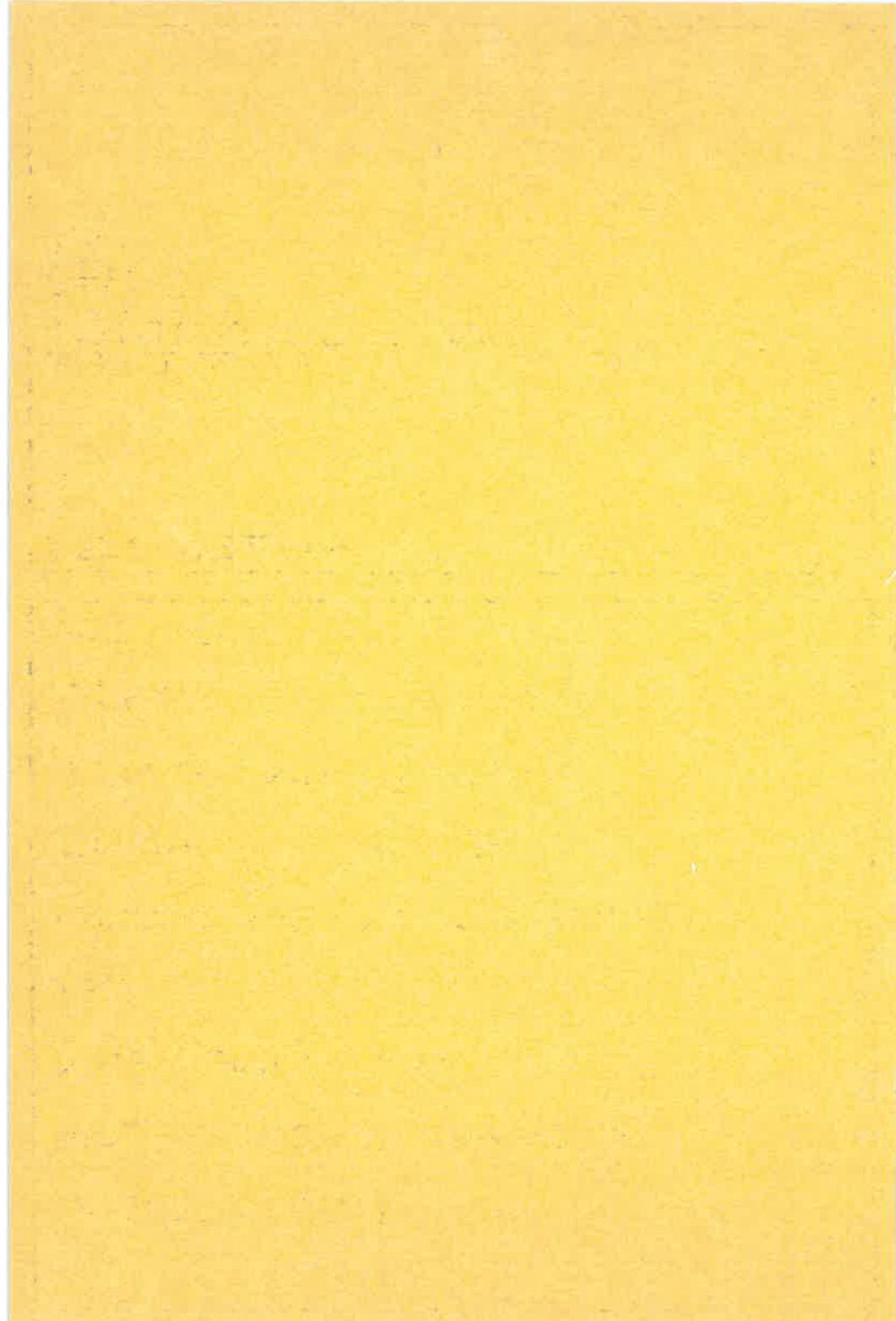
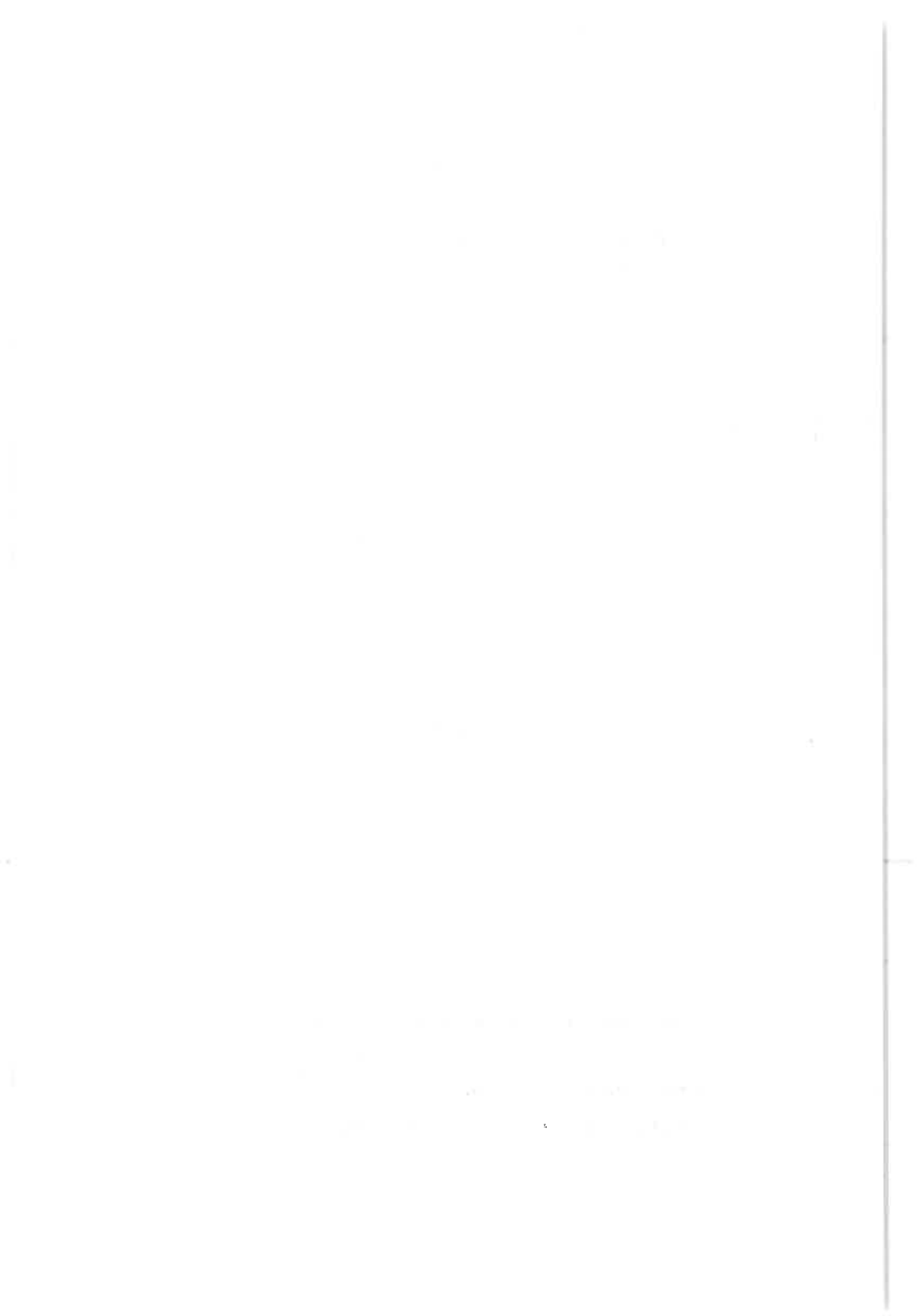


Q. LAUMANS

1977

VERHALTEN EINER
EBENEN, IN SAND
EINGESPANNTEN WAND
BEI
NICHTLINEAREN
STOFFEIGENSCHAFTEN
DES BODENS





Das Baugrundinstitut ist unter der Bezeichnung
" INSTITUT FÜR GRUNDBAU UND BODENMECHANIK "
eine Einrichtung der Universität Stuttgart

Gegen Vervielfältigung und Übersetzung bestehen keine
Einwände, es wird lediglich um Quellenangabe gebeten.
Herausgegeben 1977 im Eigenverlag des Baugrundinstituts
Umschlagentwurf: Studio Fink OHG, Altdorf

Verhalten einer ebenen, in Sand eingespannten Wand bei nicht- linearem Stoffverhalten des Bodens

Von der Universität Stuttgart
zur Erlangung der Würde eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.- Ing.)
genehmigte Abhandlung

vorgelegt von

QUIRIN LAUMANS

Hauptberichter :

Prof. Dr.-Ing. U. Smolczyk

Mitberichter :

Prof. Dr.-Ing. E. Luz

Tag der Einreichung :

25.6.1976

Tag der mündlichen Prüfung :

15.11.1976

Vorwort des Herausgebers

Das Problem der ebenen, im Boden eingespannten Wand wird numerisch mit finiten Elementen behandelt und mit den Ergebnissen einer experimentellen Untersuchung verglichen, bei der eine biegeweiche Wand von 80 cm Tiefe und 120 cm Länge in einen mitteldicht bzw. dicht gelagerten Sand eingespannt war. Der verwendete Sand war zuvor in dem in drei Richtungen verschiebungsgesteuerten Schergerät von Gudehus in Karlsruhe unabhängig untersucht worden. Aus den dort erhaltenen Ergebnissen ließ sich das Verformungsverhalten des Sandes bei eingeschränkter und uneingeschränkter Dilatanz erkennen. Das war Anlaß zur Entwicklung elastoplastischer Stoffgesetze für Zustände vor und während dem Bruch. Sie wurden in die numerische Berechnung eingeführt.

Auf diese Weise konnte der horizontale "Bettungsmodul" aus dem Scher- und Kompressionsverhalten des Materials erklärt werden, wobei sich eine gute Übereinstimmung theoretischer und experimenteller Befunde zeigte. Die Dilatanz hatte allerdings nur einen relativ geringen Einfluß auf das Globalverhalten der Wand. Das läßt sich insofern einsehen, als dies weitgehend vom Verschiebungszustand in der oberen Verdrängungszone abhängig ist, wo eine uneingeschränkte Scherverformung vorherrschend ist.

Abschließend wird eine praxisorientierte Näherungslösung entwickelt auf der Grundlage von Erdwiderstandsbeiwerten. Sie wurden aber unabhängig von den Vorlagen im Fachschrifttum nach der Theorie von Sokolowski neu berechnet unter Berücksichtigung der über die Wandhöhe veränderlichen Wandreibung.

Der versuchstechnische Teil der Arbeit erfolgte im Rahmen des DFG-Schwerpunktprogramms "Spannungs- und Verformungsverhalten der Böden". Die daran anschließenden umfangreichen theoretischen Arbeiten des Autors bilden zusammen mit den Versuchen seine Dissertation, deren grundlegende Bedeutung nicht zuletzt auch dadurch anerkannt wurde, daß sie 1976 mit dem Jahrespreis des Vereins der Freunde der Universität Stuttgart ausgezeichnet wurde.

English Summary by Editor

The plane cantilever wall problem is treated by F.E. analysis and compared to results of an experimental investigation of a flexible wall which was embedded in sand of medium to high density by 80 cm depth and had a length of 120 cm. The sand used for these experiments had been tested independantly in the True Triaxial Test device of Gudehus in Karlsruhe. From these findings, the sand behaviour under conditions of confined and unconfined dilatancy was learnt and gave reason for developing elastic-plastic constitutive equations for

both prior-to-failure and at-failure conditions. These were implemented into the numerical procedure.

Thus, the modulus of horizontal "subgrade" reaction could be explained in terms both of shear and compression. There is good consistency of the theoretical results as compared to the experimental ones. Dilatancy, however, was found to be of minor importance to the overall behaviour of the wall which can be attributed to the state of unconfined shear deformation which is predominant at least within the upper portion of retaining sand.

Finally, an approximate solution for practical purposes was derived from the results by use of earth resistance coefficients which were, independent from earlier analyses, recalculated by applying the Sokolovski approach but with due respect to the wall friction angle being not constant over the height of the wall.

The experimental work was sponsored by the National Research Funds (Deutsche Forschungsgemeinschaft). This and the new theoretical approach are the Author's doctor thesis presented to the University of Stuttgart in 1976.

Smoltczyk

Vorbemerkung des Autors

Die vorliegende Arbeit entstand als Dissertation während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent an der Universität Stuttgart. Für die Anregung, dieses bisher ungelöste Thema aufzugreifen, für die Unterstützung der Arbeit und die Übernahme des Hauptberichts gilt mein besonderer Dank Herrn Professor Smoltczyk. Sehr dankbar bin ich auch Herrn Professor Luz, der sich kurzfristig bereit erklärte, an Stelle des erkrankten Herrn Professor Gurr den Mitbericht zu übernehmen. Schließlich gilt mein Dank der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Finanzierung des Versuchsprogramms.

