; RICHARDSON, D.; ROBINSON, P.: Compression and extension of  $K_0$  normally consolidated Kaolin clay. In: *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE 113 (1987), Nr. 12, S. 1468–1482
- **Atterberg 1911** ATTERBERG, A.: Die Plastizität der Tone. In: *Internationale Mitteilungen für Bodenkunde* 1 (1911), S. 10
- **Banerjee und Yousif 1986** BANERJEE, P. K. ; YOUSIF, N. B.: A plasticity model for the mechanical behaviour of anisotropically consolidated clay. In: *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 10 (1986), Nr. 5, S. 521–541
- **Barden 1965** BARDEN, Laing: Consolidation of clay with non-linear viscosity. In: *Géotechnique* 15 (1965), Nr. 4, S. 345–362
- **Batdorf und Budiansky 1949** BATDORF, S. B. ; BUDIANSKY, B.: A mathematical theory of plasticity based on the concept of slip / National Advisory Committee for Aeronautics. Washington, D. C., 1949 (1871). Technical Note
- Bažant u. a. 2000 BAŽANT, Zdeněk P. ; CANER, Ferhun C. ; CAROL, Ignacio ; ADLEY, Mark D. ; AKERS, Stephen A.: Microplane model M4 for concrete. I: Formulation with work-conjugate deviatoric stress. In: *Journal of Engineering Mechanics. ASCE* 126 (2000), Nr. 9, S. 944–953
- **Bažant und Oh 1985** BAŽANT, Zdeněk P. ; OH, Byung H.: Microplane model for progressive fracture of concrete and rock. In: *Journal of Engineering Mechanics. ASCE* 111 (1985), Nr. 4, S. 559–582
- **Bažant und Oh 1986** BAŽANT, Zdeněk P. ; OH, Byung H.: Efficient numerical integration on the surface of a sphere. In: *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik ZAMM* 66 (1986), Nr. 1, S. 37–49
- Bažant und Prat 1988a BAŽANT, Zdeněk P. ; PRAT, Pere C.: Microplane model for brittle-plastic material: I. Theory. In: *Journal of Engineering Mechanics. ASCE* 114 (1988), Nr. 10, S. 1672–1688

- Bažant und Prat 1988b BAŽANT, Zdeněk P. ; PRAT, Pere C.: Microplane model for brittle-plastic material: II. Verification. In: *Journal of Engineering Mechanics. ASCE* 114 (1988), Nr. 10, S. 1689–161702
- **Berre und Iversen 1972** BERRE, T. ; IVERSEN, K.: Oedometer tests with different specimen heights on a clay exhibiting large secondary compression. In: *Géotechnique* 22 (1972), Nr. 1, S. 53–70
- **Bishop 1967** BISHOP, A. W.: Progressive failure with special reference to the mechanism causing it. In: *Proceedings of the Geotechnical Conference, Oslo* Bd. 2, 1967, S. 142–150
- **Bizzarri und Allersma 2003** BIZZARRI, A. ; ALLERSMA, H. G. B.: Creep tests on reconstituted soft clay. In: P. A. VERMEER, M. K. (Hrsg.) ; CUDNY, M. (Hrsg.): *Proceedings of the International Workshop on Geotechnics of Soft Soils - Theory and Practice, Noordwijkerhout, The Netherlands*. Essen : Verlag Glückauf, 2003, S. 391–396
- **Bjerrum 1967** BJERRUM, L.: 7th Rankine Lecture: Engineering geology of Norwegian normally-consolidated marine clays as related to settlements of buildings. In: *Géotechnique* 17 (1967), Nr. 1, S. 81–118
- **Borja und Kavazanjian 1985** BORJA, Ronaldo I. ; KAVAZANJIAN, Edward: A constitutive model for the stress-strain-time behaviour of 'wet' clays. In: *Géotechnique* 35 (1985), Nr. 3, S. 283–298
- **Brinkgreve 1994** BRINKGREVE, Ronald Bastiaan J.: *Geomaterial models and numerical analysis of softening*, Delft University, Dissertation, 1994
- **Brinkgreve 2002** BRINKGREVE, Ronald Bastiaan J. (Hrsg.): *PLAXIS Finite Element Code* for Soil and Rock Analyses, Version 8. Lisse : A.A. Balkema, 2002
- **Brinkgreve und Vermeer 1998** BRINKGREVE, Ronald Bastiaan J. (Hrsg.) ; VERMEER, Pieter A. (Hrsg.): *PLAXIS Finite Element Code for Soil and Rock Analyses, Version 7.* Rotterdam : A.A. Balkema, 1998
- **Brinkgreve und Vermeer 2001** BRINKGREVE, Ronald Bastiaan J. (Hrsg.); VERMEER, Pieter A. (Hrsg.): *PLAXIS Finite Element Code for Soil and Rock Analyses, 3D Tunnel, Version 1.* Lisse : A.A. Balkema, 2001
- Broms und Casbarian 1965 BROMS, B. B. ; CASBARIAN, A. O.: Effects of rotation of the principal stress axes and of the intermediate principal stress on the shear strength. In: *Proceedings of the VIth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, *Montreal* Bd. 1, 1965, S. 179–183
- **Buchmaier 1985** BUCHMAIER, Roland F.: *Zur Berechnung von Konsolidationsproblemen bei nichtlinearem Stoffverhalten*, Universität Stuttgart, Dissertation, 1985. Mitteilungen des Instituts für Geotechnik, Heft 23

- **Burland 1965** BURLAND, John B.: The yielding and dilation of clay (Correspondence). In: *Géotechnique* 15 (1965), Nr. 2, S. 211–214
- **Burland 1967** BURLAND, John B.: *Deformation of Soft Clay*, Cambridge University, Dissertation, 1967
- **Burland 1990** BURLAND, John B.: 30th Rankine Lecture, On the compressibility and shear strength of natural clays. In: *Géotechnique* 40 (1990), Nr. 3, S. 329–378
- **Butterfield 1979** BUTTERFIELD, R.: A natural compression law for soils (an advance on e-log p'). In: *Géotechnique* 29 (1979), Nr. 4, S. 469–480
- Calabresi u. a. 1996 CALABRESI, G. ; RAMPELLO, S. ; CALLISTO, L. ; VIGGIANI, G. M. B.: The Leaning Tower of Pisa Soil parameters for the numerical modelling of the tower resulting from most recent investigations / Laboratorio Geotecnica, Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Universita di Roma "La Sapienza". 1996. Report
- **Calladine 1971** CALLADINE, C. R.: A microstructural view of the mechanical properties of saturated clay. In: *Géotechnique* 21 (1971), Nr. 4, S. 391–415
- Casagrande 1936 CASAGRANDE, Arthur: The determination of the preconsolidation load and its practical significance. In: *Proceedings of the 1st International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Cambridge, Massachusetts* Bd. 3, 1936, S. 60– 64
- **Casagrande 1939** CASAGRANDE, Arthur: Notes on soil mechanics, First Semester / Harvard University Graduate School of Engineering. 1939. – Vorlesungsunterlagen
- **Casagrande 1947** CASAGRANDE, Arthur: Classification and identification of soils. In: *Proceedings of the American Society of Civil Engineers* 73 (1947), S. 783–810
- **Casagrande und Carillo 1944** CASAGRANDE, Arthur ; CARILLO, N.: Shear failure of anisotropic materials. In: *Journal of the Boston Society of Civil Engineers* 31 (1944), S. 74–87 bzw. 122–135
- **Christie und Tonks 1985** CHRISTIE, I. F. ; TONKS, D. M.: Developments in the time lines theory of consolidation. In: *Proceedings of the XIth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, San Francisco* Bd. 2, 1985, S. 423–426
- **Cudny und Vermeer 2004** CUDNY, Marcin ; VERMEER, Pieter A.: On the modelling of anisotropy and destructuration of soft clays within the multi-laminate framework. In: *Computer and Geotechnics* 31 (2004), Nr. 1, S. 1–22
- **Dafalias 1981** DAFALIAS, Y. F.: The concept and application of bounding surface in plasticity theory. In: *Proceedings of the IUTAM Symposium Physical Non-Linearities in Structural Analysis, Seulis*, 1981, S. 56–63

- **Dafalias 1982** DAFALIAS, Y. F.: Bounding surface elastoplasticity viscoplasticity for particulate cohesive media. In: *Proceedings of the IUTAM Symposium Deformation and Failure of Granular Materials, Delft*, 1982, S. 97–107
- **Dafalias 1987** DAFALIAS, Y. F.: An anisotropic critical state clay plasticity model. In: *Proceedings of the 11nd International Conference on Constitutive Laws for Engineering Materials, Tuscon, Arizona* Bd. 1, 1987, S. 513–522
- **Darve und Vuaillat 1982** DARVE, Felix ; VUAILLAT, P.: A visco-elasto-plastic law for clays and its use. In: *Proceedings of the IVth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Edmonton*, 1982, S. 131–138
- **Diaz-Rodriguez u. a. 1992** DiAZ-RODRIGUEZ, J. A.; LEROUEIL, Serge; ALEMAN, J. D.: Yielding of Mexico city clay and other natural clays. In: *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE 118 (1992), Nr. 7, S. 981–995
- **DIN 18121-1 1998** DIN 18121-1: Baugrund, Untersuchung von Bodenproben Wassergehalt - Teil 1: Bestimmung durch Ofentrocknung. April 1998
- **DIN 18121-2 2001** DIN 18121-2: *Baugrund, Untersuchung von Bodenproben Wassergehalt - Teil 2: Bestimmung durch Schnellverfahren.* August 2001
- **DIN 18122-1 1997** DIN 18122-1: Baugrund, Untersuchung von Bodenproben; Zustandsgrenzen (Konsistenzgrenzen) - Teil 1: Bestimmung der Fließ- und Ausrollgrenze. Juli 1997
- **DIN 18122-2 2000** DIN 18122-2: *Baugrund, Untersuchung von Bodenproben; Zustandsgrenzen (Konsistenzgrenzen) - Teil 2: Bestimmung der Schrumpfgrenze.* September 2000
- **DIN 18123 1996** DIN 18123: *Baugrund, Untersuchung von Bodenproben: Bestimmung der Korngrößenverteilung.* November 1996
- **DIN 18128 2002** DIN 18128: *Baugrund, Untersuchung von Bodenproben: Bestimmung des Glühverlusts.* Dezember 2002
- **DIN 18129 1996** DIN 18129: *Baugrund, Untersuchung von Bodenproben: Kalkgehaltsbestimmung.* November 1996
- **DIN 18132 1995** DIN 18132: *Baugrund, Versuche und Versuchsgeräte: Bestimmung des Wasseraufnahmevermögens.* Dezember 1995
- **DIN 18135 E 1999** DIN 18135 E: Baugrund, Untersuchung von Bodenproben: Eindimensionaler Kompressionsversuch Entwurf. Juni 1999
- **DIN 18137-1 1990** DIN 18137-1: Baugrund, Versuche und Versuchsgeräte: Bestimmung der Scherfestigkeit, Begriffe und grundsätzliche Versuchsbedingungen Teil 1. August 1990
- **DIN 18137-2 1990** DIN 18137-2: *Baugrund, Versuche und Versuchsgeräte: Bestimmung der Scherfestigkeit, Triaxialversuch Teil 2.* Dezember 1990