Stuttgart, im November 1976

Laumans

Inhalt

	Seite
1. Einleitung	1
1.1 Berechnungsverfahren zum Einspannungsproblem	1
1.2 Aufgabenstellung	4
2. Modellversuche	6
2.1 Versuchsanordnung	6
2.2 Versuchsdurchführung	10
2.3 Auswertung der Meßdaten	12
2.4 Versuchsergebnisse	16
2.4.1 Ausgangsspannungszustand	16
2.4.2 Erddruckverteilung	16
2.4.3 Bettungsmodulverlauf	19
2.4.4 Weckung des Erdwiderstands	21
3. Stoffeigenschaften	23
3.1 Allgemeines	23
3.2 Vereinbarung über die Wahl der Bezugsgrößen im ebenen Formänderungszustand	29
3.3 Experimentelle Untersuchungen im ebenen Scherversuch	31
3.4 Stoffgleichungen	41
3.4.1 Stoffgleichungen im Grenzzustand $S = 1$	41
3.4.2 Stoffgleichungen im Zustand $S < 1$	46
3.5 Bestimmung der Stoffparameter	52
3.5.1 Allgemeine Daten	52
3.5.2 Scherwinkel	52
3.5.3 Scherverformungen	53

	Seite
3.5.4 Verformungen bei ebener Kompression	58
3.5.5 Dilatanzverhalten	58
3.5.6 Rückrechnung der Versuche	63
4. Fe-Berechnung der Einspannung	63
4.1 Allgemeines	63
4.2 Kurzbeschreibung des Rechenprogramms	64
4.3 Gesichtspunkte bei der Elementauswahl	67
4.4 Behandlung der Nichtlinearität	72
4.5 Berechnungsannahmen	76
5. Vergleich Rechnung - Versuch	79
5.1 Scherbeanspruchung im Boden	79
5.2 Erddruckverteilung	81
5.3 Verschiebungen im Sand	83
5.4 Verzerrungen	88
5.4.1 Scherdehnungen	88
5.4.2 Volumenänderungen und Oberflächenverformungen	88
5.5 Globales Tragverhalten der Einspannung	90
6. Näherungsansätze für die Bodenreaktion	94
6.1 Bettungsmodul bei kleinen Bodenverformungen	95
6.2 Erddruckverteilung im Bruchzustand	98
6.3 Mobilisierungsfunktion und Bettungsmodulansatz	103

Anhang

Anlagen A1 - A30: Ergänzendes Auszug aus dem Forschungsbericht

Anlagen B1 - B10: Ergebnisse der Karlsruher Scherversuche

Diese Anlagen wurden nach Abschluß des Dissertationsverfahrens beigelegt, um eine umfassendere Dokumentation der Versuche bereitzustellen. Sie sind nicht Bestandteil der Dissertation.

Schrifttum

- [1] Broms, B.B. (1972): *Stability of Flexible Structures*
Proc. V. Europ. Conf. Soil Mech. Found. Engg.,
Madrid, 2, 239-269
- [2] Blum, H. (1932): *Wirtschaftliche Dalbenformen und deren Berechnung*
Bautechnik 10, 50-55
- [3] Brinch-Hansen, J. (1961): *The Ultimate Resistance of Rigid Piles against Transversal Forces*
Dan. Geotechn. Institute, Bulletin 12
- [4] Grasshoff, H. (1970): *Neuere Untersuchungen zum Problem horizontal belasteter Pfähle*
Techn. Mitt. Staatl. Ingenieurschule Bauwesen,
Wuppertal, H. 11
- [5] Smoltczyk, H.-U. (1963): *Die Einspannung im beliebig geschichteten Baugrund*
Bauingenieur 38, 388-396
- [6] Matlock, H./ Reese, L.C. (1960): *Generalized Solutions for Laterally Loaded Piles*
Journ. Soil Mech. Found. Div. ASCE 86, 63-91
- [7] Zurmühl, R. (1964): *Matrizen und ihre technische Anwendung*
Springer-Verlag, Berlin, 4. Aufl., 381-410
- [8] Smoltczyk, H.-U. (1964): *Statische und konstruktive Fragen beim Bau des Leuchtturms "Alte Weser"*
Bautechnik 41, 203-212
- [9] Terzaghi, K. (1955): *Evaluation of Coefficient of Subgrade Reactions*
Géotechnique 4, 297-326
- [10] Franke, E. (1972): *Generalbericht über die Spezialsitzung Pfähle*
Vorträge Baugrundtagung Stuttgart, 126-154
Deutsche Ges. f. Erd- u. Grundbau, Essen
- [11] Schmidt, H.G. (1971): *Beitrag zur Ermittlung der horizontalen Bettungszahl für die Berechnung von Großbohrpfählen unter waagerechter Belastung*
Bauingenieur 46, 233-237
- [12] Laumans, Q. (1975): *Modellversuche an einer im Sand eingespannten Wand*
Forschungsbericht für die DFG, Auftrags-Nr.
La 308/1
- [13] Breth, H./ Wanoschek, R. (1972): *Der Einfluß der Fundamentlasten auf die Größe und Verteilung des Erddruckes auf biegsame, abgesteifte Baugrubenwände*
Mitt. Versuchsanstalt Bodenm. Grundbau, TH Darmstadt, H. 9

- | 14 | Titze, E. (1970): *Über den seitlichen Bodenwiderstand bei Pfahlgründungen*
Bauingenieur-Praxis, H. 77, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin
- | 15 | Caquot, A./
Kerisel, J. (1948): *Tables for Calculation of Passive Pressure, Active Pressure and Bearing Capacity of Foundations*
ed. Gauthier Villars, Paris
- | 16 | Kondner, R.L./
Zelasko, J.S. (1963): *A Hyperbolic Stress-Strain Formulation for Sands*
Proc. 2nd Pan-Am-Conf. Soil Mech. Found. Engg., Brazil, I, 289-324
- | 17 | Duncan, J.M./
Chang, C.Y. (1970): *Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils*
Journ. Soil Mech. Found. Div. ASCE 96, 1629-1653
- | 18 | Domaschuk, L./
Wade, N.H. (1969): *A Study of Bulk and Shear Moduli of a Sand*
Journ. Soil Mech. Found. Div. ASCE 95, 561-581
- | 19 | Desai, C.S. (1972): *Theory and Applications of the Finite Element Method in Geotechnical Engineering*
Proc. WES Symp. Vicksburg, Miss., 3-90
- | 20 | Roscoe, K.H./
Burland, J.B. (1968): *On the Generalized Stress-Strain Behaviour of Wet Clay*
Engg. Plasticity, Cambridge Univ. Press
- | 21 | Rowe, P.W. (1962): *The Stress-Dilatancy Relation for Static Equilibrium of an Assembly of Particles in Contact*
Proc. Royal Society, London, A 269, 500-527
- | 22 | Barden, L./
Khayatt, A.J. (1966): *Incremental Strain Rate Ratios and the Strength of Sand in the Triaxial Test*
Géotechnique 16, 338-357
- | 23 | Newland, P.L./
Allely, B.H. (1957): *Volume Changes in Drained Triaxial Tests on Granular Materials*
Géotechnique 7, 17-34
- | 24 | Poorooshasb, H.B./
Sherbourne, A.N. (1966): *Yielding and Flow of Sand in Triaxial Compression*
Can. Geotech. J. III, 179-190
- | 25 | Gudehus, G. (1973): *Ebene und achsensymmetrische Formänderungen in Sand: Grundgleichungen*
Die Bautechnik 50, 129-134
- | 26 | Lade, P.V./
Duncan, J.M. (1975): *Stress-Strain Theory for Cohesionless Soil*
J. Soil Mech. Found. Div. ASCE 101, 1037-1053
- | 27 | Brown, E.H. (1964): *A Theory for the Mechanical Behaviour of Sand*
Proc. XIth Int. Cong. Appl. Mech. München, 183
- | 28 | Green, G.E./
Bishop, A.W. (1969): *A Note on the Drained Strength of Sand Under Generalized Strain Conditions*
Géotechnique 19, 144-149

- [29] Smoltczyk, U. (1967): *Stress Computation in Soil Media*
J. Soil Mech. Found. Div. ASCE, 101-124
- [30] Goldscheider, M./ (1973): *Rectilinear Extension of Dry Sand: Testing*
Gudehus, G. *Apparatus and Experimental Results*
Proc. 8. ICSMFE Moskau 1.1, 143-149
- [31] Goldscheider, M. (1975): *Dilatanzverhalten von Sand bei geknickten*
Verformungswegen
Mech. Research Communication 2, New York,
143-148
- [32] Smoltczyk, H.-U. (1960): *Ermittlung eingeschränkt plastischer Verfor-*
mungen im Sand unter Flachfundamenten
Verlag von W. Ernst & Sohn, Berlin
- [33] Zienkiewicz, O.C./ (1971): *The Finite Element Method Applied to Soils and*
Naylor, D.J. *Other Porous Media*
Proc. NATO-SYMP. on Continuum Mech., Lisbon,
1-43
- [34] Roscoe, K.H./ (1967): *Principal Axes Observed During Simple Shear*
Basset, R.H./ *of Sand*
Cole A.R.L. *Proc. Geotech. Conf. Oslo, 1, 231-237*
- [35] De Josselin de (1959): *Statics and Kinematics in the Failable Zone of*
Jong, G. *a Granular Material*
ed. Waltman Delft
- [36] Breth, H./Pise, P./ (1973): *A Study of Bulk and Shear Moduli of Sands*
Schuster, E. *Mitt. Versuchsanstalt Bodenmech. Grundbau,*
TH Darmstadt, H. 11
- [37] Gudehus, G. (1973): *Elastoplastische Stoffgleichungen für trockenen*
Sand
Ingenieur-Archiv 42, 151-169
- [38] Zienkiewicz, O.C. (1971): *The Finite Element Method in Engineering Science*
McGraw-Hill, London
- [39] Desai, C.S./ (1972): *Introduction to the Finite Element Method*
Abel, J.F. *ed. Van Nostrand Reinhold, New York*
- [40] Buck, K.E. et al. (1973): *Finite Elemente in der Statik*
Verlag von W. Ernst & Sohn, Berlin
- [41] Smoltczyk, U. (1974): *Die Anwendung der Methode der Finiten Elemente*
et al. *in der Grundbaupraxis*
CAD-Bericht, Gesellsch. Kernforschung, Karlsruhe
- [42] Bufler, H./ (1970): *Zur Plattenberechnung mittels Finiter Elemente*
Stein, E. *Ingenieur-Archiv 39, 248-260*
- [43] Oden, J.T./ (1971): *On the Calculation of Consistent Stress Distri-*
Brauchli, H.J. *butions in Finite Element Approximations*
Int. Journ. Num. Methods in Engg., 3, 317-325

- [44] Argyris, J.H./
Willam, K.J. (1974): *Some Considerations for the Evaluation of Finite Element Models*
Int. Journ. Nuclear Engg. Design, 76-96
- [45] Doherty, W.P./
Wilson, E.L./
Taylor, R.L. (1969): *Stress Analysis of Axisymmetric Solids Utilizing Higher Order Quadrilateral Finite Elements*
Structural Engineering Laboratory, Univ. of California, Berkeley
- [46] Clough, G.W./
Duncan, J.M. (1971): *Finite Element Analysis of Retaining Wall Behaviour*
J. Soil Mech. Found. Div. ESCE 97, 1657-1673
- [47] Scharpf, D.W. (1969): *Die Frage der Konvergenz bei der Berechnung elastoplastisch deformierbarer Tragwerke und Kontinua*
Dissertation an der TU Stuttgart
- [48] Argyris, J.H. (1960): *Energy Theorems and Structural Analysis, Part I*
ed. Butterworths, London
- [49] Barden, L. (1970): *A Quantitative Treatment of the Deformation Behaviour of Granular Material in Terms of Basic Particulate Mechanics*
Proc. Conf. "Struct. Solid Mech. Engg. Design"
Southampton (1969), 1, 599-612
- [50] Terzaghi, K. (1934): *Large Retaining-Wall Tests*
Engineering News Record 112, 136-140
- [51] James, R.G./
Bransby, P.L. (1970): *Experimental and Theoretical Investigations of a Passive Earth Pressure Problem*
Géotechnique 20, 17-37
- [52] Vesic, A.S. (1973): *Discussion: Bearing Capacity Theory from Experimental Results*
J. Soil Mech. Found. Div. ASCE 99, 575-577
- [53] Mindlin, R.O. (1936): *Force at a Point in the Interior of a Semi Infinite Solid*
Physics 7, 195-202
- [54] Douglas, D.J./
Davis, E.H. (1964): *The Movement of Buried Footings due to Moment and Horizontal Load and the Movement of Anchor Plates*
Géotechnique 14, 115-132
- [55] Sokolovski, V.V. (1965): *Statics of Granular Media*
Pergamon Press, New York
- [56] Graham, J. (1968): *Plane Plastic Failure in Cohesionless Soils*
Géotechnique 18, 301-316
- [57] Graham, J. (1971): *Calculation of Passive Pressure in Sand*
Cand. Geotechn. Journ. 8, 566-578

- [58] Spang, J. (1970): *Pfahlversuch Duisburg-Kaiserberg der Deutschen Bundesbahn*
Vorträge Baugrundtagung Düsseldorf, 197-245
Deutsche Ges. Erd- und Grundbau Essen
- [59] Wittke, W. et al. (1974): *Nachrechnung von lotrecht und horizontal belasteten Großbohrpfählen nach der Methode Finiter Elemente*
Vorträge Baugrundtagung Frankfurt/M., 471-494
Deutsche Ges. Erd- und Grundbau Essen
- [60] Weinhold, H. (1972): *Analysis of Horizontal Load Tests to Clarify the Lateral Bearing Value of Large Diameter Bored Piles*
Proc. V. Europ. Conf. Soil Mech. Found. Engg.,
Madrid, 1, 433-441

Bezeichnungen

c_t, c_n	MN/m^2	tangentiale und normale Federsteifigkeit
e	1	Porenzahl
E	MN/m^2	Elastizitätsmodul
E_1, E_2	kN	resultierende Erddruckkräfte
F	—	Funktion der Fließgrenze
G	—	Funktion des plastischen Potentials
G	MN/m^2	elastischer Gleitmodul
G_t	MN/m^2	Tangentenwert des variablen Gleitmoduls
H	kN	horizontale Wandbelastung
I_D	1	bezogene Lagerungsdichte
K	MN/m^2	elastischer Kompressionsmodul
K	1	Dilatanzkonstante nach Rowe
K_a, K_o, K_p	1	Erddruckbeiwerte
k_s	MN/m^3	Bettungsmodul
K_t	MN/m^2	Kompressionsmodul des ebenen Formänderungszustands
n	1	Exponent
p_a	kN/m^2	atmosphärischer Druck; $p_a = 100 \text{ kN/m}^2$
R_f	1	Parameter des Stoffansatzes
S	1	Scherzahl
t	cm	Einbindetiefe der Wand
U	1	Ungleichförmigkeitszahl
v	mm	Wandverschiebung
v_o, v_t	mm	Kopf- bzw. Fußpunktverschiebung
W	kN/m^2	spezifische Dissipationsarbeit
z	cm	Abstand von der Sandoberfläche
$z_o, \bar{z}_o$	cm	Drehpunktlagen der Wand (vgl. Bild 2.05)

α	1	Drehwinkel der Wand (vgl. Bild 2.05)
β	1	Richtungswinkel der Bruchgeraden in der Spannungsebene
β_{mob}	1	Ortsvektorrichtung des momentanen Spannungspunktes
γ_d	kN/m^3	Trockenwichte
γ_s	kN/m^3	Kornwichte
δ	1	Wandreibungswinkel
δ_{ij}	1	Kroneckersymbol
ϵ_{ik}	1	Komponente des Verzerrungstensors
ϵ_i	1	Hauptkomponente des Verzerrungstensors
$\dot{\epsilon}_i$	1	Inkrement von ϵ_i
θ	1	Gleitflächenwinkel
$d\lambda$	m^2/kN	Maßstabsfaktor der plastischen Dehnungen
μ	1	Querkontraktionszahl
$\bar{v}$	1	Winkel zur Kennzeichnung der erzwungenen Volumenänderung
ν	1	Dilatanzwinkel
σ_{ik}	kN/m^2	Komponente des Spannungstensors
σ_i	kN/m^2	Hauptkomponente des Spannungstensors
σ_m	kN/m^2	mittlere Normalspannung = $1/2(\sigma_1 + \sigma_3)$
σ_{xx}	kN/m^2	horizontale Erddruckspannung
$\Delta\sigma_{xx}$	kN/m^2	resultierender Erddruck
τ	kN/m^2	Wandschubspannungen
ϕ	1	Scherwinkel
ϕ_{mob}	1	mobilisierter Scherwinkel
ψ	1	Richtungswinkel in der Spannungsebene

Matrizen und Vektoren (Spaltenmatrizen)

$\{a_f\}$	Gradientenvektor der Fließkurve
$\{a_g\}$	Gradientenvektor des plastischen Potentials
$\{a_w\}$	Gradientenvektor der plastischen Arbeit
$[D]$	Stoffmatrix
$\{d\epsilon\}$	Vektor der Dehnungsinkremente
$\{d\sigma\}$	Vektor der Spannungsinkremente
$\frac{\delta f}{\delta \{a\}^T} =$	$\left\{ \frac{\delta f}{\delta a_1}, \frac{\delta f}{\delta a_2}, \dots, \frac{\delta f}{\delta a_n} \right\}$ mit $f = f(a_1, a_2, \dots, a_n)$ $\{a\}^T = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$

Kopfzeiger

e	elastisch
p	plastisch

Fußzeiger

a	aktiv
f	Bruchwert (failure)
i	Anfangswert (initial)
m	Mittelwert
mob	mobilisiert
p	passiv
t	tangentialer Wert
x,y,z	Indizierung der Komponenten bezüglich des kartesischen Koordinatensystems (x,y,z), y-Achse normal zu Scherebene
1	Ausgangswert bei $\sigma_m = p_a$
1,2,3	Indizierung der Hauptkomponenten

Weitere Bezeichnungen sind im Text erläutert.

1. Einleitung

1.1 Berechnungsverfahren zum Einspannungsproblem

Durch die Einspannung im Untergrund wird der seitliche Erdwiderstand mit zur Abtragung von Bauwerkslasten herangezogen, wodurch häufig die Wirtschaftlichkeit einer Gründungsmaßnahme erheblich verbessert werden kann. Bei Spundwänden zur Sicherung von Baugruben und Geländesprüngen wird die Einspannung des Wandfußes seit langem zum Nachweis der Standsicherheit ausgenutzt. Bei vielen anderen Gründungsformen wird die statische Wirkung des Bodenwiderstands mit größerer Zurückhaltung beurteilt, da über die Größe der Bauwerksbewegungen bzw. -verformungen, die zur Weckung eines bestimmten Erdwiderstands notwendig sind, nur selten zuverlässige Angaben gemacht werden können.

Aus diesem Grund wurde die Heranziehung des Erdwiderstands beim Standsicherheitsnachweis von Flachgründungskörpern erst 1966 in der DIN 1054 zugelassen. Während die Verformungen am Spundwandfuß den Gebrauchswert eines Bauwerks meist nur unwesentlich mindern, können bei Zugwiderlagern von Hängebrücken oder von anderen abgespannten Bauwerken, bei auf Pfählen gegründeten statisch unbestimmten Konstruktionen (Hallenbinder) oder bei Kranbahngründungen die seitlichen Verschiebungen von entscheidender Bedeutung sein.

Die Kenntnis der Wechselwirkung zwischen Bauwerk und Boden ist auch bei schlanken biegsamen Baukörpern zur Ermittlung der Biegebeanspruchung erforderlich. Der häufigste Anwendungsfall sind heute sicherlich die horizontal belasteten Großbohrpfähle, die wegen ihrer Vorteile in der Baupraxis in immer größerem Umfang angewendet werden. Da die Herstellung von schrägen Pfählen schwierig und teuer ist, werden Großbohrpfähle meistens vertikal in den Boden gestellt und können daher Horizontalkräfte nur über Querkräfte seitlich in den Boden abtragen.

Vom statischen Gesichtspunkt aus stellt die Einspannung im Boden ein räumliches Kontinuumproblem dar, bei dem außerdem nichtlineares Materialverhalten und Inhomogenitäten zu berücksichtigen sind, so daß eine exakte Berechnung nur über aufwendige numerische Verfahren denkbar ist.

Die in der Praxis gebräuchlichen Berechnungsverfahren gehen entweder von der Idealisierung des Bruchzustands (Dalbentheorie) oder von einem sehr vereinfachten elastischen Bodenmodell (Steifemodulverfahren, Bettungsmodulverfahren) aus.

Die unter dem Begriff "Dalbentheorie" zusammengefaßten Verfahren sind ihrem Charakter nach Traglastverfahren und untersuchen, welche Bodenreaktionsspannungen auftreten, wenn die inneren Scherwiderstände im Boden über die gesamte Länge des Bauelements voll mobilisiert sind ([2], siehe dazu auch [1], 254). Als Grundlage dienen hierbei die Ergebnisse der klassischen Erddrucktheorie des ebenen Formänderungszustands. Bei Pfählen wird die räumliche Lastausbreitung durch Einführung einer Ersatzbreite (gewöhnlich 3-fache Pfahlbreite) oder durch Berücksichtigung der Seitenreibung am Pfahlschaft erfaßt [2], während Brinch Hansen [3] tiefenabhängige Tragfähigkeitsbeiwerte verwendete.

Die Dalbentheorien haben zu einfachen empirischen Bemessungsverfahren geführt, die in den Fällen, in denen Bodenverformungen nicht berücksichtigt zu werden brauchen, eine rasche Abschätzung der Tragkraft erlauben.

Zur Berücksichtigung der Bodenverformungen wurden die Verfahren, die für die Berechnung von Flächengründungen entwickelt worden sind, auch auf das Einspannungsproblem übertragen.

Das Steifemodulverfahren [4], bei dem der Boden als homogenes elastisches und zugfestes Kontinuum (Halbraumtheorie) vorausgesetzt wird, konnte sich nicht durchsetzen, da trotz eines erheblichen Rechenaufwandes das Verformungsverhalten des Bodens im oberflächennahen Bereich auch nicht annähernd erfaßt werden kann.

Beim Steifemodulverfahren können ferner horizontale Bodenschichtungen nicht berücksichtigt werden, da die zugrundeliegenden Gleichungen für den homogenen Halbraum abgeleitet sind. Der Einfluß von abrupten Festigkeitsänderungen auf die Spannungsausbreitung im Boden kann, wie z.B. die Messungen von Stamm sehr deutlich gezeigt haben [58], nicht mehr vernachlässigt werden, da hier die Schichtgrenzen anders als bei Flächengründungen nicht parallel, sondern normal zum Baukörper verlaufen.

Von den derzeit bekannten Berechnungsansätzen bleibt daher nur das Bettungsmodulverfahren nach der Theorie des elastisch gebetteten Balkens übrig. Obwohl die vorgenommene Idealisierung des Bodens noch weiter geht als beim Steifemodulverfahren, ist das Bettungsmodulverfahren wegen seiner einfachen mathematischen Form genügend anpassungsfähig, um Bodenschichtungen und plastische Verformungen durch Variation des Verformungsmoduls näherungsweise berücksichtigen zu können [5].

Die Vereinfachung erreicht man beim Bettungsmodulverfahren durch die Annahme, daß die Bodenverformung v an einem Punkt des eingespannten Bauteils dem dort

wirkenden Bodendruck σ proportional ist. Der Proportionalitätsfaktor

$$k_s = \frac{\sigma}{v} \left[\text{MN/m}^3 \right] \quad (1.01)$$

wird als Bettungsmodul bezeichnet und meist als Konstante angesetzt.

Unter dieser Voraussetzung kann die Wechselwirkung zwischen Boden und Baukörper durch die Differentialgleichung des elastisch gebetteten Balkens dargestellt werden

$$E \cdot J \cdot \frac{d^4 v}{dz^4} + k_s(z) \cdot b \cdot v(z) = p(z) \quad (1.02),$$

worin $E \cdot J$ die Biegesteifigkeit, b die Breite und p eine äußere Belastung des Balkens sind.

Solange $k_s(z)$ als einfache Potenzfunktion dargestellt werden kann, ist eine geschlossene Integration der Differentialgleichung möglich.

Für lineare und parabolische Bettungsmodulansätze werden in [14] Lösungen in Reihenentwicklungen angegeben. Smolczyk [5] behandelt den geschichteten Baugrund, wobei der Bettungsmodul für jede der Schichten entweder konstant oder linear veränderlich angesetzt wird. Durch entsprechende Schichteinteilung kann jeder beliebige, auch unstetige Bettungsmodulverlauf berücksichtigt werden. Da heute in der Praxis allgemeingültige Rechenprogramme zur Verfügung stehen, die gewöhnlich nach dem Differenzenverfahren [6] oder dem Reduktionsverfahren [7] arbeiten und sich in die übrige statische Berechnung sehr gut einfügen, bietet die Lösung der Differentialgleichung (1.02) auch bei variablen Koeffizienten keine Schwierigkeiten mehr. Die Schwierigkeiten haben sich durch die angesetzte Vereinfachung (1.01) auf die Festlegung der Größe und des Verlaufs des Bettungsmoduls verlagert.