- **DIN 18137-3 2002** DIN 18137-3: *Baugrund, Versuche und Versuchsgeräte: Bestimmung der Scherfestigkeit, Teil 3: Direkter Scherversuch.* September 2002
- **DIN 18196 1988** DIN 18196: *Erd- und Grundbau: Bodenklassifikation für bautechnische Zwecke*. Oktober 1988
- **DIN 4022-1 1987** DIN 4022-1: Baugrund und Grundwasser: Benennen und Beschreiben von Boden und Fels Teil 1: Schichtenverzeichnis für Bohrungen ohne durchgehende Gewinnung von gekernten Proben im Boden und Fels. September 1987
- **Djoenaidi 1985** DJOENAIDI, W. J.: *A compendium of soil properties and correlations*, University of Sydney, M. Eng. Sc. Thesis, 1985
- **Drucker 1950** DRUCKER, D. C.: Some implications of work hardening and ideal plasticity. In: *Quarterly of Applied Mathematics* 10 (1950), Nr. 2, S. 157–165
- **Drucker 1951** DRUCKER, D. C.: A more fundamental approach to plastic stress-strain relations. In: *Proceedings of the US National Congress of Applied Mechanics*, 1951, S. 487–491
- **Drucker und Prager 1952** DRUCKER, D. C. ; PRAGER, W.: Soil mechanics and plastic analysis or limit design. In: *Quarterly of Applied Mathematics* 7 (1952), Nr. 4, S. 411–418
- **Engel 2002** ENGEL, Jens: *Verfahren zur Festlegung von Kennwerten für bodenmechanische Nachweise*, Technische Universität Dresden, Habilitationsschrift, 2002. Mitteilungen des Instituts für Geotechnik, Heft 10
- **Engesgaar 1968** ENGESGAAR, H.: *Experimental investigation of the time resistance under laboratory consolidation of clay samples,* The Technical University of Norway, Trondheim, Diploma Thesis in Norwegian, 1968
- Eriksson 1989 ERIKSSON, L. G.: Temperature effects on consolidation properties of sulphide clays. In: *Proceedings of the XXIIth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rio de Janeiro* Bd. 3. Rotterdam : A.A. Balkema, 1989, S. 2087–2090
- **Eyring 1936** EYRING, Henry: Viscosity, plasticity, and diffusion as examples of absolute reaction rates. In: *Journal of Chemical Physics* 4 (1936), S. 283–291
- **Finn und Shead 1973** FINN, W. D. L. ; SHEAD, D.: Creep and creep rupture of an undisturbed sensitive clay. In: *Proceedings of the VIIIth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Moskau* Bd. 1.1, 1973, S. 135–142
- **Flavigny und Nova 1990** FLAVIGNY, E. ; NOVA, R.: Viscous properties of geomaterials. In: *Geomaterials*. Elsevier Applied Science, 1990, S. 27–54
- **Fliege und Maier 1996** FLIEGE, J. ; MAIER, U.: A two-stage approach for computing cubature formulae for the sphere / Fachbereich Mathematik, Dortmund University, Germany. 1996 (139T). Ergebnisbericht angewandte Mathematik

- **Fliege und Maier 1999** FLIEGE, J. ; MAIER, U.: The distribution of points on the sphere and corresponding cubature formulae. In: *Journal Numerical Analysis, IMA* 19 (1999), Nr. 2, S. 317–334
- **Förster 1996** FÖRSTER, Wolfgang: *Mechanische Eigenschaften der Lockergesteine*. 1. Auflage. Stuttgart · Leipzig : Teubner, 1996 (Teubner Studienbücher Bauwesen)
- **Gajo und Wood 2001** GAJO, A. ; WOOD, D. M.: A new approach to anisotropic, bounding surface plasticity: general formulation and simulations of natural and reconstituted clay behaviour. In: *International Journal for Numerical Analyses and Methodes in Geomechanics* 25 (2001), Nr. 2, S. 207–241
- **Garlanger 1972** GARLANGER, J. E.: The consolidation of soils exhibiting creep under constant effective stress. In: *Géotechnique* 22 (1972), Nr. 1, S. 71–78
- **Gebreselassie 2003** GEBRESELASSIE, B.: *Experimental, analytical and numerical investigations of excavations in normally consolidated soft soils,* Universität Gesamthochschule Kassel, Dissertation, 2003. – Schriftenreihe Geotechnik, Heft 14
- **Ghaboussi und Gioda 1977** GHABOUSSI, J. ; GIODA, G.: On the time-dependent effects in advancing tunnels. In: *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 1 (1977), Nr. 3, S. 249–269
- **Goodman 1980** GOODMAN, Richard E.: *Introduction to Rock Mechanics*. New York, Chichester, Brisbane, Toronto : John Wiley & Sons, 1980
- **Graham u. a. 1983** GRAHAM, J. ; NOONAN, M. L. ; LEW, K. V.: Yield states and stressstrain relationships in a natural plastic clay. In: *Canadian Geotechnical Journal* 20 (1983), Nr. 3, S. 502–516
- **Gußmann 1990** GUSSMANN, Peter: *Berechnungen von Zeitsetzungen*. Bd. 1. Kap. 1.9, S. 271–287. In: SMOLTCZYK, Ulrich (Hrsg.): *Grundbau-Taschenbuch* Bd. 1. 4. Auflage. Berlin : Ernst & Sohn, 1990
- **Gudehus 2001** GUDEHUS, Gerd: *Stoffgesetze für Böden aus physikalischer Sicht*. Bd. 1. Kap. 1.5, S. 203–254. In: SMOLTCZYK, Ulrich (Hrsg.): *Grundbau-Taschenbuch* Bd. 1. 6. Auflage. Berlin : Ernst & Sohn, 2001
- Gudehus u. a. 1977 GUDEHUS, Gerd ; GOLDSCHEIDER, M. ; WINTER, H.: Mechanical properties of sand and clay and numerical integration methods: Some sources of errors and bounds of accuracy. S. 121–150. In: GUDEHUS, Gerd (Hrsg.): Finite elements in Geomechanics. London : Wiley, 1977 (Wiley Series in Numerical Methods in Engineering). based on papers presented at an International Symposium on Numerical Methods for Soil and Rock Mechanics, Karlsruhe, 1975
- den Haan 1994 HAAN, Evert J. den: *Vertical Compression of Soils*, Delft University, Dissertation, 1994

- Hansen 1969 HANSEN, Bent: A mathematical model for creep phenomena in clay. In: Advances in consolidation theories for clays, Proceedings of the Speciality Session No.12, 7th International Conference on soil mechanics and foundation engineering, Mexico City, 1969, S. 12–18
- **Head 1988** HEAD, Ken H.: *Manual of soil laboratory testing*. Bd. 2: Permeability, shear strength and compressibility tests. London, Plymouth : Pentech Press Limited, 1988. ELE International Limited
- **Hight u. a. 1983** HIGHT, D. W. ; GENS, Antonio ; SYMES, M. J.: The development of a new hollow cylinder apparatus for investigating the effects of principal stress rotation in soils. In: *Géotechnique* 33 (1983), Nr. 4, S. 355–383
- Hill 1950 HILL, Rodney: *The Mathematical Theory of Plasticity*. London : Oxford University Press, 1950
- **Holtz und Jamiolkowski 1985** HOLTZ, R. D. ; JAMIOLKOWSKI, Michele B.: Discussion on time dependence of letral earth pressure by Edward Kavazanjian and James K. Mitchell. In: *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* 111 (1985), Nr. 10, S. 1239–1242
- **Hu 2000** HU, Yifeng: *Zum Verformungsverhalten von wassergesättigten bindigen Böden unter zyklischer Belastung*, Universität Gesamthochschule Kassel, Habilitationsschrift, 2000. – Schriftenreihe Geotechnik, Heft 8
- **Jáky 1944** JÁKY, József: Coefficient at rest. In: *Magyar Mérnök és Építészegylet Közlönye* 22 (1944), S. 1–11. Translation from Hungarian by E.Imre
- Jamiolkowski u. a. 1985 JAMIOLKOWSKI, Michele ; LADD, C. C. ; GERMAINE, J. T. ; LANCELLOTTA, R.: New developments in field and laboratory testing of soils. In: *Proceedings of the XIth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, *San Francisco* Bd. 1, 1985, S. 57–153
- Jamiolkowski 1999 JAMIOLKOWSKI, Michele (Coordinator): Workshop on the Pisa Tower "The restoration of the Leaning Tower: Present situation and perspectives". 1999. – Pre-prints of the reports Volume 1
- Janbu 1969 JANBU, Nilmar: The resistance concept applied to deformation of soils. In: *Proceedings of the VIIth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Mexico City* Bd. 1, 1969, S. 191–196
- **JOER**, H. A.; LANIER, J.; FAHEY, M.: Deformation of granular materials due to rotation of principal axes. In: *Géotechnique* 48 (1998), Nr. 5, S. 605–619
- **de Josselin de Jong 1968** JOSSELIN DE JONG, G. de: Consolidation models consisting of an assembly of viscous elements or a cavity channel network. In: *Géotechnique* 18 (1968), Nr. 2, S. 195–228

- **Kabbaj u. a. 1986** KABBAJ, M. ; OKA, F. ; LEROUEIL, Serge ; TAVENAS, F.: Consolidation of natural clays and laboratory testing. In: YOUNG, R. N. (Hrsg.) ; TOWNSEND, F. C. (Hrsg.): *Consolidation of Soils: Testing and Evaluation*. American Society for Testing and Materials, Special Technical Publication 892, 1986, S. 378–404
- **Karstunen 1999** KARSTUNEN, Minna: *Numerical modelling of strain localization in dense sands*, The Finnish Academy of Technology, Espoo, Finland, Dissertation, 1999. Acta Polytechnica Scandinavica, Civil Engineering and Building Construction Series No. 113
- Katona und Mulert 1984 KATONA, M. G. ; MULERT, M. A.: A viscoplastic cap model for soils and rock. Kap. 17, S. 335–350. In: DESAI, C. S. (Hrsg.) ; GALLAGHER, R. H. (Hrsg.): Mechanics of Engineering Materials. Chichester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore : John Wiley & Sohn, 1984 (Wiley Series in Numerical Methods in Engineering). Invited and Theme Papers of the International Conference on Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Application, 1983, Tuscon
- **Katona 1984** KATONA, Michael G.: Evaluation of viscoplastic cap model. In: *Journal* of Geotechnical Engineering, ASCE 110 (1984), Nr. 8, S. 1106–1125
- **Kavazanjian und Mitchell 1984** KAVAZANJIAN, Edward ; MITCHELL, James K.: Time dependence of letral earth pressure. In: *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* 110 (1984), Nr. 4, S. 530–533
- Kempfert und Hu 1997 KEMPFERT, H.-G. ; HU, Yifeng: Unterbau- und Untergrundbeanspruchung infolge Eisenbahnverkehrslasten sowie Langzeitverhalten von gering tragfähigen Böden. 1997. – 1. Zwischenbericht zum DFG-Schwerpunktprogramm, Systemdynamik und Langzeitverhalten von Fahrwerk, Gleis und Untergrund
- **Kempfert und Hu 1999** KEMPFERT, H.-G. ; HU, Yifeng: Unterbau- und Untergrundbeanspruchung infolge Eisenbahnverkehrslasten sowie Langzeitverhalten von gering tragfähigen Böden. 1999. – 2. Zwischenbericht zum DFG-Schwerpunktprogramm, Systemdynamik und Langzeitverhalten von Fahrwerk, Gleis und Untergrund
- **Keverling Buisman 1936** KEVERLING BUISMAN, A. S.: Results of long duration settlement tests. In: *Proceedings of the Ist International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Cambridge, Massachusetts* Bd. 1, 1936, S. 103–107
- **Kolymbas 1978** KOLYMBAS, Dimitrios: *Ein nichtlineares viskoplastisches Stoffgesetz für Böden*, Universität Fridericiana Karlsruhe, Dissertation, 1978. Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 77
- Kolymbas 1988 KOLYMBAS, Dimitrios: *Eine konstitutive Theorie für Böden und andere körnige Stoffe*, Universität Fridericiana Karlsruhe, Habilitationsschrift, 1988. – Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 77

- Kolymbas 1991 KOLYMBAS, Dimitrios: An outline of hypoplasticity. In: Archive of Applied Mechanics Bd. 61. Springer-Verlag, 1991, S. 143–151
- Koppejan 1948 KOPPEJAN, A. W.: A formula combining the Terzaghi loadcompression relationship and the Buisman secular time effect. In: *Proceedings of the IInd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rotterdam* Bd. 3, 1948, S. 32–37
- **Korhonen 1963** KORHONEN, K. H.: Zusammendrückbarkeit von Bodenarten. In: *Proceedings of the European Conference on Problems of Settlements and Compressibility of Soils, Wiesbaden* Bd. 1, 1963, S. 37–40
- Koskinen u. a. 2002a KOSKINEN, Mirva ; KARSTUNEN, Minna ; WHEELER, Simon J.: Modelling destructuration and anisotropy of a natural soft clay. In: MESTAT (Hrsg.): *Proceedings of the V th European Conference on Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Paris*. Paris : Presses de l'ENPC/LCPC, 2002, S. 11–19
- Koskinen u. a. 2002b KOSKINEN, Mirva ; ZENTAR, Rachid ; KARSTUNEN, Minna: Anisotropy of reconstituted POKO clay. In: PANDE, Gyan N. (Hrsg.) ; PIETRUSZCZAK, Stan (Hrsg.): *Proceedings of the VIIIth International Conference on Numerical Models in Geomechanics, Rome*. Lisse : Swets & Zeitlinger, 2002, S. 99–105. – ISBN 902 5809 359 X
- Kotzias 1963 KOTZIAS, Panaghiotis C.: *Die Zusammendrückbarkeit von Schluff*, Technische Hochschule Aachen, Forschungsbericht, 1963. – Mitteilungen des Instituts für Verkehrswasserbau, Grundbau und Bodenmechanik, Heft 28
- Krajewski 1986 KRAJEWSKI, W.: Mathematische-numerische und experimentelle Untersuchung zur Bestimmung der Tragfähigkeit von in Sand gegründeten, vertikal belasteten Pfählen, RWTH Aachen, Dissertation, 1986. – Veröffentlichungen des Institutes für Grundbau, Bodenmechanik, Felsmechanik und Verkehrswasserbau, Heft 13
- **Krieg 2000** KRIEG, Stefan: *Viskoses Bodenverhalten von Mudden, Seeton und Klei,* Universität Fridericiana Karlsruhe, Dissertation, 2000. Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 150
- **Kuhl 2000** KUHL, Ellen: *Numerische Modelle für kohäsive Reibungsmaterialien*, Universität Stuttgart, Dissertation, 2000. Bericht des Institutes für Baustatik, Heft 32
- Kulhawy und Mayne 1990 KULHAWY, Fred H.; MAYNE, Paul W.: Manual on Estimating Soil Properties for Foundation design / Electric Power Research Institute. 1990.
   EL-6800 Resaerch Project 1493-6, Final Report, Palo Alto, California
- **Lacerda 1977** LACERDA, W. A.: Contribution to main session. In: *Proceedings of the IXth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Tokyo* Bd. 3, 1977, S. 347–348