Die Idealisierung des Bettungsmodulverfahrens kann durch ein elastisches Federmodell dargestellt werden. Da in diesem Modell weder die Lastausbreitung im Boden noch das elastoplastische Verformungsverhalten erfaßt werden, können diese Einflüsse nur über eine entsprechende Variation des Proportionalitätsfaktors k_s berücksichtigt werden.

Der Bettungsmodul ist daher sowohl von der Geometrie des Problems als auch von der Belastungshöhe bzw. der erfolgten Verschiebung abhängig.

Zur Berücksichtigung der Abhängigkeit der Bodenreaktionsspannungen von der Wandverschiebung verwendete Smolczyk [8] ein idealisiertes Scherwegdiagramm. Die angesetzte Interpolationsfunktion beschreibt den bekannten Sachverhalt, daß die Verschiebungen zur Weckung des Erdwiderstands überproportional anwachsen.

Der Einfluß der Geometrie wird gewöhnlich durch Vergleich der nach der Halbraumtheorie und der nach dem Federmodell berechneten Verformungen abgeschätzt. Auf gleiche Weise werden auch die in Plattendruckversuchen bestimmten Verformungseigenschaften auf andere Lastflächenabmessungen übertragen [9]. Die uneingeschränkte Extrapolation der Versuchsergebnisse auf der Grundlage der Halbraumtheorie ist jedoch umstritten [10].

Die Übertragung von horizontalen Plattendruckversuchen auf tiefgelegene Bodenschichten ist mit Hilfe von Seitendrucksonden möglich, die in ein Bohrloch eingeführt werden. Lastplattenversuche liefern jeweils nur punktuelle Aussagen über die Steifigkeit einzelner Bodenschichten. Über die Veränderung des Bettungsmoduls mit der Tiefe sind zusätzliche Annahmen erforderlich, da hier auch die Geometrie des eingespannten Baukörpers eingeht.

Zuverlässige Aussagen über das Verformungsverhalten einer Einspannung sind gegenwärtig nur durch horizontale Belastungstests am Bauwerk selbst zu erreichen [60], [11]. Eine Übertragung der Meßergebnisse auf andere Verhältnisse - wenn sich z.B. der Schichtenverlauf ändert - ist meist nicht möglich, da aus den am Pfahlkopf gemessenen Verformungen der Anteil der einzelnen Bodenschichten am Gesamttragverhalten nur unzureichend abgeschätzt werden kann.

Die Unsicherheiten bei der Festlegung des Bettungsmodulverlaufs könnten erheblich vermindert werden, wenn es gelingt, eine befriedigende Korrelation zu bodenmechanischen Kenngrößen herzustellen, die sich in den standardisierten Labor- und Feldversuchen bestimmen lassen. Dieses Ziel kann nur erreicht werden, wenn man sich von den Beanspruchungen, die ein eingespannter Baukörper im Boden hervorruft, ein klares Bild machen kann, und wenn eine genügende Anzahl voll dokumentierter Fallstudien ausgewertet ist, bei denen der Bettungsmodulverlauf aus bekannten Bodenspannungen und Bodenverschiebungen rückgerechnet werden kann. Einen ersten Schritt in dieser Richtung stellte die räumliche FE-Berechnung von Wittke [59] dar, die an einem ideal-elastischen, ideal-plastischen Bodenmodell ausgeführt wurde.

1.2 Aufgabenstellung

Die vorliegende Arbeit stellt in dem angesprochenen Sinne eine Fallstudie zum Einspannungsproblem dar, bei der am Beispiel des ebenen Formänderungszustands mit Hilfe von Modellversuchen und numerischen Berechnungen der Einfluß des nichtlinearen Stoffverhaltens auf den Spannungs- und Verschiebungszustand des Bodens untersucht werden soll. Als Berechnungsverfahren wird die Methode der

finiten Elemente angewandt, die es ermöglicht, allgemeines Stoffverhalten zu erfassen. Die bei der Anwendung der FE-Methode gemachten Erfahrungen haben gezeigt, daß die zutreffende mathematische Beschreibung des Stoffverhaltens für den Erfolg einer Berechnung bestimmend ist.

Ein wesentlicher Teil der Arbeit befaßt sich daher mit der Bestimmung der Stoffeigenschaften des für die Untersuchungen verwendeten Sandes und mit der Darstellung der Spannungs-Dehnungsbeziehungen. Neben der Nichtlinearität im Verformungsverhalten wird auch der Einfluß der Dilatanz zu untersuchen sein, wozu in Abschnitt 3.4.2 ein neuer Stoffansatz vorgeschlagen wird.

Die Verwendung von nichtlinearen Stoffbeziehungen führt häufig zu numerischen Schwierigkeiten. Daher sollen die geeigneten Verfahren, die auch bei ausgeprägter Nichtlinearität zu einem stabilen Rechenablauf führen, kurz dargestellt werden.

Die Ergebnisse der numerischen Berechnung sollen schließlich einen Überblick über den von einer eingespannten Wand im Boden hervorgerufenen Spannungs-Dehnungszustand liefern, wobei vor allem die Kraft-Weg-Beziehung für den bei der Wandverdrehung geweckten Bodendruck von Interesse ist. Modelluntersuchungen werden die theoretischen Ermittlungen ergänzen. Sie sollen es ermöglichen, die Zuverlässigkeit der numerischen Berechnungen zu beurteilen.

Im Sinne der oben angesprochenen Zielsetzung soll schließlich aus den berechneten Spannungen und Verformungen der Bettungsverlauf in Abhängigkeit von der Wandverdrehung bestimmt werden.

2. Modellversuche

2.1 Versuchsanordnung

Für die im folgenden beschriebenen Einspannungsversuche [12] wurde eine Modellanlage verwendet, die in ihrer Grundaufführung auf Wanoschek [13] zurückgeht, der an ihr den Erddruck auf biegsame, abgesteifte Baugrubenwände untersuchte. Wegen der hohen Erddrücke, die bei der Einspannung im Boden auftreten, mußte jedoch die Modellwand in stärkerer Dimensionierung nachgebaut werden, wobei außerdem das Problem der Abtragung und der Messung des Wandschubs neu gelöst werden mußte.

In Bild 2.01 ist die Versuchsanordnung schematisch dargestellt. Die 80 cm hohe Modellwand ist in einem Versuchskasten horizontal frei verschieblich aufgehängt.

Der Querbalken ⑧ der Wandaufhängung wird auf kugelgelagerten Schlitten und durch eine Seilzugverbindung ⑦ synchron mit dem Vorschub des Wandkopfes vorwärts bewegt. Hierdurch bleiben die Zugstäbe der Aufhängung auch während der Wandverdrehung stets lotrecht, wobei Gelenke in Höhe der Presse die notwendige Verdrehmöglichkeit schaffen.

Die Position der Wand im Modellkasten ist so gewählt, daß sich die Gleitflächen aller plastifizierten Zonen bei horizontaler Belastung im Sand ungestört ausbilden können. Die lichten Abstände zu den Stirnseiten und dem Boden des Kastens können Bild 2.01 entnommen werden.

Die Randbedingungen der Versuchseinrichtung beschreiben in guter Näherung den ebenen Formänderungszustand, da sowohl die Querverformungen im Sand durch die Aussteifung der Kastenseitenwände verhindert werden als auch die Schubspannungen in vertikalen Längsebenen aufgrund eines günstigen Wandseitenverhältnisses ($b/t = 1.5$) gering bleiben.

Nach Vergleichsuntersuchungen von Wanoschek wirken sich die Reibungskräfte an den Glaswänden des Versuchskastens etwa mit 7 bis 8% auf den Gesamtdruck aus, während die Erddruckverteilung praktisch nicht beeinflußt wird. Eine Seitenschmierung wurde wegen der beträchtlichen Erschwerung des Versuchsablaufs nur bei Versuch 5 vorgenommen.

Die Modellwand ① ist zur Erddruckmessung in zwei Wandtafeln aus jeweils 10 waagerechten Lamellen unterteilt. Das statische Verhalten der Wandtafeln entspricht dem einer Gelenkkette, so daß die Aussteifung der Modellwand durch zwei Vierkantstäbe ⑩ übernommen werden muß, die zwischen den Wandtafeln

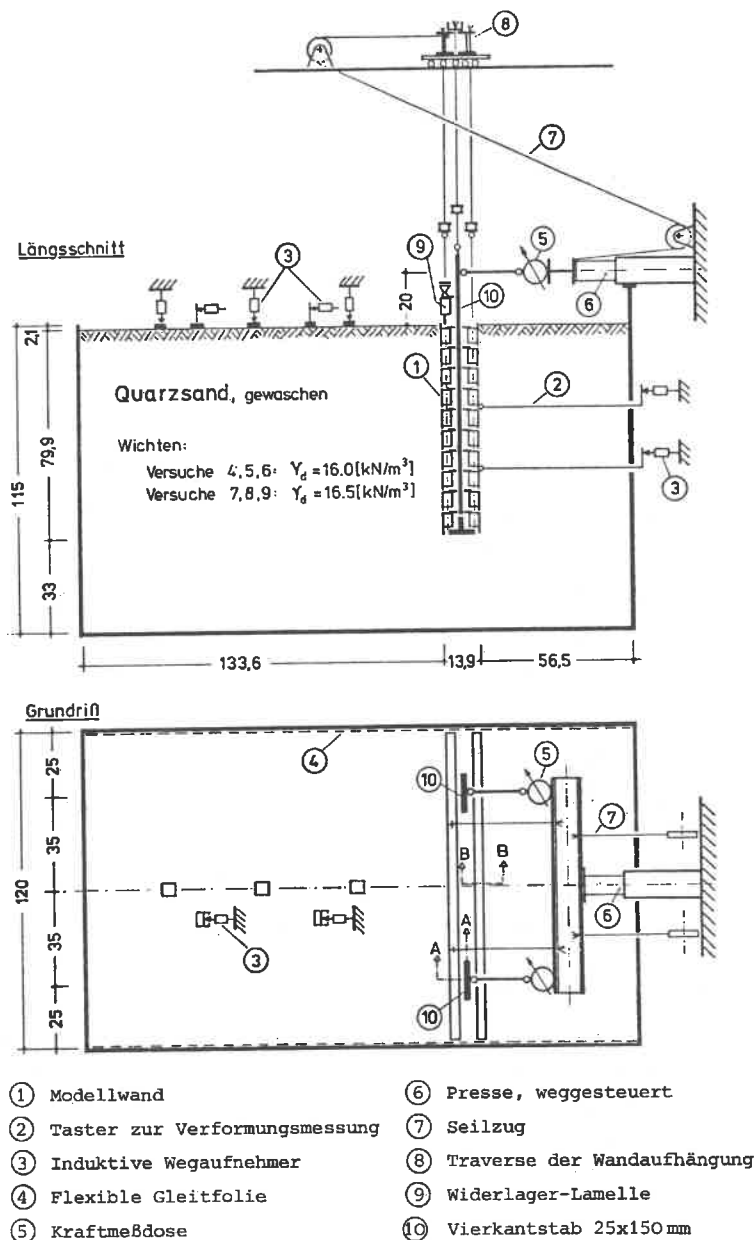
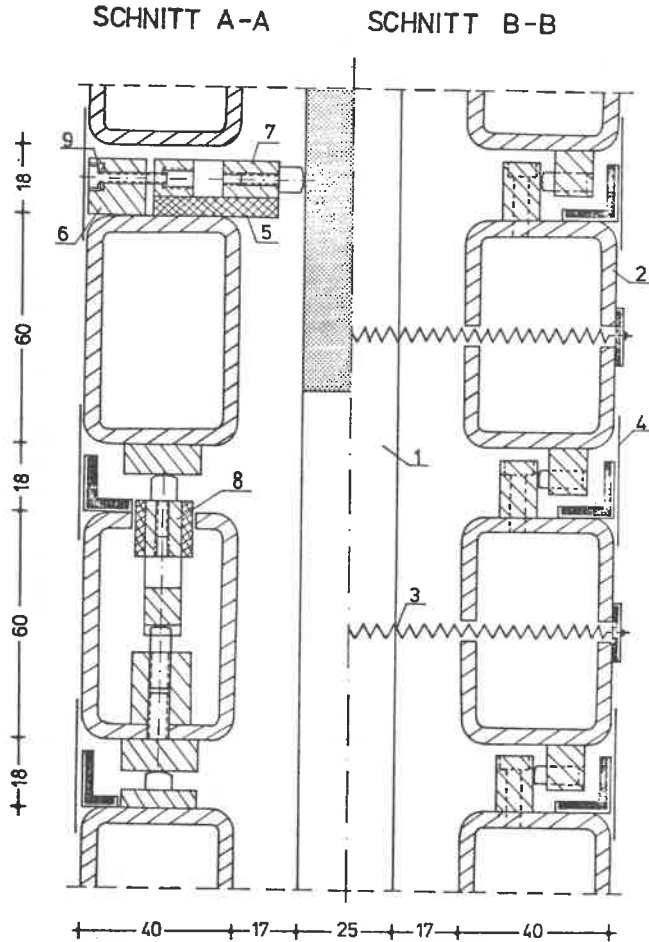


Bild 2.01: Modellwand mit Belastungsvorrichtung



Schnittführung siehe Bild 2.01

- | | |
|-----------------------|----------------------------------|
| 1 Vierkantstab 25x150 | 6 Widerlager des Kraftaufnehmers |
| 2 Lamelle 60x40x4 | 7 horizontaler Kraftaufnehmer |
| 3 Zugfeder | 8 lotrechter Kraftaufnehmer |
| 4 Dichtungsstreifen | 9 Tellerfedern |
| 5 Schaumstoff | |

Bild 2.02: Konstruktion der Modellwand

angeordnet sind.

Die einzelnen Lamellen sind statisch bestimmt auf dem Wandkern und der nächsttieferen Lamelle gelagert. Aus den mit Kraftaufnehmern gemessenen Auflagerkräften und der Lamellenfläche können die Erddruckspannungen berechnet werden. Die hierzu erforderlichen Kraftaufnehmer sind jeweils auf der Lamellenoberseite (Bild 2.02) angebracht und bestehen aus einem DMS-bestückten, statisch bestimmt gelagerten Biegebalken. Um ihre horizontale Widerlagerachse können diese Kraftaufnehmer Drehbewegungen bis zu 5° ausführen. Hierdurch wird eine zwängungsfreie Verformung der Wandkonstruktion nach Art eines Gelenkvierecks (s. Bild 2.03) ermöglicht, wobei die Relativverdrehung zwischen Lamelle und Kraftaufnehmer der Verdrehung der Wandachse entspricht.

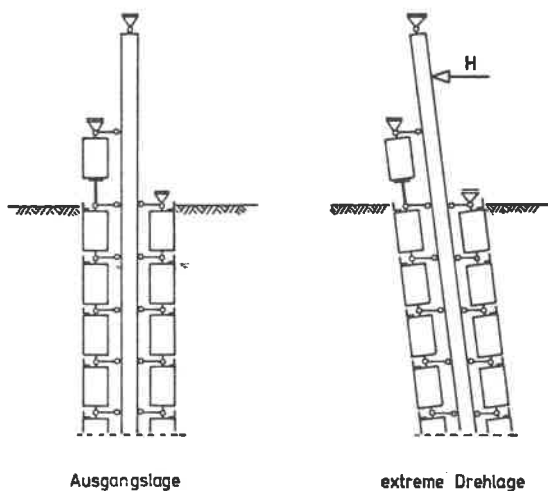


Bild 2.03: Statisches System der Wandkonstruktion

Um zu große Drehwinkel zu vermeiden, darf die Biegesteifigkeit des Wandkerns nicht zu gering gewählt werden.

Die gewählte Wandsteifigkeit liegt nach der von Titze [14] vorgenommenen Einteilung im biegsamen Bereich und ergibt, wenn mit t die Einbindetiefe und mit

L^* die elastische Länge bezeichnet werden, ein Verhältnis t/L^* zwischen 1,5 und 3,0. Die höheren Werte gelten dabei für die größere Einbaudichte des Sandes (vgl. Abschnitt 2.2) und bei kleinen Belastungen.

Gegenüber der Konstruktion von Wanoschek, bei der die Wandschubkräfte von den Zugstäben der Wandaufhängung aufgenommen und mit Kraftaufnehmern oberhalb der Wand gemessen werden, werden hier die Schubkräfte auf der Erdwiderstandsseite durch Druckübertragung zwischen den Lamellen zum Wandkopf weitergeleitet, wo sie von einem mitgeführten Widerlager (⑨ in Bild 2.01) aufgenommen werden. Die Kraftaufnehmer zur Messung der Schubkräfte wurden in die Lamelle eingelassen (Bild 2.02). Da ein lotrechtes Ausweichen der Modellwand verhindert wird, sind in etwa die Verhältnisse angenähert, wie sie im natürlichen Maßstab bei einem Bauwerk aufgrund des Eigengewichts und der einwirkenden Auflasten gegeben sind.

Die horizontale Wandbelastung wird durch eine verschiebungsgesteuerte Presse 20 cm über der Sandoberfläche ($h/t = 0,25$) aufgebracht. Um einen in bezug auf die Kastenlängsachse symmetrischen Verschiebungszustand zu gewährleisten, wird der Vorschub für beide Wandstäbe gemeinsam von einer Presse aus gesteuert. Die Krafteinleitung erfolgt über Pendelstäbe (Bild 2.01), die sicherstellen, daß die Belastung horizontal angreift und keine Zwängungsmomente entstehen können.

2.2 Versuchsdurchführung

Die Modellversuche wurden mit zwei verschiedenen Lagerungsdichten ausgeführt. Die geometrischen Verhältnisse und die Belastungsart wurden nicht geändert. Der Sandeinbau erfolgte in Lagen von 4 cm und führte, wenn die einzelnen Lagen nur leicht durchgereicht wurden (Versuche 4 bis 6), zu einer Trockenwichte von $16,0 \text{ kN/m}^3$. Durch zusätzliche Verdichtung, die mit einer Rüttelplatte nach dem Einbau von jeweils 4 Lagen (= 16 cm) vorgenommen wurde, konnte bei den Versuchen 7 bis 9 eine Trockenwichte von $16,5 \text{ kN/m}^3$ erzielt werden. Zur Bestimmung der Lagerungsdichte wurde der eingebaute Sand gewogen. Der Versuchsablauf erfolgte einheitlich nach folgendem Schema:

1. Der Sand wird zunächst bis in Höhe des Wandfußes eingefüllt.
2. Die Wand wird in ihre endgültige Position gebracht und soweit abgesenkt, daß gerade der Kontakt mit der Sandoberfläche hergestellt wird. Die Kontrolle dieses Vorgangs erfolgt über die Anzeige der Sohlkraftaufnehmer. Anschließend wird die Wand an

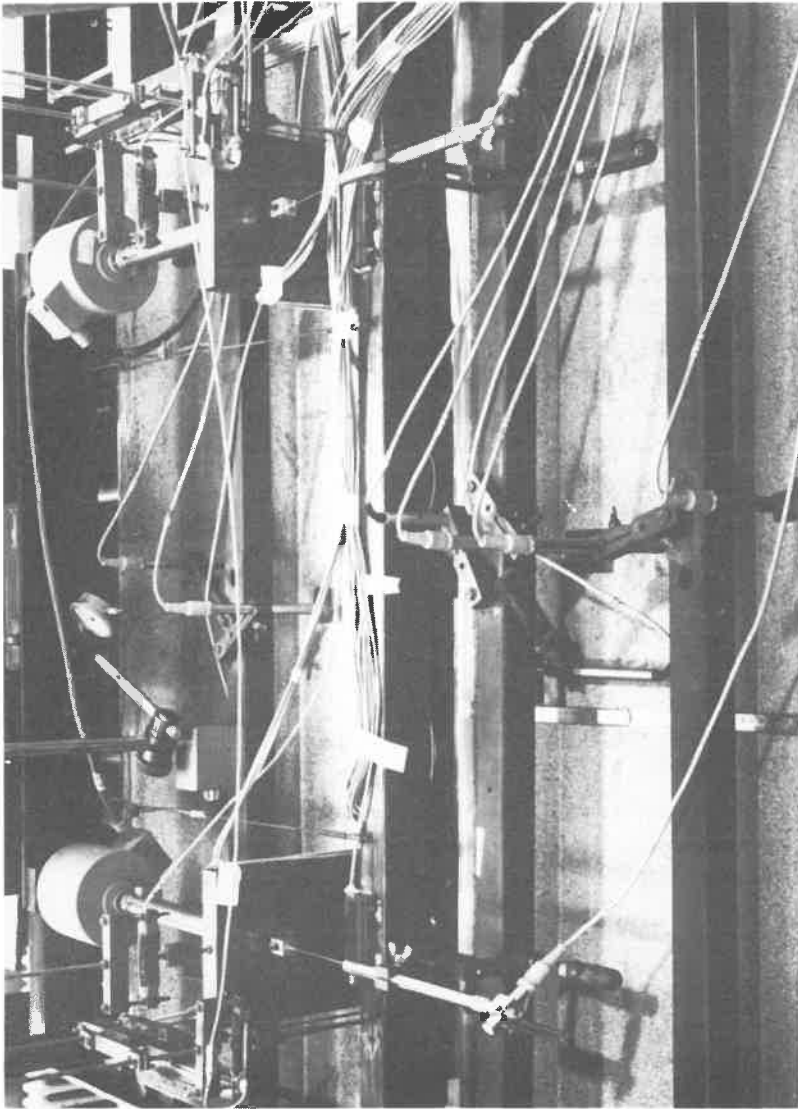


Bild 2.04: Messvorrichtungen auf der Sandoberfläche

- ihrem Kopfpunkt arretiert.
3. Der Sandeinbau wird auf beiden Wandseiten gleichzeitig fortgesetzt, wobei auf der Aktivseite in Höhe der Wanddrittelspunkte die Stäbe zur Messung der Wandverschiebungen befestigt werden (vgl. ② in Bild 2.01).
 4. Nach Beendigung des Sandeinbaus wird die Sandoberfläche plan abgezogen und der Ausgangsspannungszustand gemessen.
 5. Auf der Sandoberfläche werden die Setzungspegel angebracht und die induktiven Wegaufnehmer an den dafür vorgesehenen Meßbrücken befestigt (Bild 2.04). Die Arretierung des Wandkopfpunktes wird wieder gelöst und die Presse in ihre Ausgangsstellung gefahren.
 6. Der Pressenvorschub wird eingeschaltet, und die Meßstellen werden für die ersten 6 Meßzyklen im Dauerbetrieb und danach in einem 10-Minuten-Abstand für jeweils 2 weitere Meßzyklen abgefragt. Nach etwa 4,0 bis 4,5° Wandverdrehung wird der Vorschub gestoppt.
 7. Der Versuchskasten wird wieder entleert und zur Kontrolle eine Nullablesung vorgenommen.

Alle Versuche wurden einheitlich mit einer konstanten Vorschubgeschwindigkeit von 0,5 mm/min gefahren, wobei sich Schwankungen von maximal $\pm 0,05$ mm/min ergaben.

2.3 Auswertung der Meßdaten

Die elektrischen Meßsignale wurden mit Hilfe einer automatischen Datenerfassungsanlage registriert und über Drucker und Lochstreifenstanze ausgegeben. Insgesamt wurden 90 Größen gemessen, die sich wie folgt aufteilen:

a) über DMS-Kraftaufnehmer

- 2 Pressenkräfte
- 42 Erddruckkräfte
- 16 Wandschubkräfte
- 6 Sohlreaktionskräfte
- 2 Widerlagerkräfte

b) über induktive Wegaufnehmer

8 Wandverschiebungen
4 horizontale Oberflächenverschiebungen
10 vertikale Oberflächenverschiebungen
—
22.

Bei etwa 30 Meßzyklen fielen je Versuch insgesamt 2700 Einzeldaten an. Die Verarbeitung dieser umfangreichen Daten erfolgte in einem Rechenprogramm, das im einzelnen folgende Berechnungen durchführte:

1. Interpolation der Meßdaten

Da die Abfrage der Meßstellen bei laufendem Pressenvorschub erfolgte, wurden zunächst die Meßdaten zweier unmittelbar aufeinanderfolgender Meßzyklen durch lineare Interpolation auf einen gemeinsamen Zeitpunkt bezogen. Für einen vollen Meßzyklus wurden 2 Minuten benötigt, währenddessen der Wandkopfpunkt um 1 mm weiter ausgelenkt wurde. Dieses Zeitintervall erwies sich als genügend klein, um eine lineare Interpolation durchführen zu können.