- Ladd u. a. 1977 LADD, C. C. ; FOOTT, R. ; ISHIHARA, K. ; SCHLOSSER, F. ; POULOS, H. G.: Stress-deformation and strength characteristics. In: SOA Report, Proceedings of the IXth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Tokyo Bd. 2, 1977, S. 421–494
- Lambe und Whitman 1969 LAMBE, T. W. ; WHITMAN, R. V.: *Soil mechanics*. New York : John Wiley, 1969
- **van Langen 1991** LANGEN, H. van: *Numerical analysis of soil structure interaction*, Delft University of Technology, Dissertation, 1991
- Larsson 1986 LARSSON, R.: Consolidation of soft soils. 1986. Forschungsbericht. Report No. 29
- **Leinenkugel 1976** LEINENKUGEL, Hans J.: *Deformations- und Festigkeitsverhalten bindiger Erdstoffe. Experimentelle Ergebnisse und ihre physikalische Deutung*, Universität Fridericiana Karlsruhe, Dissertation, 1976. – Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 66
- **Leroueil 1995** LEROUEIL, Serge: Could it be that clays have no unique way of behaving during consolidation? In: YOSHIKUNI (Hrsg.) ; KUSAKABE (Hrsg.): *Compression and Consolidation of Clayey Soils*, 1995, S. 1039–1048
- **Leroueil u. a. 1985** LEROUEIL, Serge ; KABBAJ, M. ; F.TAVENAS ; BOUCHARD, R.: Stress-strain-strain rate relation for the compressibility of sensitive natural clays. In: *Géotechnique* 35 (1985), Nr. 2, S. 159–180
- Leroueil und Marques 1996 LEROUEIL, Serge ; MARQUES, Maria Esther S.: Importance of strain rate and temperature effects in geotechnical engineering. In: Session on Measuring and Modeling Time Dependent Soil Behavior, ASCE Convention, Woshington, D.C. Bd. Geot. Special Publication 61, 1996, S. 1–60
- **Leroueil u. a. 1983a** LEROUEIL, Serge ; SAMSON, L. ; BOZOZUK, M.: Laboratory and field determination of preconsolidation pressures at Gloucester. In: *Canadian Geotechnical Journal* 20 (1983), Nr. 3, S. 477–490
- **Leroueil u. a. 1983b** LEROUEIL, Serge ; SAMSON, L. ; MORIN, P.: Preconsolidation pressure of Champlain clays. Part II. Laboratory determination. In: *Canadian Geotechnical Journal* 20 (1983), Nr. 4, S. 803–816
- **Leroueil u. a. 1983c** LEROUEIL, Serge ; TAVENAS, F. ; LEBIHAN, J. P.: Propriétés caractéristiques des argiles de l'est du Canada. In: *Canadian Geotechnical Journal* 20 (1983), Nr. 4, S. 681–705
- **Liang und Ma 1992** LIANG, R. Y. ; MA, F.: Anisotropic plasticity model for undrained cyclic behaviour of clays. I: Theory; II: Verification. In: *Journal of Geotechnical Enginee-ring, ASCE* 118 (1992), Nr. 2, S. 229–265

- **Lo und Lovell 1983** LO, Y. K. ; LOVELL, C. W.: Prediction of soil properties from simple indices. In: *Transportation Research Record 873*. 1983, S. 43–49
- **Ludwik 1909** LUDWIK, Paul: *Elemente der technologischen Mechanik*. Berlin : Springer Verlag, 1909
- Magnan u. a. 1982 MAGNAN, J. P. ; BELKEZIZ, A. ; HUMBERT, P. ; MOURATIDIS, A.: Finite element analysis of soil consolidation with special reference to the case of strain hardening elasto-plastic stress-strain models. In: *Proceedings of the IVth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Edmonton* Bd. 1, 1982, S. 327–336
- Marcher 2003 MARCHER, Thomas: Nichtlokale Modellierung der Entfestigung dichter Sande und steifer Tone, Universität Stuttgart, Dissertation, 2003. – Mitteilungen des Instituts für Geotechnik, Heft 50
- Marques u. a. 2004 MARQUES, Maria Esther S. ; LEROUEIL, Serge ; ALMEIDA, Márcio de Souza Soares de: Viscous behaviour of St-Roch-de-l'Achigan clay, Quebec. In: *Canadian Geotechnical Journal* 41 (2004), Nr. 1, S. 25–38
- **Matsui und Abe 1985** MATSUI, T. ; ABE, T. N.: Elasto/viscoplastic consitutive equation of normally consolidated clays based on flow surface theory. In: *Proceedings of the Vth International Conference Numerical Methods in Geomechanics, Nagoya,* 1985, S. 407– 413
- Matsui und Abe 1988 MATSUI, T. ; ABE, T. N.: Verification of elasto-viscoplastic model of normally consolidated clays in undrained creep. In: SWOBODA, G. (Hrsg.): *Proceedings of the VIth International Conference Numerical Methods in Geomechanics, Innsbruck* Bd. 1. Rotterdam : A.A. Balkema, 1988, S. 453–459
- **Mayne und Kulhawy 1982** MAYNE, Paul W. ; KULHAWY, Fred H.: *K*<sub>0</sub>-OCR relationship in soil. In: *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE* 108 (1982), Nr. 6, S. 851–872
- McMeeking und Rice 1975 MCMEEKING, R. M.; RICE, J. R.: Finite-element formulations for problems of large elastic-plastic deformation. In: *International Journal of Solids and Structures* 11 (1975)
- McRoberts 1984 MCROBERTS, Ed: Discussion on a simple question about consolidation by John H. Schmertmann. In: *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* 110 (1984), Nr. 5, S. 667–669
- Melzer und Bergdahl 2001 MELZER, Klaus-Jürgen ; BERGDAHL, Ulf: *Baugrunduntersuchungen im Feld*. Bd. 1. Kap. 1.3, S. 49–116. In: SMOLTCZYK, Ulrich (Hrsg.): *Grundbau-Taschenbuch* Bd. 1. 6. Auflage. Berlin : Ernst & Sohn, 2001
- **Mesri und Castro 1987** MESRI, Gholamreza ; CASTRO, A.:  $C_{\alpha}/C_c$ -concept and  $K_0$  during secondary compression. In: *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* 113 (1987), Nr. 3, S. 230–247

- **Mesri und Choi 1985** MESRI, Gholamreza ; CHOI, Y. K.: The uniqueness of the endof-primary (EOP) void ratio-effective stress relationship. In: *Proceedings of the XIth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, San Francisco* Bd. 2, 1985, S. 587–590
- Mesri und Godlewski 1973 MESRI, Gholamreza ; GODLEWSKI, Paul M.: Coefficient of secondary compression. In: *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE* 99 (1973), Nr. 1, S. 123–137
- **Mesri und Godlewski 1977** MESRI, Gholamreza ; GODLEWSKI, Paul M.: Time- and stress-compressibility interrelationship. In: *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE* 103 (1977), Nr. 5, S. 417–430
- **Messerklinger 2001** MESSERKLINGER, Sophie: *Numerical modelling of anisotropy of soft clays*, Technische Universität Graz, Diplomarbeit, 2001. Institut für Bodenmechanik und Grundbau, Arbeitsgruppe Numerische Geotechnik
- Mitchell 1976 MITCHELL, James K. ; LAMBE, T. W. (Hrsg.) ; WHITMAN, Robert V. (Hrsg.): *Fundamentals of soil behaviour*. New York, London, Sydney, Toronto : John Wiley & Sons, Inc., 1976 (Series of Soil Engineering)
- Mitchell u. a. 1968 MITCHELL, James K. ; CAMPANELLA, Richard G. ; SINGH, Awtar: Soil creep as a rate process. In: *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, *ASCE* 94 (1968), Nr. 1, S. 231–253
- **Morin u. a. 1983** MORIN, P. ; LEROUEIL, Serge ; SAMSON, L.: Preconsolidation pressure of Champlain clays. Part I. In-situ determination. In: *Canadian Geotechnical Journal* 20 (1983), Nr. 4, S. 782–802
- **Mrŏz u. a. 1978** MRŎZ, Z. ; NORRIS, V. A. ; ZIENKIEWICZ, O. C.: An anisotropic hardening model for soils and its application to cyclic loading. In: *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 2 (1978), Nr. 3, S. 203–221
- **Murakami 1979** MURAKAMI, Yukitoshi: Excess pore-water pressure and preconsolidation effect developed in normally consolidated clays of some age. In: *Soils and Foundations* 19 (1979), Nr. 4, S. 17–29
- **Murayama 1985** MURAYAMA, S. (Hrsg.): *Constitutive laws of soils*. Bd. *Special Volume*. 1985. (Proceedings of the XIth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, San Francisco)
- **Murayama und Shibata 1961** MURAYAMA, S. ; SHIBATA, T.: Rheological properties of clays. In: *Proceedings of the Vth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Paris* Bd. 1, 1961, S. 269–273
- Näätänen u. a. 1999 NÄÄTÄNEN, Anu ; WHEELER, Simon J. ; KARSTUNEN, Minna ; LOJANDER, Matti: Experimental investigation of an anisotropic hardening model for

soft clays. In: *Proceedings of the IInd International Symposium on Pre-failure Deformation Characteristics of Geomaterials, Torino*. Lisse : A.A. Balkema, 1999, S. 541–548

- Nagaraj 1984 NAGARAJ, T. S.: Discussion on a simple question about consolidation by John H. Schmertmann. In: *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* 110 (1984), Nr. 5, S. 665–667
- Naghdi und Murch 1963 NAGHDI, P. M.; MURCH, S. A.: On the mechanical behaviour of viscoelastic/plastic solids. In: *Journal of Applied Mechanics, ASME* 30 (1963), S. 321–328
- Neher u. a. 2002 NEHER, Heiko P.; CUDNY, Marcin; WILTAFSKY, Christoph; SCHWEI-GER, Helmut F.: Modelling principal stress rotation effects with multilaminate type constitutive models for clay. In: PANDE, Gyan N. (Hrsg.); PIETRUSZCZAK, Stan (Hrsg.): Proceedings of the VIIIth International Conference on Numerical Models in Geomechanics, Rome. Lisse: Swets & Zeitlinger, 2002, S. 41–47. ISBN 902 5809 359 X
- Neher u. a. 2003 NEHER, Heiko P.; STERR, Christoph; MESSERKLINGER, Sophie; KOS-KINEN, Mirva: Numerical modelling of anisotropy of Otaniemi Clay. In: P. A. VER-MEER, M. K. (Hrsg.); CUDNY, M. (Hrsg.): *Proceedings of the International Workshop on Geotechnics of Soft Soils - Theory and Practice, Noordwijkerhout, The Netherlands*. Essen : Verlag Glückauf, 2003, S. 217–224
- Niemunis und Krieg 1996 NIEMUNIS, Andrzej ; KRIEG, Stefan: Viscous behaviour of soil under oedometric conditions. In: *Canadian Geotechnical Journal* 33 (1996), Nr. 1, S. 159–168
- **Nova 1985** NOVA, R.: Prediction of  $K_0$  variation with time for normally consolidated clay. In: MURAYAMA, S. (Hrsg.): *Proceedings of the XIth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, San Francisco* Bd. Constitutive Laws of Soils, Special Volume, 1985, S. 148–151
- **Ohde 1939** OHDE, Johann: Zur Theorie der Druckverteilung im Baugrund. In: *Der Bauingenieur* 20 (1939), Nr. 33/34, S. 451–459
- **Ohde 1949** OHDE, Johann: Vorbelastung und Vorspannung des Baugrundes und ihr Einfluss auf Setzung, Festigkeit und Gleitwiderstand. In: *Die Bautechnik* 26 (1949), Nr. 5, S. 129–134
- **Oka 1981** OKA, F.: Prediction of time-dependent behaviour of clay. In: *Proceedings of the Xth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Stockholm* Bd. 1. Rotterdam : A.A. Balkema, 1981, S. 215–218
- **Olszak und Perzyna 1964** OLSZAK, W.; PERZYNA, Piotr: The constitutive equations of the flow theory for a non-stationary yield condition. In: *Proceedings of the XIth Congress of Applied Mechanics, München,* 1964, S. 545–553