2. Untersuchung des Gleichgewichts, Fehlerausgleich

Da alle an der eingespannten Wand angreifenden Kräfte gemessen wurden, konnte die Zuverlässigkeit der Ergebnisse über das Kräfte- und Momentengleichgewicht überprüft werden. Die festgestellten relativen Fehler lagen im Mittel bei 2,2%. Der absolute Fehler im Gleichgewicht der Horizontalkräfte wurde hierbei auf die jeweilige Pressenkraft und der absolute Momentenfehler auf die Momentensumme im Kraftschwerpunkt bezogen. In einer Ausgleichsrechnung wurden die Fehler proportional zur gemessenen Kraftgröße verteilt.

3. Berechnung der statischen Zustandsgrößen

Aus den in zwei lotrechten Schnitten gemessenen Lamellenauflegerkräften wurden Mittelwerte gebildet und aus diesen nach den Regeln der Balkenstatik die Erddruckspannungen, Querkräfte und Biegemomente ermittelt. Ferner wur-

den die Größe und die Angriffspunkte der Erddruckresultierenden berechnet.

4. Bestimmung der Wandverschiebung

Die Gesamtverschiebung der Wand, die in vier Höhenlagen gemessen wurde (vgl. Bild 2.01), setzt sich aus der Starrkörperdrehung und der Durchbiegung der Wand zusammen. Der letztere Anteil wurde aus der Momentenbeanspruchung errechnet und von den gemessenen Verschiebungen abgezogen. Für die so erhaltenen Starrkörperverschiebungen wurde eine Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate vorgenommen. Die endgültige Kurve der Gesamtverschiebung wurde erhalten, indem zur Ausgleichsgeraden der Starrkörperverschiebung wieder die Eigenverformungen der Wand hinzugefügt wurden. Der Schnittpunkt der verschobenen Wandachse mit derjenigen des Ausgangszustands lieferte den momentanen Wanddrehpunkt.

Die gewählten statischen Bezeichnungen für die im Boden eingespannte Wand sind in Bild 2.05 erläutert. Bei den Verformungen werden die Gesamtverschiebung v , die Eigenverformung der Wand w und die Starrkörperverschiebung ($v + w$) unterschieden. Die absoluten horizontalen Erddrücke werden auf der Passivseite mit σ_{xx}^p und auf der Aktivseite mit σ_{xx}^a bezeichnet.

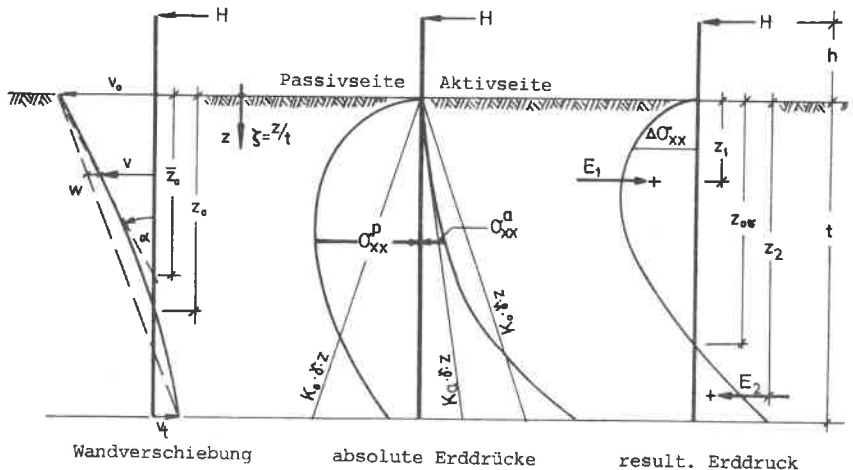


Bild 2.05: Bezeichnungen und stat. System der eingespannten Wand

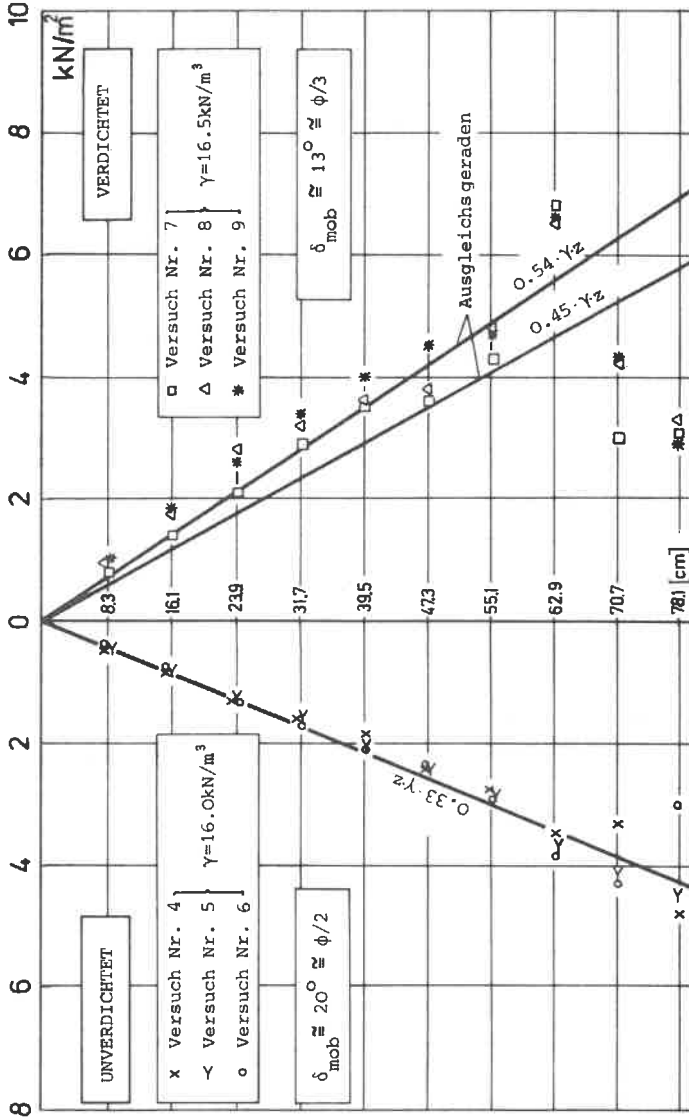


Bild 2.06: Erddruck im Nullzustand

Die Differenzspannung $\sigma_{xx}^p - \sigma_{xx}^a$ ergibt den resultierenden Erddruck $\Delta\sigma_{xx}$, dessen statische Wirkung vereinfachend durch die Erddruckkräfte E_1 und E_2 dargestellt werden kann.

2.4 Versuchsergebnisse

2.4.1 Ausgangsspannungszustand

In der Erddrucktheorie bezeichnet man die horizontale Spannung in einem Erdkörper, dessen Bodenteilchen nach ihrer Sedimentation keine Verschiebung mehr erlitten haben, als Ruhedruck. Die Größe dieser Spannung ist proportional zur Eigengewichtsspannung σ_{zz} , die linear mit der Tiefe t und der Wichte γ zunimmt. Der Proportionalitätsfaktor wird Ruhedruckbeiwert K_0 genannt und wird für horizontales Gelände nach dem empirischen Ansatz

$$K_0 = 1 - \sin\phi \quad (2.01)$$

ermittelt, worin ϕ den Scherwinkel des Bodens angibt.

Die in den Versuchen nach dem Sandeinbau gemessenen Spannungen nehmen ebenfalls proportional mit der Tiefe zu (Bild 2.06). Jedoch sind die ermittelten Erddruckbeiwerte dieses Ausgangszustands beim unverdichteten Sand

($K = 0,33 < 0,40$) kleiner als der theoretische Wert nach (2.01), während sich umgekehrt beim verdichteten Sand ($K = 0,45 > 0,35$) höhere Werte festgestellt wurden.

Die Abweichungen werden zum Teil dadurch verursacht, daß der natürliche Sedimentationsvorgang wegen der beim Sandeinbau geweckten Wandschubspannungen nicht exakt nachgebildet wird. Ferner wirkt die Verdichtung des Sandes wie eine Vorbelastung, bei der die erzeugten Horizontalspannungen nach der Entlastung zum Teil im Boden als Eigenspannungen verbleiben und so zu erhöhten Erddrücken führen. Am Wandfuß (Bild 2.06) ist vor allem bei den mit Sandverdichtung durchgeführten Versuchen ein Spannungsabfall festzustellen, der auf eine unvollkommene Verdichtung in diesem Bereich schließen läßt. Die Sandverdichtung ist am Wandfuß besonders schwierig, da dort geringe Wandbewegungen während des Rüttelvorgangs nicht ganz zu vermeiden sind.

2.4.2 Erddruckverteilung

Bei Verdrehung einer eingespannten Wand nimmt der Erddruck (Bild 2.07) in den Bereichen zu, in denen die Verschiebung gegen den Boden erfolgt (Passiv-Zonen),

und in den Bereichen ab, in denen die Bewegung vom Boden fort erfolgt (Aktiv-Zonen). Die Erddruckänderung erfolgt hierbei auf beiden Wandseiten

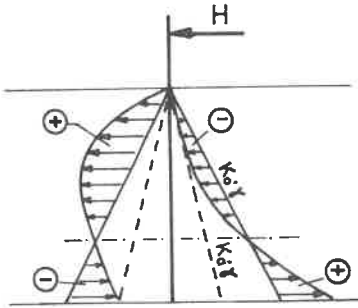


Bild 2.07: Erddruckänderung (schematisch)

in gleicher Richtung, so daß sich die Spannungsanteile bei Berechnung des resultierenden Erddrucks jeweils addieren.

In Bild 2.08 sind für einen Versuch die gegenüber dem Ausgangszustand eingetretenen Spannungsänderungen in Abhängigkeit von der Belastung H bzw. der Wandverdrehung α aufgetragen. Der Drehwinkel α bezieht sich hierbei auf die Verdrehung einer starren Ersatzwand, die die Verformungskurve oberhalb des Drehpunkts möglichst gut annähert (vgl. Bild 2.05).

Die Erddruckänderungen sind in den Aktiv-Zonen bereits bei kleinen Wandverdrehungen abgeschlossen (Bild 2.08) und gegenüber dem Erddruckzuwachs in den

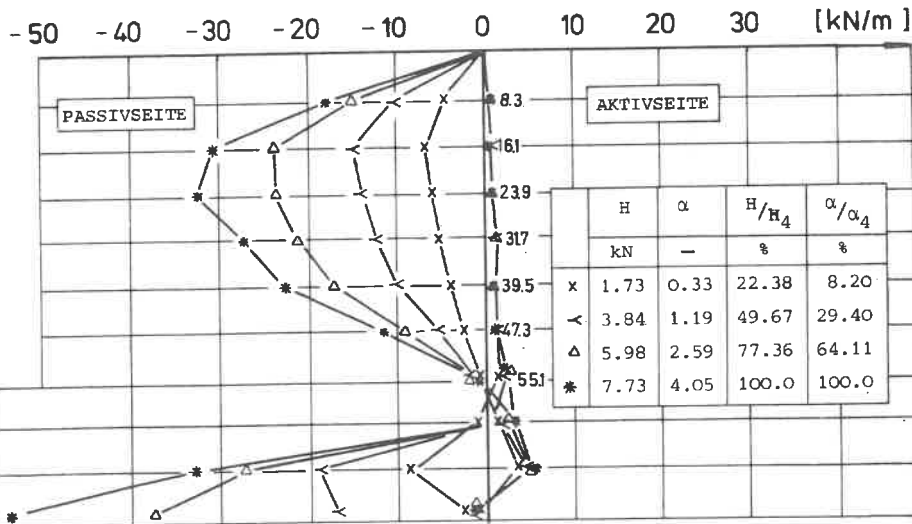


Bild 2.08: Erddruckverteilung (Versuch 6)

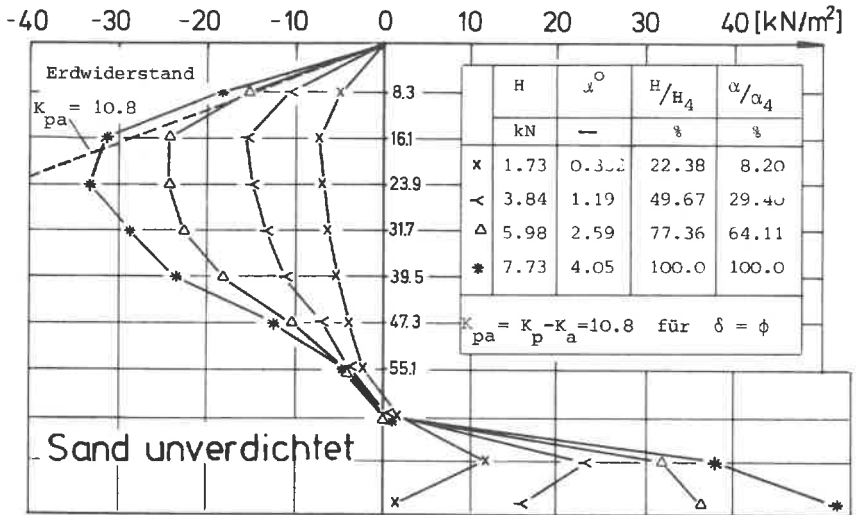


Bild 2.09: Resultierender Erddruck (Versuch 6)

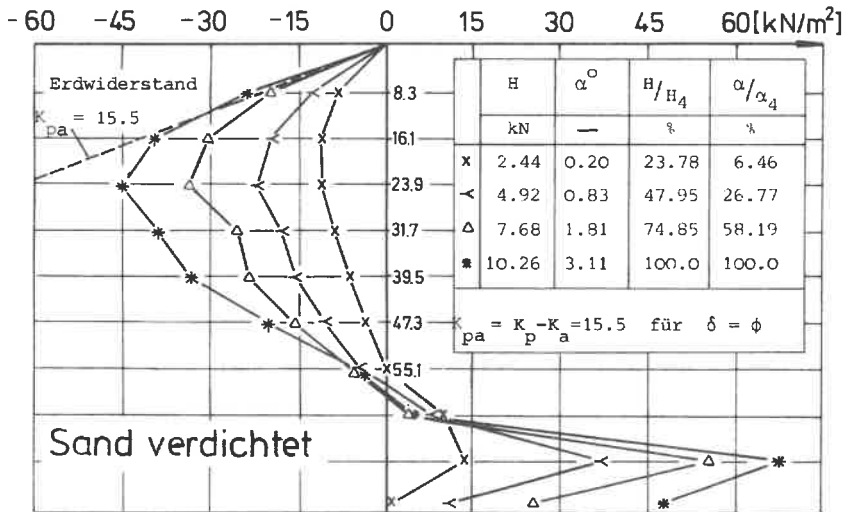


Bild 2.10: Resultierender Erddruck (Versuch 9)

Passiv-Zonen fast vernachlässigbar.