- Pande und Sharma 1983 PANDE, Gyan N. ; SHARMA, K. G.: Multi-laminate model of clays - A numerical evaluation of the influence of rotation of the principle stress axes. In: *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 7 (1983), Nr. 4, S. 397–418
- Pande und Yamada 1994 PANDE, Gyan N. ; YAMADA, M.: The multilaminate framework of models for rock and soil masses. In: *Proceedings of the 1st International Workshop on Applications of Computational Mechanics in Geotechnical Engineering, Rio de Janeiro, Brazil, 1991, 1994, S. 105–123*
- **Perzyna 1963** PERZYNA, Piotr: The consitutive equations for rate-sensitive plastic materials. In: *Quarterly of Applied Mathematics* 20 (1963)
- **Perzyna 1966** PERZYNA, Piotr: Fundamental problems in viscoplasticity. In: *Advances in Applied Mechanics* Bd. 9. New York : Academic Press, 1966, S. 243–377
- **Pietruszczak und Pande 1987** PIETRUSZCZAK, Stan ; PANDE, Gyan N.: Multi-laminate framework of soil models Plasticity formulation. In: *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 11 (1987), Nr. 6, S. 651–658
- **Pietruszczak und Pande 2001** PIETRUSZCZAK, Stan ; PANDE, Gyan N.: Description of soil anisotropy based on multi-laminate framework. In: *International Journal for Numerical Analyses and Methodes in Geomechanics* 25 (2001), Nr. 2, S. 197–206
- **Potts 1993** POTTS, D. M.: Calibrazione di un modello geotecnico agli elementi finiti e valutazione degli effetti indotti a seguito di alcuni interventi di consolidamento della torre di Pisa / GCG Computing London UK. 1993. Report
- **Potts und Burland 2000** POTTS, David M. ; BURLAND, John B.: Development and application of a numerical model for simulating the stabilsation of the Leaning tower of Pisa. In: SMITH, D. W. (Hrsg.) ; CARTER, John R. (Hrsg.): *Proceedings of Developments in Theoretical Geomechanics John Booker Memorial Symposium, Sydney*. Rotterdam : A.A. Balkema, 2000, S. 737–757
- Pruška 1973 PRUŠKA, Lumir: Effect of initial stress on the stress-strain relation. In: Proceedings of the VIIIth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Moskau Bd. 4.2, 1973, S. 26–28
- **Reiner 1969** REINER, Markus: *Rheologie in elementarer Darstellung*. 2. Auflage. München : Carl Hanser Verlag, 1969
- de Rijk 1978 RIJK, L. de: The calculation of secondary settlement in one-dimensional compression. In: *Delft Progress Report* Bd. 3. 1978, S. 237–255
- **Roscoe und Burland 1968** ROSCOE, K. H. ; BURLAND, John B.: On the generalized stress-strain behaviour of 'wet' clays. In: HEYMAN, J. (Hrsg.) ; LECKIE, F. A. (Hrsg.): *Engineering plasticity*. Cambridge : Cambridge University Press, 1968, S. 535–609

- **Roscoe u. a. 1963** ROSCOE, K.H. ; SCHOFIELD, A.N. ; THURAIRAJAH, A.: Yielding of clays in states wetter than critical. In: *Géotechnique* 13 (1963), Nr. 3, S. 211–240
- **Roscoe u. a. 1965** ROSCOE, K.H. ; SCHOFIELD, A.N. ; THURAIRAJAH, A.: Energy components during the triaxial cell and direct shear tests (Correspondence). In: *Géotechnique* 15 (1965), Nr. 1, S. 127–130
- **Rouainia und Wood 2000** ROUAINIA, M. ; WOOD, D. M.: A kinematic hardening constitutive model for natural clays with loss of structure. In: *Géotechnique* 50 (2000), Nr. 2, S. 153–164
- Sällfors 1975 SÄLLFORS, Göran: *Preconsolidation pressure of soft, high-plastic clays*, Chalmers University of Technology, Göteborg, Schweden, Dissertation, 1975. Geotechnical Departement
- **Sandler und Rubin 1979** SANDLER, I. S. ; RUBIN, D.: An algorithm and a modular subroutine for the cap model. In: *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 3 (1979), Nr. 2, S. 173–186
- **Schad 1992** SCHAD, Hermann: Zeit- und geschwindigkeitsabhängiges Materialverhalten in der Geotechnik - Experimentelle Erfassung und numerische Analyse, Universität Stuttgart, Habilitationsschrift, 1992. – Mitteilungen des Instituts für Geotechnik, Heft 36
- **Schanz 1998** SCHANZ, Tom: Zur Modellierung des mechanischen Verhaltens von Reibungsmaterialien, Universität Stuttgart, Habilitationsschrift, 1998. – Mitteilungen des Instituts für Geotechnik, Heft 45
- Scherzinger 1991 SCHERZINGER, Thomas: Materialverhalten von Seetonen Ergebnisse von Laboruntersuchungen und ihre Bedeutung für das Bauen in weichem Baugrund, Universität Fridericiana Karlsruhe, Dissertation, 1991. – Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 122
- **Schmertmann 1983** SCHMERTMANN, John H.: A simple question about consolidation. In: *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* 109 (1983), Nr. 1, S. 119–122
- **Schmertmann 1984** SCHMERTMANN, John H.: Closure of a simple question about consolidation. In: *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* 110 (1984), Nr. 5, S. 673
- **Schmidt 1966** SCHMIDT, B.: Discussion: Earth pressures at rest related to stress history. In: *Canadian Geotechnical Journal* 3 (1966), Nr. 4, S. 239–242
- Schmidt 2001 SCHMIDT, Hans-Henning: *Grundlagen der Geotechnik*. 2. Auflage. Stuttgart · Leipzig · Wiesbaden : Teubner, 2001
- **Schofield und Wroth 1968** SCHOFIELD, Andrew ; WROTH, Peter: *Critical state soil mechanics*. London, Great Britain : McGraw-Hill Book Co., 1968

- Schuller 2000 SCHULLER, Hartmut: A multilaminate model for soils and its application to numerical analysis of tunnel excavation, Technische Universität Graz, Dissertation, 2000.
   Mitteilungen des Instituts für Bodenmechanik und Grundbau, Heft 14
- **Sekiguchi 1977** SEKIGUCHI, H.: Rheological characteristics of clays. In: *Proceedings of the IXth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Tokyo* Bd. 1, 1977, S. 289–292
- Sekiguchi und Otha 1977 SEKIGUCHI, H. ; OTHA, H.: Induced anisotropy and time dependency in clays. In: Constitutive Equations of Soils, Proceedings of the IXth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Tokyo Bd. Speciality Session 9, 1977, S. 229–238
- Sherif 1973 SHERIF, Gamal: Setzungsmessungen an Industrie- und Hochbauten und ihre Auswertung, Technische Hochschule Aachen, Dissertation, 1973. – Mitteilungen aus dem Institut für Verkehrswasserbau, Grundbau und Bodenmechanik, Heft 57
- **Simons 1975** SIMONS, N. E.: Normally consolidated and lightly over-consolidated cohesive materials. In: *Conference on settlement of structure, London* Bd. General Report Session 2, 1975, S. 500–530
- Singh und Mitchell 1968 SINGH, Awtar ; MITCHELL, James K.: General stress-straintime function for soils. In: *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE* 94 (1968), Nr. 1, S. 21–46
- **Sivakumar u. a. 2001** SIVAKUMAR, V. ; DORAN, I. G. ; GRAHAM, J. ; NAVANEETHAN, T.: Relationship between  $K_0$  and overconsolidation ratio: a theoretical approach. In: *Géotechnique* 51 (2001), Nr. 3, S. 225–230. Technical note
- **Skempton 1944** SKEMPTON, A. W.: Notes on the compressibility of clays. In: *Quarterly Journal of the Geological Society London* (1944), S. 119–135
- **Skempton 1953** SKEMPTON, A. W.: The collodial "activity" of clays. In: *Proceedings* of the IIIrd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Zürich und Lausanne Bd. 1, 1953, S. 57–61
- **Smoltczyk 1993** SMOLTCZYK, Ulrich: *Bodenmechanik und Grundbau, Studienunterlagen Institut für Geotechnik Stuttgart*. Eigenverlag. 1993
- von Soos 2001 SOOS, Paul von: *Eigenschaften von Boden und Fels und ihre Ermittlung im Labor*. Bd. 1. Kap. 1.4, S. 117–201. In: SMOLTCZYK, Ulrich (Hrsg.): *Grundbau-Taschenbuch* Bd. 1. 6. Auflage. Berlin : Ernst & Sohn, 2001
- **Soydemir 1984** SOYDEMIR, Cetin: Discussion on a simple question about consolidation by John H. Schmertmann. In: *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* 110 (1984), Nr. 5, S. 669–671

- **Stamatopoulos und Kotzias 1978** STAMATOPOULOS, A. C. ; KOTZIAS, Panaghiotis C.: Soil compressibility as measured in the oedometer. In: *Géotechnique* 28 (1978), Nr. 4, S. 363–375
- **Sterr 2002** STERR, Christoph: Numerische Modellierung der Anisotropie weicher Tone, Universität Stuttgart, Diplomarbeit, 2002. – Institut für Geotechnik, Diplomarbeit 135
- **Stolle u. a. 1997** STOLLE, Dieter F. E. ; BONNIER, Paul G. ; VERMEER, Pieter A.: A soft soil model and experiences with two integration schemes. In: PANDE, Gyan N. (Hrsg.) ; PIETRUSZCZAK, Stan (Hrsg.): *Proceedings of the V1th International Conference on Numerical Models in Geomechanics, Montreal*. Rotterdam : A.A. Balkema, 1997, S. 123–128
- **Stolle u.a. 1999** STOLLE, Dieter F. E. ; VERMEER, Pieter A. ; BONNIER, Paul G.: A consolidation model for a creeping clay. In: *Canadian Geotechnical Journal* 36 (1999), Nr. 4, S. 754–759
- **Stroud 1971** STROUD, A. H.: *Approximate calculation of multiple integrals*. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall, 1971
- Svensk Standard SS 02 71 26 1991 SVENSK STANDARD SS 02 71 26: Geotechnical tests Compression properties oedometer test, CRS test- Cohesive soil / Byggstandardiseringen, Stockholm. 1991. – Schwedische Norm
- **Tang und Imai 1995** TANG, Y.X. ; IMAI, G.: A consitutive relation with creep and its application to numerical analysis of one-dimensional consolidation. In: YOSHIKUNI (Hrsg.) ; KUSAKABE (Hrsg.): *Compression and Consolidation of Clayey Soils*, 1995, S. 465–472
- **Tavenas und Leroueil 1977** TAVENAS, F. ; LEROUEIL, Serge: Effects of stresses and time on yielding of clays. In: *Proceedings of the IXth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Tokyo* Bd. 1, 1977, S. 319–326
- **Taylor 1942** TAYLOR, Donald W.: Research on consolidation of clays / Massachusetts Institute of Technology, Department of Civil and Sanitary Engineering. 1942 (82). – Forschungsbericht
- **Taylor 1948** TAYLOR, Donald W.: *Fundamentals of soil mechanics*. New York : Wiley, 1948
- **Taylor und Merchant 1940** TAYLOR, Donald W. ; MERCHANT, Wilfred: A theory of clay consolidation accounting for secondary compression. In: *Journal of Mathematics and Physics: publ. quaterly* 19 (1940), S. 167–185
- Taylor 1938TAYLOR, G. I.: Plastic strain in metals. In: Journal of Inst. Metals 62 (1938),<br/>S. 307–324