Die Nulldurchgänge der Erddruckkurven liegen auf der Aktivseite stets etwas tiefer als auf der Passivseite. Hierbei dürfte eine Rolle spielen, daß sich wegen der endlichen Wanddicke kein eigentlicher Drehpunkt, sondern ein sich mit der Wand mitdrehender Walzkörper im Sand ausbildet.

Die resultierenden Erddruckkurven sind für zwei Versuche in Bild 2.09 (unverdichteter Sand) und Bild 2.10 (verdichteter Sand) dargestellt. Qualitativ ist im Rahmen der hier vorgenommenen Veränderung der Lagerungsdichte kein Unterschied festzustellen. Oberhalb des Drehpunkts verlaufen die Kurven annähernd parabolisch, wobei die Angriffspunkte der statischen Ersatzkräfte E_1 und E_2 (vgl. Bild 2.05) sich mit zunehmender Belastung etwas nach unten verlagern (s. Kap. 5.5). Eine lineare Zunahme des Erdwiderstands mit der Tiefe z , wie sie in der allgemeinen Erddrucktheorie für den Bruchzustand vorausgesetzt wird, stellt sich hier auch nach großen Wandverdrehungen nur etwa im oberen Wanddrittel ein.

Am Wandfuß ist vor allem bei den Versuchen mit Sandverdichtung ein ungewöhnlicher Spannungsabfall festzustellen, der wohl auf versuchsbedingte Störungen in diesem Bereich zurückgeführt werden muß (vgl. Abschnitt 2.4.1).

2.4.3 Bettungsmodulverlauf

Aus dem ermittelten resultierenden Erddruck $\Delta\sigma_{xx}$ und der Wandverschiebung v wurde jeweils der Bettungsmodul

$$k_s = \frac{\Delta\sigma_{xx}}{v} \quad (2.02)$$

berechnet und in Abhängigkeit von der Tiefe aufgetragen. Als typisches Beispiel ist in Bild 2.11 der Bettungsmodulverlauf des Versuchs 6 bei verschiedenen Laststufen dargestellt. Bei allen Versuchen zeigte der Sand unterhalb des Drehpunkts andere Verformungseigenschaften als oberhalb, was durch teilweise mehr als dreifach höhere Bettungsmoduli im unteren Wandbereich zum Ausdruck kommt.

Von der Sandoberfläche aus nimmt der Bettungsmodul zunächst annähernd linear mit der Tiefe zu und fällt zum Drehpunkt hin wieder leicht ab. Im Bereich des Drehpunkts wird das Verhältnis (2.02) unbestimmt, da dort sowohl der resultierende Erddruck als auch die Wandverschiebung gegen Null gehen. Die beiden in unmittelbarer Nähe des Drehpunkts gelegenen Meßpunkte wurden daher bei der Auswertung nicht berücksichtigt.

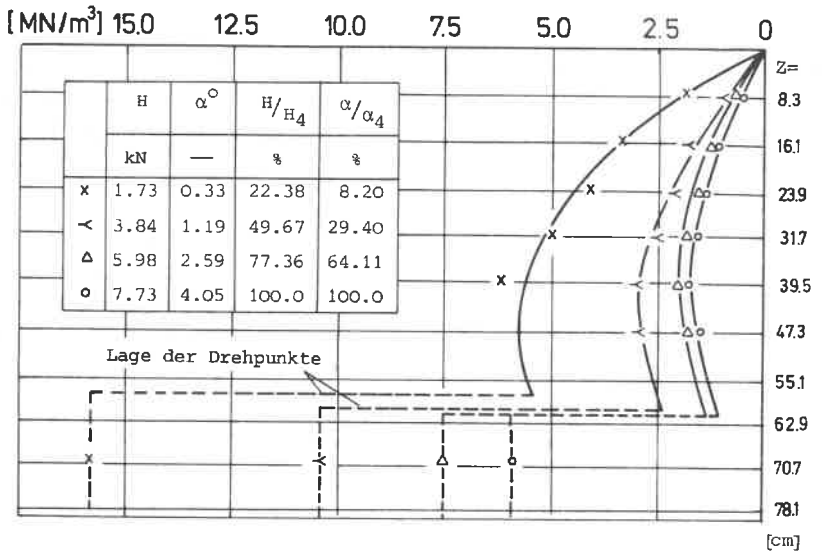


Bild 2.11: Bettungsmodulverlauf (Versuch 6)

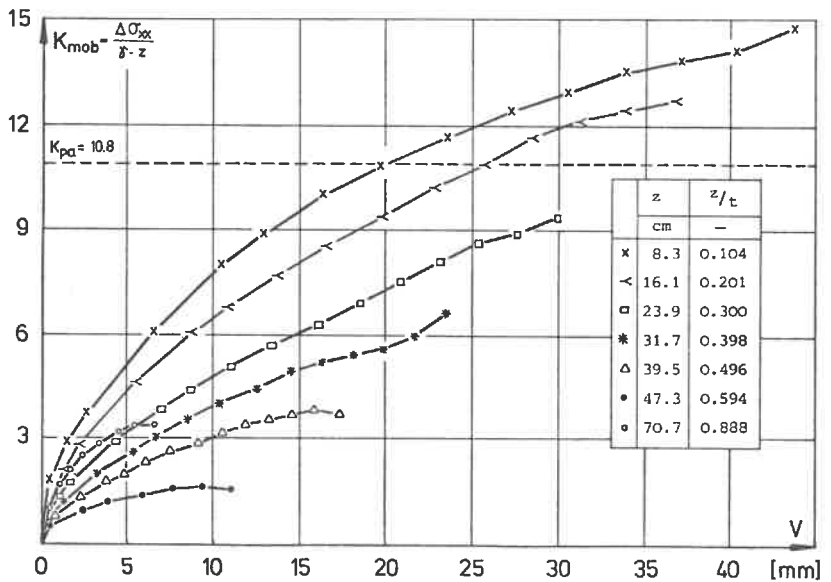


Bild 2.12: Abhängigkeit des Erdwiderstandes von der Verschiebung für verschiedene Tiefenlagen (Versuch 6)

Für den Bereich des Wandfußes kann der Bettungsmodulverlauf aus den Versuchswerten nicht bestimmt werden, da von den zwei vorhandenen Meßstellen die unterste unzuverlässige Ergebnisse lieferte. In der Darstellung des Bildes 2.11 ist daher für diesen Bereich nur ein mittlerer Bettungsmodul eingetragen, der über die Erddruckkraft E_2 und unter der Annahme eines linearen Verschiebungsverlaufs wie folgt ermittelt wurde:

Die statische Ersatzkraft E_2 (vgl. Bild 2.05, S.14) ergibt sich aus

$$\begin{aligned} E_2 &= b \cdot \int_{z_0}^t \Delta \sigma_{xx} \cdot dz = b \cdot \int_{z_0}^t k_s \cdot v \cdot dz \\ &= 1/2 \cdot b \cdot \Delta z \cdot k_s \cdot v_t \end{aligned} \quad (2.03),$$

wo Δz den Abstand des Drehpunkts vom Wandfußpunkt bedeutet. Hieraus erhält man den gemittelten Bettungsmodul

$$k_s = \frac{2E_2}{b \cdot \Delta z \cdot v_t} \quad (2.04).$$

2.4.4 Weckung des Erdwiderstands

Zur Beschreibung der Verformungseigenschaften des Bodens bei einem Einspannungsproblem sind vor allem die in Bild 2.12 wiedergegebenen normierten Erddruckverschiebungs-Kurven geeignet. Auf der Abzisse ist die Wandverschiebung v (vgl. Bild 2.05) und auf der Ordinate das Spannungsverhältnis

$$K_{mob} = \frac{\Delta \sigma_{xx}}{\gamma \cdot z} \quad (2.05)$$

aufgetragen, wobei K_{mob} den Erddruckbeiwert für den mobilisierten (Index mob) Erddruck $\Delta \sigma_{xx}$ bezeichnet. Nach der Erddrucktheorie ergibt sich im Bruchzustand für K_{mob} der Grenzwert

$$K_{pa} = K_{ph} - K_{ah} \quad (2.06),$$

wenn mit K_{ph} und K_{ah} die Erddruckbeiwerte des horizontalen passiven und aktiven Erddrucks bezeichnet werden.

In Tafel 2.01 sind die hier maßgebenden Erddruckbeiwerte nach [15] in Abhängigkeit vom Scherwinkel ϕ und Wandreibungswinkel δ des Bodens zusammengestellt.

Versuche	γ	ϕ	δ	K_{ph}	K_{ah}	K_{pa}
4, 5, 6	16,0 kN/m ³	37°	0°	4,0	0,25	3,75
			37°	11,0	0,19	10,8
7, 8, 9	16,5 kN/m ³	41°	0°	4,82	0,21	4,61
			41°	15,7	0,15	15,5

Tafel 2.01: Erddruckbeiwerte

Die in Bild 2.12 dargestellten Kurven beziehen sich auf verschiedene Tiefen z und lassen erkennen, daß die Asymptotenwerte der Kurven um so kleiner sind, je näher ein betrachteter Punkt zum Wanddrehpunkt liegt. Nahe der Sandoberfläche übersteigt der gemessene Erdwiderstand den theoretischen Wert bis zu 30%. Hierbei ist jedoch zu beachten, daß in diesem Bereich wegen der sehr kleinen Spannungen vermutlich ein höherer Scherwinkel anzusetzen ist (Nichtlinearität der Mohr-Coulombschen Grenzbedingung). Ein Anstieg des Scherwinkels um 2° würde bereits den beobachteten Unterschied erklären.

In tiefer gelegenen Punkten bleibt der Erddruck deutlich unterhalb des theoretischen Wertes. Die Erwartung (vgl. z. B. Dalbentheorie), daß bei genügend großer Wandverdrehung in allen Tiefen der Grenzwert K_{pa} erreicht wird, bestätigt sich damit nicht. Außerdem folgt aus den Kurven, daß zu gleichen Verschiebungen in Abhängigkeit von der Tiefe z verschiedene Mobilisierungsgrade K_{mob}/K_{pa} gehören.

Bei der in Kapitel 6 vorgenommenen Formulierung einer Erddruck-Weg-Beziehung wird dieses Versuchsergebnis zu berücksichtigen sein. Außerdem soll dort in Zusammenhang mit der Auswertung der numerischen Berechnung des Einspannungsproblems der Einfluß des Wandreibungswinkels für das hier beobachtete Erddruckverhalten erörtert werden.

3. Stoffeigenschaften

3.1 Allgemeines

Während die Entwicklung von allgemeinen, auch quantitativ befriedigenden Stoffansätzen im Bereich der Bodenmechanik erst am Anfang steht, herrscht über die Art der zu beschreibenden Phänomene schon weitgehend Klarheit. Einige Grundmerkmale des Stoffverhaltens nichtbindiger Böden, auf die wir uns hier beschränken, sollen zur Verdeutlichung der Problematik vorab zusammengestellt werden:

- a. Sand ist ein kohäsionsloses Lockergestein und kann daher nur bei gleichzeitigem hydrostatischen Druck Scherspannungen¹ übertragen. Die Abhängigkeit der Festigkeit von den Normalspannungen kann durch die Mohr-Coulombsche Bruchbedingung

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} = \sin\phi \quad (3.1)$$

wiedergegeben werden, wobei ϕ der Scherwinkel des Bodens im Bruchzustand ist.