- **Terzaghi 1925** TERZAGHI, Karl: *Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage*. Leipzig und Wien : Franz Deuticke, 1925
- **Terzaghi 1941** TERZAGHI, Karl: Undisturbed clay samples and undisturbed clays. In: *Journal of the Boston Society of Civil Engineers* 28 (1941), Nr. 3, S. 211–231
- **Terzaghi und Fröhlich 1936** TERZAGHI, Karl ; FRÖHLICH, O. K.: *Theorie der Setzung von Tonschichten*. Leipzig und Wien : Franz Deuticke, 1936
- **Terzaghi und Peck 1967** TERZAGHI, Karl ; PECK, R. B.: *Soil mechanics in engineering practice*. 2. Auflage. New York : John Wiley and Sons, 1967
- **Thompson 1963** THOMPSON, W. J.: Lateral pressures in one-dimensional consolidation. In: *Proceedings of the IInd Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Tokyo* Bd. 1, 1963, S. 26–31
- **TOIVANEN**, T. L.: *Modelling the anisotropy of Otaniemi Clay*, Helsinki University of Technology, M. Eng. Sc. Thesis, 1999
- **Ulrich 1980** ULRICH, Georg: Verschiebungs- und kraftgesteuerte Plattendruckversuche auf konsolidierenden Böden, Universität Stuttgart, Dissertation, 1980. – Mitteilungen des Instituts für Geotechnik, Heft 11
- Vaid und Campanella 1977 VAID, Yoginder P. ; CAMPANELLA, Richard G.: Timedependent behaviour of undisturbed clay. In: *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE* 103 (1977), Nr. 7, S. 693–709
- **Valanis 1971** VALANIS, K. C.: A theory of viscoplasticity without a yield surface -Part I General theory and Part II Application to mechanical behaviour of metals. In: *Archives of Mechanics* 23 (1971), Nr. 4, S. 517–551
- **Vermeer und Neher 1999** VERMEER, Pieter A.; NEHER, Heiko P.: A soft soil model that accounts for creep. In: BRINKGREVE, Ronald B. J. (Hrsg.): *Proceedings of the International Symposium "Beyond 2000 in Computational Geotechnics, Amsterdam*. Rotterdam : A.A. Balkema, 1999, S. 249–261. ISBN 90 5809 040X
- **Vermeer u. a. 1997** VERMEER, Pieter A. ; STOLLE, Dieter F. E. ; BONNIER, Paul G.: From classical theory of secondary compression to modern creep. In: J.-X.YUAN (Hrsg.): *Proceedings of the International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Wuhan, China* Bd. 4. Rotterdam : A.A. Balkema, 1997, S. 2469–2478
- Vermeer 2002 VERMEER, Pieter A.: Column Vermeer On the oedometer stiffness of soft soils. In: KANT, Martin de (Hrsg.) ; HUTTEMAN, Marco (Hrsg.) ; BRAND, Peter (Hrsg.): Bulletin of the PLAXIS User Association Bd. 12. Delft, The Netherlands : Plaxis B.V., 2002, S. 2–4

- **Vermeer u. a. 2006** VERMEER, Pieter A. ; LEONI, Martino ; KARSTUNEN, Minna ; NE-HER, Heiko P.: Modelling and numerical simulation of creep in soft soils. In: *Proceedings of the IVth International Conference on Soft Soil Engineering, Vancouver, Canada,* 2006, S. to be published
- **Vogt-Breyer 1999** VOGT-BREYER, Carola: *Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Tragverhalten und zur Bemessung horizontaler Schraubanker*, Universität Stuttgart, Dissertation, 1999. – Mitteilungen des Instituts für Geotechnik, Heft 47
- **Šuklje 1957** ŠUKLJE, L.: The analysis of the consolidation process by the isotaches method. In: *Proceedings of the IVth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, London* Bd. 1, 1957, S. 200–206
- Vuaillat 1980 VUAILLAT: Properiétés visqueuses d'une argile, Grenoble, Thèse DI, 1980
- **Walker 1969** WALKER, Leonard K.: Secondary compression in the shear of clays. In: *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE* 95 (1969), Nr. 1, S. 167–188
- Wheeler 1997 WHEELER, Simon J.: A rotational hardening elasto-plastic model for clays. In: Proceedings of the XIV th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Hamburg Bd. 1. Rotterdam : A.A. Balkema, 1997, S. 431–434
- Wheeler u. a. 2003 WHEELER, Simon J. ; NÄÄTÄNEN, Anu ; KARSTUNEN, Minna ; LOJANDER, Matti: An anisotropic elastoplastic model for soft clays. In: *Canadian Geotechnical Journal* 40 (2003), Nr. 2, S. 403–418
- Whittle u. a. 1994 WHITTLE, Andrew J. ; DEGROOT, Don J. ; LADD, Charles C. ; SEAH, Tian-Ho: Model prediction of anisotropic behaviour of Boston Blue Clay. In: *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* 120 (1994), Nr. 1, S. 199–224
- **Whittle und Kavvadas 1994** WHITTLE, Andrew J.; KAVVADAS, Michael J.: Formulation of MIT-E3 constitutive model for overconsolidated clays. In: *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* 120 (1994), Nr. 1, S. 173–198
- Wiltafsky 2003 WILTAFSKY, Christoph: *A multilaminate model for normally consolidated clay*, Technische Universität Graz, Dissertation, 2003. Mitteilungen des Instituts für Bodenmechanik und Grundbau, Heft 18
- Wroth und Wood 1978 WROTH, C. P. ; WOOD, D. M.: The correlation of index properties with some basic engineering properties of soils. In: *Canadian Geotechnical Journal* 15 (1978), Nr. 2, S. 137–145
- **Wu u. a. 1966** WU, T.H. ; RESENDITZ, D. ; NEUKIRCHNER, R.J.: Analysis of consolidation by rate process theory. In: *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, *ASCE* 92 (1966), Nr. 6, S. 229–248
- Yasuhara und Ue 1983 YASUHARA, K. ; UE, S.: Incraese in undrained shear strength due to secondary compression. In: *Soils and Foundations* 23 (1983), Nr. 3, S. 50–65

- **Yin und Graham 1989** YIN, Jian-Hua ; GRAHAM, James: Viscous-elastic-plastic modelling of one-dimensional time dependent behaviour of clays. In: *Canadian Geotechnical Journal* 26 (1989), Nr. 2, S. 199–209
- Yin und Graham 1999 YIN, Jian-Hua ; GRAHAM, James: Elastic visco-plastic modelling of the time-dependent stress-strain behavior of soils. In: *Canadian Geotechnical Journal* 36 (1999), Nr. 4, S. 736–745
- **Yudhbir und Mathur 1977** YUDHBIR ; MATHUR, S. K.: Path dependent drained creep of clays. In: *Proceedings of the IXth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Tokyo* Bd. 1, 1977, S. 353–356
- Zdravcović und Potts 1999 ZDRAVCOVIĆ, Lydia ; POTTS, David M.: Advances in modelling soil anisotropy. In: KOLYMBAS, Dimitrios (Hrsg.): *Proceedings of Constitutive Modelling of Granular Material, Horton, Greece*. Berlin : Springer, 1999, S. 491–521
- van Zelst 1948 ZELST, Theodore W. van: An investigation of factors affecting laboratory consolidation of clay. In: *Proceedings of the IInd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rotterdam* Bd. 7, 1948, S. 52–61
- Zhou 1997 ZHOU, Fengming: Räumliche Konsolidationsberechnung nach der Methode der Finiten Elemente unter Berücksichtigung des elasto-plastischen Verhaltens von bindigen Böden, RWTH Aachen, Dissertation, 1997. – Veröffentlichungen des Instituts für Grundbau, Bodenmechanik, Felsmechanik und Verkehrswasserbau, Heft 31
- Zienkiewicz und Pande 1977 ZIENKIEWICZ, O. C. ; PANDE, Gyan N.: Time-dependent multilaminate model of rocks - A numerical study of deformation and failure of rock masses. In: *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 1 (1977), Nr. 3, S. 219–247
## Anhang A

## Herleitungen für das eindimensionale Materialverhalten

#### A.1 Steifemodul-Schwellbeiwert-Beziehung

Unter der Annahme eines konstanten Wiederbelastungsbeiwerts  $C_r$  gilt folgende Beziehung nach TAYLOR (1948).

$$\Delta e = e - e_0 = C_r \log \frac{\sigma'}{\sigma_0} \tag{A.1}$$

Das Dehnungsinkrement lässt sich mittels der Porenzahl wie folgt definieren.

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta e}{1+e} \tag{A.2}$$

Setzt man Gleichung A.1 in Gleichung A.2 ein, so erhält man für das Dehnungsinkrement folgende Beziehung.

$$\Delta \varepsilon = \frac{C_r \log \frac{\sigma'}{\sigma_0}}{1+e} \tag{A.3}$$

Der Sekantenmodul für den Spannungsbereich von  $\sigma_0$  bis  $\sigma'$  lässt sich somit wie folgt ermitteln.

$$E_s = \frac{\Delta \sigma'}{\Delta \varepsilon} = \frac{\sigma_0 - \sigma'}{\Delta \varepsilon} = (\sigma_0 - \sigma') \frac{1 + e}{C_r \log \frac{\sigma'}{\sigma_0}}$$
(A.4)

Der Tangentenmodul ist somit wie folgt definiert.

$$E_s = \frac{d\sigma'}{d\varepsilon} = \ln 10 \left(1 + e\right) \frac{\sigma'}{C_r} \tag{A.5}$$

### Anhang B

## Herleitungen für das dreidimensionale Materialverhalten

#### **B.1** Beziehung der Kompressionsbeiwerte $\lambda$ und $C_c$

Unter der Annahme eines konstanten Erdruhedruckbeiwerts  $K_0$  während einer Erstbelastung im Oedometer gelten folgende Beziehungen für die isotropen Spannungen p'und  $p_0$ .

$$p' = \frac{1}{3} \left( \sigma'_v + 2\sigma'_h \right) = \frac{1}{3} \left( \sigma'_v + 2K_0 \sigma'_v \right)$$
(B.1)

$$p_0 = \frac{1}{3} \left( \sigma_{v0} + 2\sigma_{h0} \right) = \frac{1}{3} \left( \sigma_{v0} + 2K_0 \sigma_{v0} \right)$$
(B.2)

Setzt man diese Gleichungen in Gleichung 5.17 ein, folgt die Beziehung.

$$e = e_0 - \lambda \ln \frac{\frac{1}{3} \left(\sigma'_v + 2K_0 \sigma'_v\right)}{\frac{1}{3} \left(\sigma_{v0} + 2K_0 \sigma_{v0}\right)} = e_0 - \lambda \ln \frac{\sigma'_v}{\sigma_{v0}}$$
(B.3)

Das Gleichsetzen von Gleichung B.3 mit Gleichung 4.9 unter der im Oedometer gültigen Voraussetzung  $\sigma'_v = \sigma'$  bzw.  $\sigma_{v0} = \sigma_0$  liefert den nachstehenden Zusammenhang.

$$e_0 - \lambda \ln \frac{\sigma'}{\sigma_0} = e_0 - C_c \log \frac{\sigma'}{\sigma_0}$$
(B.4)

Es gilt folglich für  $\lambda$  die nachstehende Beziehung.

$$\lambda = C_c \frac{\log \frac{\sigma'}{\sigma_0}}{\ln \frac{\sigma'}{\sigma_0}} = \frac{C_c}{\ln 10}$$
(B.5)

# **B.2** Beziehung der Ent–/Wiederbelastungsbeiwerte $\kappa$ und $C_r$

Differenziert man Gleichung 5.19 nach der Zeit, so erhält man Gleichung B.6.

$$\dot{e} = \kappa \frac{\dot{p}'}{p'} \tag{B.6}$$

Die Differentiation der für oedometrische Verhältnisse gültigen Gleichung 4.8 nach der Zeit ergibt die folgende Beziehung.

$$\dot{e} = \frac{C_r}{\ln 10} \frac{\dot{\sigma}'}{\sigma'} \tag{B.7}$$

Mit der Annahme, dass die Ent–/Wiederbelastung elastisch ist, lässt sich die Geschwindigkeit der effektiven hydrostatischen Spannung  $\dot{p}'$  als Geschwindigkeit der effektiven vertikalen Spannung  $\dot{\sigma}'_v = \dot{\sigma}'$  im Oedometer beschreiben.

$$\dot{p}' = \frac{1}{3} \left( \dot{\sigma}' + 2 \frac{\nu_{ur}}{1 - \nu_{ur}} \dot{\sigma}' \right) = \frac{1 + \nu_{ur}}{3 \left( 1 - \nu_{ur} \right)} \dot{\sigma}'$$
(B.8)

 $\nu_{ur}$  ist die Querdehnzahl während der Ent–/Wiederbelastung. Die aktuelle effektive hydrostatische Spannung in einem Oedometerversuch kann unter Verwendung des aktuellen Erdruhedruckbeiwerts  $K_0$  wie folgt ausgedrückt werden.

$$p' = \frac{1}{3} \left( \sigma' + 2K_0 \sigma' \right) = \frac{(1 + 2K_0) \, \sigma'}{3} \tag{B.9}$$

Setzt man Gleichung B.6 mit Gleichung B.7 unter Berücksichtigung der Gleichungen B.8 und B.9 gleich, ergibt sich folgende Beziehung.

$$\kappa \frac{\frac{1+\nu_{ur}}{3(1-\nu_{ur})} \dot{\sigma}'}{\frac{(1+2K_0)\sigma'}{2}} = \frac{C_r}{\ln 10} \frac{\dot{\sigma}'}{\sigma'}$$
(B.10)

Es gilt folglich für  $\kappa$  die nachstehende Gleichung.

$$\kappa = (1 + 2K_0) \frac{1 - \nu_{ur}}{1 + \nu_{ur}} \frac{C_r}{\ln 10}$$
(B.11)

Der aktuelle Erdruhedruckbeiwert  $K_0$  ist vom Überkonsolidationsverhältnis OCR abhängig und ändert sich während der Ent–/Wiederbelastung. Mit der Annahme eines mittleren Erdruhedruckbeiwerts von  $K_0 \approx 1,0$  und einer Querdehnzahl für die Ent–/Wiederbelastung von  $\nu_{ur} \approx 0,2$  ergibt sich für den isotropen Ent–/Wiederbelastungsbeiwert  $\kappa \approx \frac{2C_T}{\ln 10}$ .

# Anhang C

# Numerische Integrationsformel für die Oberfläche einer Kugel

# C.1 Kosinuswerte der Richtungsvektoren und Gewichtungskoeffizienten

In Tabelle C.1 sind die Kosinuswerte der Richtungen der normierten Normalenvektoren  $\mathbf{n}_i$  der einzelnen lokalen Ebenen (33 Ebenen) im Bezug auf das globale Koordinatensystem für eine Integrationsregel nach BAŽANT UND OH (1986) angegeben. Darüber hinaus sind in dieser Tabelle auch die zugehörigen Gewichtungskoeffizienten  $w_i$  für die einzelnen Ebenen zu finden. Tabelle C.1: Kosinuswerte der Richtungsvektoren und zugehörige Gewichtungskoeffizi-<br/>enten für eine symmetrische Integrationsregel unter Verwendung von  $2 \cdot 33$ <br/>Ebenen nach BAŽANT UND OH (1986).

i	$(n_x)_i$	$(n_y)_i$	$(n_z)_i$	$w_i$
1	1	0	0	$0, \overline{00985353993433}$
2	0	1	0	0,00985353993433
3	0	0	1	0,00985353993433
4	0,707106781187	0,707106781187	0	0,01629696858860
5	0,707106781187	-0,707106781187	0	0,01629696858860
6	0,707106781187	0	0,707106781187	0,01629696858860
7	0,707106781187	0	-0,707106781187	0,01629696858860
8	0	0,707106781187	0,707106781187	0,01629696858860
9	0	0,707106781187	-0,707106781187	0,01629696858860
10	0,933898956394	0,357537045978	0	0,01347888440080
11	0,933898956394	-0,357537045978	0	0,01347888440080
12	0,357537045978	0,933898956394	0	0,01347888440080
13	0,357537045978	-0,933898956394	0	0,01347888440080
14	0,933898956394	0	0,357537045978	0,01347888440080
15	0,933898956394	0	-0,357537045978	0,01347888440080
16	0,357537045978	0	0,933898956394	0,01347888440080
17	0,357537045978	0	-0,933898956394	0,01347888440080
18	0	0,933898956394	0,357537045978	0,01347888440080
19	0	0,933898956394	-0,357537045978	0,01347888440080
20	0	0,357537045978	0,933898956394	0,01347888440080
21	0	0,357537045978	-0,933898956394	0,01347888440080
22	0,437263676092	0,437263676092	0,785875915868	0,01757591298800
23	0,437263676092	0,437263676092	-0,785875915868	0,01757591298800
24	0,437263676092	-0,437263676092	0,785875915868	0,01757591298800
25	0,437263676092	-0,437263676092	-0,785875915868	0,01757591298800
26	0,437263676092	0,785875915868	0,437263676092	0,01757591298800
27	0,437263676092	0,785875915868	-0,437263676092	0,01757591298800
28	0,437263676092	-0,785875915868	0,437263676092	0,01757591298800
29	0,437263676092	-0,785875915868	-0,437263676092	0,01757591298800
30	0,785875915868	0,437263676092	0,437263676092	0,01757591298800
31	0,785875915868	0,437263676092	-0,437263676092	0,01757591298800
32	0,785875915868	-0,437263676092	0,437263676092	0,01757591298800
33	0,785875915868	-0,437263676092	-0,437263676092	0,01757591298800

### Anhang D

## Korrelationen für modifizierte isotrope Beiwerte und klassische Beiwerte

Es werden immer die Original-Korrelationen verwendet, sodass in vielen Fällen die Korrelation nicht direkt zu den modifizierten isotropen Beiwerten besteht. Eine Umrechnung in die modifizierten isotropen Beiwerte ist mit den Gleichungen 7.2, 7.3 und 7.4 möglich.

#### **D.1** Korrelationen für Kompressionsbeiwerte $C_c$ und Ent-/Wiederbelastungsbeiwerte $C_r$

$$C_c = N \left( w_L - 10 \right) \tag{D.1}$$

mit dem Wassergehalt der Fließgrenze  $w_L$  in % und N = 0,007 für gestörte Böden bzw. N = 0,009 für ungestörte Böden (SKEMPTON (1944)).

$$C_c = 0, 5 \cdot I_P \cdot \rho_s \tag{D.2}$$

mit der Plastizitätszahl  $I_P$  als Dezimalbruch und der Korndichte  $\rho_s$  in g/cm<sup>3</sup> (WROTH UND WOOD (1978)).

$$C_c = 0,0126 \cdot w_n - 0,162 \tag{D.3}$$

mit dem natürlichen Wassergehalt  $w_n$  in % (LO UND LOVELL (1983)).

$$C_c = 0,496 \cdot e_a - 0,195 \tag{D.4}$$

mit  $e_a$  als Anfangsporenzahl (LO UND LOVELL (1983)).

$$C_c = f\left(w_n\right) \tag{D.5}$$

siehe Abbildung D.1 (LAMBE UND WHITMAN (1969) sowie KORHONEN (1963)). Anhand der mittleren Regressionsgeraden in Abbildung D.1 lässt sich der Kompressionsbeiwert  $C_c$  für  $w_n > 30$  % mit folgender Gleichung D.6 ermitteln.

$$C_c = (-46,9662 + 36,8016\log(w_n)) \cdot \frac{1+e_a}{100}$$
(D.6)



Abbildung D.1: Kompressionsbeiwert  $C_c$  als Funktion des natürlichen Wassergehalts  $w_n$ aus VON SOOS (2001) nach LAMBE UND WHITMAN (1969) sowie KOR-HONEN (1963).

mit dem natürlichen Wassergehalt  $w_n$  in % und  $e_a$  als Anfangsporenzahl.

Eine Zusammenstellung von weiteren Korrelationen für den Kompressionsbeiwert  $C_c$ in Abhängigkeit der Fließgrenze  $w_L$ , der Anfangsporenzahl  $e_a$  und des natürlichen Wassergehalts  $w_n$  findet sich z. B. bei DJOENAIDI (1985) (vgl. KULHAWY UND MAYNE (1990) Seite 6-4). Darüberhinaus stellen LEROUEIL U. A. (1983C) eine Abhängigkeit des Kompressionsindex  $C_c$  von der Anfangsporenzahl  $e_a$  und der Sensitivität  $S_t$  in einem Diagramm vor.

GEBRESELASSIE (2003) gibt Korrelationen für den Kompressionsbeiwert  $C_c$  und den Ent–/Wiederbelastungsbeiwert  $C_r$  in Abhängigkeit vom natürlichen Wassergehalt  $w_n$ sowie dem Wassergehalt der Fließgrenze  $w_L$  in % für See- und Beckentone aus dem süddeutschen Raum an.

$$C_c = 0,00454 \cdot (w_n - 10) \tag{D.7}$$

$$C_c = 2,88 \cdot 10^{-4} \cdot w_L^{1,635} \tag{D.8}$$

$$C_r = 16,433 \cdot 10^{-6} \cdot w_n^{2,015}$$

$$C_r = 6,889 \cdot 10^{-6} \cdot w_L^{2,215}$$
(D.9)
(D.10)

#### D.2 Korrelationen für modifizierte isotrope Kompressionsbeiwerte $\lambda^*$

VERMEER (2002) gibt auf Grundlage von TERZAGHI UND PECK (1967) und WROTH UND WOOD (1978) sowie ENGEL (2002) folgende Korrelationen für den modifizierten isotropen Kompressionsbeiwert  $\lambda^*$ .

$$\lambda^* = 0, 2 \cdot (w_L - 0, 1) \tag{D.11}$$

mit dem Wassergehalt der Fließgrenze  $w_L$  als Dezimalbruch.

$$\lambda^* = 0, 3 \cdot I_p \tag{D.12}$$

mit der Plastizitätszahl  $I_P$  als Dezimalbruch.

#### D.3 Korrelationen für Kriechbeiwerte

Die nachfolgenden Korrelationen beziehen sich auf Kriechbeiwerte.

$$C_{\alpha} = 0,00018 \cdot w_n \tag{D.13}$$

mit dem natürlichen Wassergehalt  $w_n$  in % (SIMONS (1975)).

$$C_{\alpha\epsilon} = 0,0001 \cdot w_n \quad \text{wobei} \ C_{\alpha\epsilon} = \frac{C_{\alpha}}{1+e}$$
 (D.14)

mit dem natürlichen Wassergehalt  $w_n$  in % (MESRI UND GODLEWSKI (1973)).

#### D.4 Korrelationen für Verhältniswerte zwischen den modifizierten isotropen Beiwerten bzw. den klassischen Beiwerten

Übliche Verhältniswerte zwischen den modifizierten isotropen Beiwerten sind in den folgenden Gleichungen angegeben.

$$\kappa^* \approx \frac{\lambda^*}{2 \text{ bis } 10} \tag{D.15}$$

$$\mu^* \approx \frac{\lambda^*}{15 \text{ bis } 35} \tag{D.16}$$

Korrelationen für die klassischen Beiwerte finden sich z.B. bei MESRI UND CASTRO (1987) (vgl. auch Unterabschnitt 4.3.1).

anorganischer Ton 
$$C_{\alpha}/C_{c} = 0,04 \pm 0,01$$
 (D.17)

"hochorganischer" Ton 
$$C_{\alpha}/C_{c} = 0,05 \pm 0,01$$
 (D.18)

Auf Basis von MESRI UND GODLEWSKI (1977) geben KULHAWY UND MAYNE (1990) folgende Beziehung für die von ihnen untersuchten Torfe an.

$$C_{\alpha}/C_c = 0,075 \pm 0,01$$
 (D.19)

## Anhang E

# Betrachtungen zur Rotation der Hauptspannungen

Geotechnische Randwertprobleme beinhalten neben einer mehr-achsigen Belastung zusätzlich die Rotation der Hauptspannungen. Beispiele hierfür sind in Abbildung E.1 zu sehen. Wenn die Rotation der Hauptspannungen ohne eine Änderung der Werte der Hauptspannungen selbst erfolgt, wird dies als reine Hauptspannungsrotation bezeichnet. In diesem Fall entspricht der Spannungspfad bzw. Spannungszustand im Hauptspannungsraum einem festen Punkt.

Der Einfluss reiner Hauptspannungsrotation auf das Materialverhalten von Böden kann im Labor mit Hilfe kontrollierter Belastungsbedingungen untersucht werden. Beispiele dafür sind der "hollow cylinder apparatus" (BROMS UND CASBARIAN (1965), HIGHT U. A. (1983)), die "directional shear cell" (ARTHUR U. A. (1980)) oder der " $1\gamma 2\varepsilon$ -apparatus" (JOER U. A. (1998)).

#### E.1 Exemplarische Simulation reiner Hauptspannungsrotation

Die exemplarische Simulation einer reinen Hauptspannungsrotation unter Verwendung des *MLC*-Modells wird mit drei Rotationsgeschwindigkeiten (4, 0 Tage/1°, 0, 04 Tage/1°) bzw. 0, 0004 Tage/1°) durchgeführt, um neben den Effekten der reinen Hauptspannungsrotation auch die viskoplastischen Effekte des Modells zu verdeutlichen. Die Simulation wird, wie zuvor bei der Ermittlung der Fließfläche bzw. Zustandsfläche des *MLC*-Modells, in einem Spannungspunkt (Gaußschen Integrationspunkt) ohne Berücksichtigung von Porenwasserüberdrücken (drainierte Randbedingungen) durchgeführt. Es werden erneut die Stoffgesetzparameter von Tabelle 7.5 verwendet. In Abbildung E.2 ist der Verlauf der Normal- und Schubspannungskomponenten während der Simulation der reinen Hauptspannungsrotation dargestellt. Für den initialen Spannungszustand gilt:  $\sigma'_{xx} = \sigma'_1 = 112 \text{ kN/m}^2$ ,  $\sigma'_{yy} = \sigma'_2 = 168 \text{ kN/m}^2$  und  $\sigma'_{zz} = \sigma'_3 = 140 \text{ kN/m}^2$ .  $\sigma'_{zz}$  wird während der gesamten Simulation konstant gehalten.

Obwohl die Werte der Hauptspannungen und alle Spannungsinvarianten konstant bleiben, ändern sich im Falle des *MLC*-Modells die Werte der lokalen Spannungskomponenten (Normal- und Schubspannungen) auf den einzelnen Ebenen. Ein Vergleich der räumlichen Verteilung der lokalen Spannungskomponenten vor und nach einer Hauptspannungsrotation von  $\alpha = 60^{\circ}$  mit  $\sigma'_1 = 112 \text{ kN/m}^2$ ,  $\sigma'_2 = 168 \text{ kN/m}^2$  und  $\sigma'_3 =$ 



Abbildung E.1: Beispiele für geotechnische Randwertprobleme mit Rotation der Hauptspannungen.



Abbildung E.2: Änderung der Normal- und Schubspannungskomponenten im Falle reiner Hauptspannungsrotation für eine hydrostatische effektive Spannung von  $p' = 140 \text{ kN/m}^2$ .



Abbildung E.3: Räumliche Verteilung der lokalen Spannungskomponenten (Normalund Schubspannung).

140 kN/m<sup>2</sup> zeigt Abbildung E.3. Die Werte der lokalen Spannungskomponenten entsprechen darin den Längen der zugehörigen Normalenvektoren auf einer Sphäre. Die Darstellung ist im Gegensatz zu den in der Simulation mit dem *MLC*-Modell berücksichtigten 33 Ebenen (vgl. Abschnitt 6.2) kontinuierlich.

In den Abbildungen E.4 bis E.6 ist der Einfluss der reinen Hauptspannungsrotation auf die volumetrische Dehnung  $\varepsilon_v$  und die deviatorische Dehnung  $\varepsilon_q$  für die drei simulierten Rotationsgeschwindigkeiten abgebildet. In allen drei Diagrammen zeigt sich deutlich die Abhängigkeit der einzelnen Kurven von der Rotationsgeschwindigkeit. So hat eine hohe Rotationsgeschwindigkeit, wie erwartet, nur eine geringe volumetrische Dehnung  $\varepsilon_v$  zur Folge. Eine kleine Rotationsgeschwindigkeit hingegen verursacht eine große volumetrische Dehnung  $\varepsilon_v$ . Diese Tatsache lässt sich mit einer größeren volumetrischen Kriechdehnung  $\varepsilon_v^{vis}$  bei kleinen Rotationsgeschwindigkeiten begründen, da



Abbildung E.4: Darstellung der volumetrischen Dehnung  $\varepsilon_v$  über dem Rotationswinkel  $\alpha$ .



Abbildung E.5: Darstellung der deviatorischen Dehnung  $\varepsilon_q$  über dem Rotationswinkel  $\alpha$ .

die einzelnen Ebenen des *MLC*-Modells in diesem Fall länger einem bestimmten Spannungszustand ausgesetzt sind.



Abbildung E.6: Darstellung der volumetrischen Dehnung  $\varepsilon_v$  über der deviatorischen Dehnung  $\varepsilon_q$ .

#### E.2 Simulation von Versuchen mit reiner Hauptspannungsrotation

Im Folgenden werden mit dem MLC-Modell Versuche von AKAGI UND SAITOH (1994) und AKAGI UND YAMAMOTO (1997) zur reinen Hauptspannungsrotation simuliert und die Rechenergebnisse mit den Versuchsergebnissen verglichen. Die Simulation wird erneut in einem Spannungspunkt (GAUSSSCHEN Integrationspunkt) ohne Berücksichtigung von Porenwasserüberdrücken (drainierte Randbedingungen) durchgeführt. Die experimentellen Versuche wurden in einem "hollow cylinder apparatus" (Kreisringschergerät), vgl. z. B. HIGHT U. A. (1983), an einem Ton aus der Nähe von Tokyo, Japan, durchgeführt. AKAGI UND SAITOH (1994) verwendeten für ihre Versuche einen "reconstituted clay" (aufbereiteten Ton) und AKAGI UND YAMAMOTO (1997) einen "undisturbed clay" (ungestörten Ton). In beiden Fällen wurde nach einer anisotropen Konsolidationsphase die achsiale  $\sigma'_a$  und die in Ringrichtung  $\sigma'_{\theta}$  wirkende Spannung in Abhängigkeit von der aufzubringenden Schertorsionsspannung  $\sigma_{a\theta}$  Rechner gesteuert kontrolliert, um einen konstanten Wert für alle drei Hauptspannungen ( $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ ) zu gewährleisten. Die Abscherphase erfolgte unter drainierten Randbedingungen mit einer Belastungsgeschwindigkeit für die Schertorsionsspannung  $\sigma_{a\theta}$  von  $1, 14 \cdot 10^{-3}$  kN/m<sup>2</sup>s. Die Spannung in radialer Richtung  $\sigma'_r$  wurde während den Versuchen jeweils konstant gehalten. Die Rotation der Spannungen erfolgt deshalb in einer Ebene senkrecht zur radialen Richtung. Demzufolge ergibt sich ein kreisförmiger Spannungspfad in einem  $(\sigma'_a - \sigma'_{\theta})$ - $2\sigma_{a\theta}$ -



Abbildung E.7: Exemplarische Darstellung des Spannungspfads der Versuche von AKA-GI UND SAITOH (1994) und AKAGI UND YAMAMOTO (1997) in einem  $(\sigma'_a - \sigma'_{\theta})$ - $2\sigma_{a\theta}$ -Diagramm.

Diagramm (vgl. Abbildung E.7).

Im Fall der betrachteten Versuche von AKAGI UND SAITOH (1994) an aufbereiteten Proben beträgt der Ausgangsspannungszustand  $\sigma'_{\theta} = \sigma'_1 = 94, 16 \text{ kN/m}^2$ ,  $\sigma'_a = \sigma'_2 = 141, 24 \text{ kN/m}^2$  und  $\sigma'_r = \sigma'_3 = 117, 7 \text{ kN/m}^2$ . Die effektive hydrostatische Spannung p' beträgt folglich 117, 7 kN/m^2. Der Ausgangsspannungszustand bei den Versuchen von AKAGI UND YAMAMOTO (1997) an ungestörten Proben ist etwas höher. Hier liegt die effektive hydrostatische Spannung p' bei 140 kN/m<sup>2</sup> mit  $\sigma'_{\theta} = \sigma'_1 = 112 \text{ kN/m}^2$ ,  $\sigma'_a = \sigma'_2 = 168 \text{ kN/m}^2$  und  $\sigma'_r = \sigma'_3 = 140 \text{ kN/m}^2$ . Die Änderung der Normal- und Schubspannungskomponenten während den Versuchen bzw. der Simulation ist für eine effektive hydrostatische Spannung mit  $p' = 140 \text{ kN/m}^2$  bereits in Abbildung E.2 angegeben ( $\sigma'_{\theta} \equiv \sigma'_{xx}, \sigma'_a \equiv \sigma'_{yy}$  und  $\sigma_{a\theta} \equiv \sigma_{xy}$ ). Der Verlauf ist für eine effektive hydrostatische Spannung mit  $p' = 117, 7 \text{ kN/m}^2$  ähnlich, nur die absoluten Werte sind unterschiedlich.

In Tabelle E.1 sind die Stoffgesetzparameter des *MLC*-Modells für die Simulation der Versuche mit Hauptspannungsrotation von AKAGI UND SAITOH (1994) und AKAGI UND YAMAMOTO (1997) angegeben. Die Simulation der Versuche an aufbereitetem Ton wird mit einem modifizierten isotropen Kompressionsbeiwert von  $\lambda^* = 0,06$  durchgeführt. Im Falle der Simulation der Versuche von AKAGI UND YAMAMOTO (1997) an ungestörten Proben werden dieselben Parameter verwendet, nur der modifizierte isotrope Kompressionsbeiwert von  $\lambda^*$  wird um einen Faktor 3 auf  $\lambda^* = 0, 18$  erhöht. Dadurch werden die Struktur zerstörenden Effekte bei ungestörten Bodenproben in einer einfachen Art und Weise berücksichtigt. Da nicht alle Stoffgesetzparameter für das *MLC*-Modell aus den in AKAGI UND SAITOH (1994) und AKAGI UND YAMAMOTO (1997) angegebenen Materialeigenschaften des untersuchten Tons hergeleitet werden können, sind einige der Stoffgesetzparameter in Tabelle E.1 geschätzt. Eine perfekte Überein-

Tabelle E.1: Stoffgesetzpar	ameter des MLC-Modells für die Simulation der Versuche mit
Hauptspannu	ngsrotation von AKAGI UND SAITOH (1994) und AKAGI UND
ΥΑΜΑΜΟΤΟ (2	1997).

Bezeichnung	Wert	SI-Einheit
effektive Kohäsion $c'$	0, 0	$[kN/m^2]$
effektiver Reibungswinkel $arphi'$	36,0	[°]
Dilatanzwinkel $\psi$	0, 0	[°]
modifizierter isotroper Kompressionsbeiwert $\lambda^*$	$0,06\mathrm{bzw.}0,18$	[-]
modifizierter isotroper Ent–/Wiederbelastungsbeiwert $\kappa^*$	0,0075	[-]
modifizierter isotroper Kriechbeiwert $\mu^*$	0,0024	[-]
Querdehnungszahl für Ent–/Wiederbelastung $ u_{ur}$	0, 15	[-]
Steigung der Geraden, auf der die Scheitel der Ellipsen liegen $M=tan\varphi'$	0,727	[-]

stimmung von Versuchs- und Simulationsergebnissen ist deshalb nicht zu erwarten. Der Schwerpunkt liegt folglich mehr auf der qualitativen Übereinstimmung von Simulation und Experiment als auf der quantitativen.

Der Vergleich des Simulationsergebnisses mit den Versuchsdaten für aufbereiteten Ton (siehe Abbildung E.8) zeigt eine gute Übereinstimmung der beiden Kurven. Das Diagramm zeigt die Entwicklung der volumetrischen Dehnung  $\varepsilon_v$  in Abhängigkeit vom Rotationswinkel  $\alpha$  der Hauptspannungen. Bis zu einem Rotationswinkel von  $\alpha = 100^{\circ}$ ist die Übereinstimmung der beiden Kurven nahezu perfekt. Danach ist der Zuwachs an volumetrischer Dehnung  $\varepsilon_v$  etwas geringer als im Experiment. Würde die Rotation der Hauptspannungen über  $\alpha = 180^{\circ}$  hinausgeführt werden, so würde es bei der Simulation mit dem *MLC*-Modell nur noch einen leichten Zuwachs der volumetrischen Dehnung in Folge von Kriechen geben, da alle Ebenen ab diesem Zeitpunkt schon einmal mit der maximalen Normalspannung von  $\sigma'_n = 168 \text{ kN/m}^2$  belastet worden wären. Zyklische Effekte sind demnach mit dieser Art von *Multilaminate* Modell nicht abbildbar.

Abbildung E.9 zeigt den Vergleich der Simulation mit den Versuchsdaten von AKAGI UND YAMAMOTO (1997) für eine ungestörte Tonprobe. Das Diagramm zeigt die Entwicklung der volumetrischen Dehnung  $\varepsilon_v$  in Abhängigkeit vom Rotationswinkel  $\alpha$  der Hauptspannungen. Auch hier ist die Übereinstimmung beider Kurven sehr gut. Zu beachten ist, dass im Vergleich zum Versuch an einer aufbereiteten Tonprobe die volumetrischen Dehnungen  $\varepsilon_v$  viel größer sind. Die Erhöhung des modifizierten isotropen Kompressionsbeiwerts  $\lambda^*$  um einen Faktor 3 im Vergleich zur Simulation einer aufbereiteten Tonprobe wird dadurch bestätigt.

Die volumetrische Dehnung  $\varepsilon_v$  aus der Simulation mit dem *MLC*-Modell und dem Versuch an einer ungestörten Tonprobe ist in Abbildung E.10 über der deviatorischen Dehnung  $\varepsilon_q$  aufgetragen. Die deviatorischen Dehnungen  $\varepsilon_q$  werden in der Simulati-



Abbildung E.8: Darstellung der volumetrischen Dehnung  $\varepsilon_v$  über dem Rotationswinkel  $\alpha$  für aufbereiteten Ton (AKAGI UND SAITOH (1994)).



Abbildung E.9: Darstellung der volumetrischen Dehnung  $\varepsilon_q$  über dem Rotationswinkel  $\alpha$  für ungestörten Ton (AKAGI UND YAMAMOTO (1997)).

on stark überschätzt. Der qualitative Verlauf der Experimentkurve kann aber abgebildet werden. Möglicherweise müssten bei der Simulation von der Richtung abhängige Materialeigenschaften berücksichtigt werden. Da aber die Materialeigenschaften beim *MLC*-Modell, wie in Abschnitt 6.2 erwähnt, von der Richtung unabhängig, d h. auf allen Ebenen gleich, sind, ist die Abbildung von richtungsabhängigen Effekten nicht möglich.

In NEHER U.A. (2002) findet man einen Vergleich der oben dargestellten Ergebnisse mit den Simulationsergebnissen eines weiteren *Multilaminate* Modells, dem *MMC*-



Abbildung E.10: Darstellung der volumetrischen Dehnung  $\varepsilon_v$  über der deviatorischen Dehnung  $\varepsilon_q$  für ungestörten Ton (AKAGI UND YAMAMOTO (1997)).

Modell (WILTAFSKY (2003)). Daraus geht hervor, dass die Plateaus in den volumetrischen Dehnungen bei den Rotationswinkeln von  $\alpha \approx 45^{\circ}$  und  $\alpha \approx 135^{\circ}$  viskoplastischen Ursprungs sind.

# Lebenslauf

Name:	Heiko Peter Neher	
Geburtstag:	22. September 1971	
Geburtsort:	Ruit auf den Fildern, Deutschland	
Nationalität:	deutsch	
Familienstand:	verheiratet, vier Kinder	
Schulbildung:	1978-1982 Römerschule, Rottweil 1982-1991 Leibniz Gymnasium, Rottweil	
Zivildienst:	1991-1992 Rettungssanitäter, Deutsches Rotes Kreuz, Rottweil	
Studium:	1992-1997 Bauingenieurwesen, Universität Stuttgart	
Beruflicher Werdegang:	1997-2003 wissenschaftlicher Angestellter, Institut für Geotechnik, Universität Stuttgart seit 2003 Projektingenieur, Ed. Züblin AG, Zentrale Technik	

# Mitteilungen des Instituts für Geotechnik

Nr. 01	Thamm, B. R.	(1974)	Anfangssetzungen und Anfangsporenwasser- überdrücke eines normalverdichteten wasser- gesättigten Tones.
			€5,11
Nr. 02	Gußmann, P.	(1975)	Einheitliche Berechnung von Grundbruch und Böschungsbruch.
			€2,56
Nr. 03	Feeser, V.	(1975)	Die Bedeutung des Kalziumkarbonats für die bodenphysikalischen Eigenschaften vom Löß. Vergriffen
Nr. 04	Du Thin, K.	(1976)	Standsicherheit von Böschungen: Programm- Dokumentation.
			Vergriffen
Nr. 05	Smoltczyk, U. / Pertschi, O. / Hilmer, K.	(1976)	Messungen an Schleusen in der UdSSR. Schleusennorm der UdSSR (SN 30365). Vergriffen
Nr. 06	Hilmer, K.	(1976)	Erddruck auf Schleusenkammerwände.
N1= 07	Laumana O	(1077)	Verhalten einer ehenen in Sand eingespannten
INI. 07	Laumans, Q.	(1977)	Wand bei nichtlinearen Stoffeigenschaften des Bodens
			€9,20
Nr. 08	Lächler, W.	(1977)	Beitrag zum Problem der Teilflächenpressung bei Beton am Beispiel der Pfahlkopfanschlüsse. <b>Vergriffen</b>
Nr. 09	Spotka, H.	(1977)	Einfluß der Bodenverdichtung mittels Ober- flächenrüttelgeräten auf den Erddruck einer Stützwand bei Sand.
			Vergriffen
Nr. 10	Schad, H.	(1979)	Nichtlineare Stoffgleichungen für Böden und ihre Verwendung bei der numerischen Analyse von Grundbauaufgaben.
			Vergriffen

Nr. 11	Ulrich, G. Gußmann, P.	(1980)	Verschiebungs- und kraftgesteuerte Platten- druckversuche auf konsolidierenden Böden. Zum Modellgesetz der Konsolidation.
	,		€ 10,23
Nr. 12	Salden, D.	(1980)	Der Einfluß der Sohlenform auf die Traglast von Fundamenten.
			€12,78
Nr. 13	Seeger, H.	(1980)	Beitrag zur Ermittlung des horizontalen Bet- tungsmoduls von Böden durch Seitendruck- versuche im Bohrloch.
			€12,78
Nr. 14	Schmidt, H.H.	(1981)	Beitrag zur Ermittlung des Erddrucks auf Stützwände bei nachgiebigem Baugrund. €12,78
Nr. 15	Smoltczyk, U. / Schweikert, O.	(1981)	Vorstudie über bauliche Alternativen für Durchgangsstraßen in Siedlungen.
			€6,14
Nr. 16	Malcharek, K. / Smoltczyk, U.	(1981)	Vergleich nationaler Richtlinien für die Berech- nung von Fundamenten.
			€7,67
Nr. 17	Gruhle, H.D.	(1981)	Das Verhalten des Baugrundes unter Ein- wirkung vertikal gezogener Ankerplatten als räumliches Problem des Erdwiderstandes. Vergriffen
Nr. 18	Kobler, W.	(1982)	Untersuchungen über Böschungs- und Grund-
			bruch bei begrenzten Lastflächen.
N. 10	T	(1002)	
Nr. 19	Lutz, vv.	(1983)	ben Linienlasten.
			€12,78
Nr. 20	Smoltczyk, U.	(1983)	Studienunterlagen Bodenmechanik und Grundbau; überarbeitete Ausgabe 1983.
			€ 20,45
Nr. 21	Schweikert, O.	(1984)	Der Einfluß des Böschungswinkels auf die Be- rechnung des aktiven Erddrucks.
			€10,23
Nr. 22	Vogt, N.	(1984)	Erdwiderstandsermittlung bei monotonen und wiederholten Wandbewegungen in Sand. <b>Vergriffen</b>

Nr. 23	Buchmaier, R.	(1985)	Zur Berechnung von Konsolidationsproble- men bei nichtlinearem Stoffverhalten.
			€12,78
Nr. 24	Schad, H. Smoltczyk, U. / Schad, H. /	(1985)	Möglichkeiten der Böschungssicherung bei kleinen Baugruben. Sonderkonstruktionen der Böschungssicher- ung.
	Zoller, P.		€17,90
N. 25	Gußmann, P.	(1986)	Die Methode der Kinematischen Elemente. €10,23
Nr. 26	Steinmann, B.	(1985)	Zum Verhalten bindiger Böden bei monotoner einaxialer Beanspruchung.
			Vergriffen
Nr. 27	Lee, S.D.	(1987)	Untersuchungen zur Standsicherheit von Schlitzen im Sand neben Einzelfundamenten. Vergriffen
Nr. 28	Kolb, H.	(1988)	Ermittlung der Sohlreibung von Gründungs- körpern unter horizontalem kinematischen Zwang.
			€12,78
Nr. 29	Ochmann, H.	(1988)	Ebene Grenzzustände von Erdböschungen im stochastischen Sicherheitskonzept. € 12 78
Nr 30	Broinlingor F	(1080)	Bodonmochanischo Stoffaloichungon hoi gro-
111. 50	Dienninger, i.	(1909)	ßen Deformationen sowie Be- und Entlas- tungsvorgängen.
			€15,34
Nr. 31	Smoltczyk, U. / Breinlinger, F. /	(1989)	Beitrag zur Bemessung von Tunneln in offener Bauweise.
	Schad, H. / Wittlinger, M.		€12,78
Nr. 32	Gußmann, P. / Schanz, T. / Smoltczyk, U. / Willand, E.	(1990)	Beiträge zur Anwendung der KEM (Erddruck, Grundbruch, Standsicherheit von Böschungen) <b>Vergriffen</b>
Nr. 33	Gruhle, H.D.	(1990)	Der räumliche Erdwiderstand vor überwie- gend horizontal belasteten Ankerplatten. Vergriffen

Nr. 34	Henne, J.	(1995)	Zur Bewehrung von verformten Bodenschich- ten durch Einsatz zugfester Geokunststoffe. €15,34
Nr. 35	Wittlinger, M.	(1994)	Ebene Verformungsuntersuchungen zur We- ckung des Erdwiderstandes bindiger Böden. €15,34
Nr. 36	Schad, H.	(1992)	Zeit- und geschwindigkeitsabhängiges Materi- alverhalten in der Geotechnik – Experimentelle Erfassung und numerische Analyse.
Nr. 37	Belz, I.	(1992)	€ 15,34 Zur Ermittlung dynamischer Bodenkennwerte in situ aus der Systemantwort des Erregers. € 15,34
Nr. 38	Ma, J.	(1994)	Untersuchungen zur Standsicherheit der durch Stützscheiben stabilisierten Böschungen. €15,34
Nr. 39	Smoltczyk, U.	(1994)	Sonderheft: 25 Jahre Lehre und Forschung in der Geotechnik.
Nr. 40	Rilling, B.	(1994)	€ 15,34 Untersuchungen zur Grenztragfähigkeit bindi- ger Schüttstoffe am Beispiel von Lößlehm. € 17,90
Nr. 41	Vermeer, P.A.	(1996)	Deponiebau und Geotechnik. €17,90
Nr. 42	Vermeer, P.A.	(1997)	Baugruben in Locker- und Festgestein. $€17,90$
Nr. 43	Brinkmann, C.	(1998)	Untersuchungen zum Verhalten von Dich- tungsübergängen im Staudammbau.
Nr. 44	Fiechter-Scharr, I.	(1998)	€ 17,90 Beeinflussung von Erdbaustoffen durch Bei- mischen eines organophilen Bentonits.
Nr. 45	Schanz, T.	(1998)	€ 17,90 Zur Modellierung des mechanischen Verhal- tens von Reibungsmaterialien.
Nr. 46	Akinrogunde, A.E.	(1999)	Propagation of Cement Grout in Rock Discon- tinuities Under Injection Conditions.
			€17,90

Nr. 47	Vogt-Breyer, C.	(1999)	Experimentelle und numerische Untersuchun- gen zum Tragverhalten und zur Bemessung horizontaler Schraubanker. $\notin$ 17.90
Nr. 48	Vermeer, P.A.	(1999)	Neue Entwicklungen in der Geotechnik.
	,	()	€17,90
Nr. 49	Marcher, T.	(2002)	Resultate eines Versuchsprogramms an Beau- caire-Mergel.
			€17,90
Nr. 50	Marcher, T.	(2003)	Nichtlokale Modellierung der Entfestigung dichter Sande und steifer Tone.
			€17,90
Nr. 51	Ruse, N.M.	(2004)	Räumliche Betrachtung der Standsicherheit der Ortsbrust beim Tunnelvortrieb.
			Vergriffen
Nr. 52	Beutinger, P.H.	(2005)	Ein geotechnischer Beitrag zur Standsicherheit mobiler Baumaschinen.
			€17,90
Nr. 53	Wehnert, M.	(2006)	Ein Beitrag zur drainierten und undrainierten Analyse in der Geotechnik.
			€17,90
Nr. 54	Möller, S.C.	(2006)	Tunnel induced settlements and structural forces in linings.
			€17,90
Nr. 55	Benz, T.	(2007)	Small-Strain Stiffness of Soils and its Numeri- cal Consequences.
			€17,90
Nr. 56	Abed, A.	(2008)	Numerical Modeling of Expansive Soil Behavi- or.
			€17,90
Nr. 57	Hintner, J.	(2008)	Analyse der Fundamentverschiebungen infol- ge vertikaler und geneigter Belastung.
			€17,90
Nr. 58	Russeli, C.	(2008)	Probabilistic Methods applied to Bearing Capacity Problem.
			€17,90

Nr. 59	Olarte, A.A.P.	(2008)	Influence of Particle Shape on the Global Mechanical Response of Granular Packings: Micromechanical Investigation of the Critical State in Soil Mechanics.
			€17,90
Nr. 60	Neher, H.P.	(2008)	Zeitabhängiges Materialverhalten und Aniso- tropie von weichen Böden - Theorie und An- wendung.
			€17,90