Das Verformungsverhalten eines trockenen Sandes wird maßgeblich von Korngrößenverteilung, Kornform und Porenanteil bestimmt.

- b. Bereits von Beginn einer Belastung an treten plastische, d.h. irreversible Dehnungen auf. Mit zunehmender Scherbeanspruchung machen diese von Kornbewegungen ausgelösten Formänderungen ein Mehrfaches der elastischen Anteile aus. Daher wird auf Sand vielfach das Modell des starr-plastischen Mediums angewandt.
- c. Bei Scherverformungen zeigt eine Sandprobe plastische Volumenänderungen, die je nach Zustand der Probe eine Auflockerung (Dilatanz) bzw. eine Verdichtung (Kontraktanz) sein können. Der Zustand der Sandprobe ist hierbei ganz wesentlich von der durch die Porenzahl e gekennzeichneten Dichte abhängig. Als weitere Einflußgrößen kommen die Richtung und der Grad der Scherbeanspruchung hinzu, wobei letztere durch das Hauptspannungsverhältnis σ_1/σ_3 oder, wie im Rahmen dieser Arbeit, durch den mobilisierten

¹ Unter der Voraussetzung, daß die Korngröße des Sandes klein ist gegenüber den geometrischen Abmessungen des Problems, kann der Sand als Kontinuum angesehen werden.

Scherwinkel ϕ_{mob} wiedergegeben werden kann. Im zweidimensionalen Verformungszustand pflegt man das Maß der Volumenänderung durch den von Bent Hansen eingeführten Dilatanzwinkel ν auszudrücken

$$\sin \nu = - \frac{\dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_3}{\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_3} \quad (3.2).$$

- d. Die Umorientierung der Sandkörner, die zur Mobilisierung eines gewissen Scherwiderstands erforderlich ist, erzeugt in einer anfangs homogenen und isotropen Probe eine Struktur, die zu einem anisotropen mechanischen Verhalten führt. Im Unterschied zur Anisotropie des Ausgangszustandes, die bei natürlich anstehenden Böden in der Regel durch den Sedimentationsprozeß erzeugt worden ist, kann die Umorientierung der Körner in eine dem jeweiligen Beanspruchungszustand zugeordneten stabilen Lage als aufgeprägte Anisotropie bezeichnet werden. Bei Änderung der Scherrichtung geht diese Struktur wieder verloren.

Die quantitative Beschreibung der aufgeführten Phänomene bereitet außerordentliche Schwierigkeiten. Das liegt nicht nur an der komplexen Art der Zusammenhänge, sondern größtenteils auch an der beschränkten Möglichkeit, Verformungen an Bodenproben unter allgemeinen Lastzuständen experimentell zu bestimmen. Ihrer Struktur nach lassen sich die bisher formulierten Stoffansätze für Erdstoffe in zwei Gruppen gliedern: in finite (zuweilen auch differentielle) Gesetze vom quasi-elastischen und in differentielle Gesetze vom elastoplastischen Typ. Finite Stoffgleichungen stellen eine funktionale Verknüpfung von Spannungs- und Dehnungsgrößen dar

$$\sigma = f(\epsilon) \quad (3.3).$$

Gleichung (3.3) impliziert bereits durch ihre Form eine eindeutige Zuordnung von Spannungs- und Dehnungszustand. Diese Eindeutigkeit ist jedoch bei Böden nur für monotone Belastungswege gegeben. Treten unstetige Belastungsänderungen auf, müssen jeweils gesonderte Materialparameter in entsprechenden Versuchen bestimmt und in die Stoffgleichung eingesetzt werden. So ist vor allem zwischen Erstbelastung und Ent- bzw. Wiederbelastung zu unterscheiden.

Häufig begnügt man sich damit, skalare Beziehungen zwischen einzelnen Komponenten des Spannungs- und Dehnungstensors zu formulieren. Eine vollständige Angabe der Spannungs- Dehnungsbeziehung verlangt jedoch, Gleichung (3.3) als nicht-lineare Tensorfunktion anzuschreiben.

In die praxisorientierte numerische Berechnung von Grundbauproblemen hat ein skalarer Ansatz von Kondner [16] breiten Eingang gefunden. Kondner nähert

die in Dreiaxialversuchen gemessene Druck-Setzungslinie durch eine hyperbolische Funktion an

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\epsilon_1}{a + b \cdot \epsilon_1} \quad (3.4).$$

Duncan und Chang [17] verwenden diese empirische Funktion, um die Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls vom momentanen Spannungszustand zu ermitteln. Durch Differentiation von (3.4) nach ϵ_1 erhalten sie

$$E_t = 1/a \left[1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3) \right]^2 \quad (3.5).$$

Hierin geben die Parameter $1/a$ den Elastizitätsmodul zu Beginn der Scherbeanspruchung und $1/b$ die Scherfestigkeit der Probe bei einem gegebenen Seitendruck an.

Die Variation des Elastizitätsmoduls in Abhängigkeit vom jeweiligen Spannungszustand stellt die einfachste mögliche Verallgemeinerung des Hooke'schen Gesetzes dar. Über die Querkontraktionszahl μ als zweite "elastische Konstante" sind wenig konkrete Angaben zu finden, was wohl zu einem Teil auf die unzuverlässige Bestimmung dieser Größe in den üblichen Routineversuchen zurückzuführen ist. Duncan und Chang [17] setzen für nichtbindige Böden den konstanten Wert $\mu = 0.35$ an. Abgesehen davon, daß bei dilatanten Böden die beiden Elastizitätsmoduln nicht zu voller Beschreibung des Stoffverhaltens ausreichend sein können, ist es nicht sinnvoll, μ konstant anzusetzen. Als Folge dieser rigorosen Vereinfachung ergibt sich, daß mit wachsender Scherbeanspruchung auch die Kompressionsfestigkeit verschwindet, da mit E_t auch der zugehörige Kompressionsmodul gegen Null strebt. Berechnungen mit diesem Ansatz führen daher zu weit unterschätzten Bruchlasten.

Behält man die Beschränkung auf zwei Stoffmoduln bei, so ist die Verwendung des Gleitmoduls G und des Kompressionsmoduls K vorzuziehen, da hiermit die bei Böden sehr unterschiedlichen Beanspruchungen des Scherens und der Kompression getrennt erfaßt werden. Spaltet man darüberhinaus die Verformungen infolge Dilatanz ab, so dürfte bei rolligen Böden der Kompressionsmodul nur eine geringe Spannungsabhängigkeit zeigen. Für den Gleitmodul erhält man in Dreiaxialversuchen eine (3.5) entsprechende Abhängigkeit von der Scherbeanspruchung [18].

Die Schwierigkeiten bei der Beschreibung des Dilatanzverhaltens lassen sich beheben, wenn man über den Hooke'schen Ansatz hinaus allgemeinere Verknüpfungen zwischen den Komponenten des Spannungs- und Dehnungstensors zulässt.

Setzt man weiterhin Isotropie und die Existenz eines elastischen Potentials voraus, kann die Spannungs-Dehnungs-Beziehung vollständig durch den

Ansatz¹

$$\sigma_{ij} = A_1 \cdot \delta_{ij} + A_2 \cdot \epsilon_{ij} + A_3 \cdot \epsilon_{im} \cdot \epsilon_{mj} \quad (3.6)$$

beschrieben werden (vgl. [19]). Hierin sind die Koeffizienten A_1, A_2, A_3 Funktionen der Invarianten des Dehnungstensors und werden gewöhnlich durch Reihenentwicklungen dargestellt. Durch die große Anzahl der zu bestimmenden Stoffkonstanten wird die praktische Bedeutung der Beziehung (3.6) eingeschränkt. Zudem geht die Überschaubarkeit des mechanischen Einflusses der Stoffparameter weitgehend verloren. Für genügend kleine Verformungsschritte kann die Beziehung (3.6) linearisiert werden, indem das Spannungsinkrement $\Delta\sigma_{ij}$ durch das totale Differential $d\sigma_{ij}$ ersetzt wird. Die so erhaltene Stoffmatrix ist im Unterschied zur Hooke'schen Matrix auch in den Nebengliedern von Null verschieden. Außerdem geht die Symmetrie verloren, wenn die Annahme der Existenz eines elastischen Potentials aufgegeben wird.

Wie bereits erwähnt, geht die Eindeutigkeit der Spannungs-Dehnungsbeziehung verloren, sobald nennenswerte irreversible Verformungen auftreten. Da dies bei Böden fast stets der Fall ist, ist es sinnvoll, im Stoffansatz nur eine Aussage über die Inkremente von Spannungen und Dehnungen zu machen (vgl. S.42):

$$\{d\sigma\} = [D] \cdot \{d\epsilon^e\} \quad (3.7)$$

und die Gesamtdehnungen in einen elastischen und einen plastischen Anteil aufzuspalten:

$$\{d\epsilon^e\} = \{d\epsilon\} - \{d\epsilon^p\} \quad (3.8).$$

Die Quantifizierung der Beziehungen (3.7) und (3.8) erfolgt im Rahmen der Plastizitätstheorie über eine Fließregel und ein Verfestigungsgesetz, die zusammen Richtung und Größe der plastischen Dehnungen bestimmen. Die Grenze des elastischen Bereichs wird durch die Fließbedingung festgelegt. Für Metalle sind verschiedene Fließregeln aufgestellt worden, von denen die Hypothesen nach St. Vénant (1871) über die Koaxialität des Tensors der Deformationsänderungen mit dem Spannungstensor bei gleichzeitiger Volumenkonstanz und die Normalitätsbedingung nach von Mises (1913) auch für die Bodenmechanik größere Bedeutung erlangt haben. Jedoch sind beide Ansätze im Bezug auf ihre Aussagen über die plastischen Volumenänderungen für Sand wegen der Dilatanzerscheinungen nicht zutreffend. In Verbindung mit einer bei Sand wegen der

¹ Tensorielle Schreibweise

spannungsabhängigen Festigkeit notwendigerweise kegelförmigen Fließfläche liefert das Normalitätskonzept stets plastische Expansion. Das ist sicherlich bei lockeren Sanden falsch. Aber auch bei dichten Sanden werden mit diesem Ansatz zu große Volumenauflockerungen berechnet.

Die notwendige Weiterentwicklung des Plastizitätstheoretischen Konzepts wurde für bindige Böden von Roscoe und seinen Mitarbeitern [20] mit der Entwicklung des "Cam Clay" Modells begonnen. Bei diesem Stoffansatz ist die Einführung einer mit der erfolgten plastischen Volumenverdichtung (strain hardening) sich aufweitenden Fließfläche grundlegend. Diese schließt im Spannungsraum den Kegel der Mohr-Coulombschen Bruchbedingung in Richtung der Raumdiagonalen kappenförmig ab (Bild 3.01). Die Normalität der plastischen Dehnungssinkremente kann für diese Fließbedingung aufrechterhalten werden.

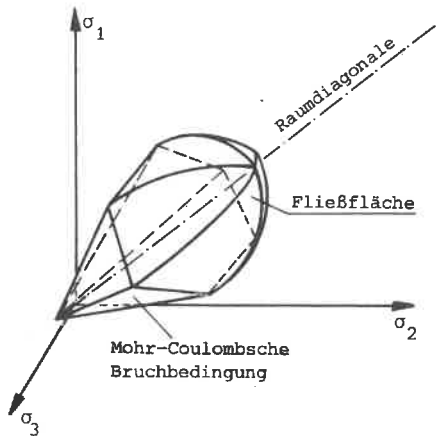


Bild 3.01: Fließfläche im Spannungsraum

Für rollige Böden brachte die Entwicklung der "Stress Dilatancy Theory" durch Rowe und andere (vgl. [21], [22], [23]) entscheidende Fortschritte. Aus Betrachtungen über die Energiebilanz bei Schervorgängen in starrkörnigen Medien leitete Rowe eine Beziehung zwischen dem Verhältnis der Dehnungssinkremente und dem Verhältnis der Hauptspannungen ab

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = -K \cdot \frac{\dot{\epsilon}_3}{\dot{\epsilon}_1} \quad (3.9),$$

wobei die Konstante K nur noch von einem effektiven Kornreibungswinkel ϕ_f abhängig gemacht wird

$$K = \tan^2(\pi/4 + \phi_f/2) \quad (3.10).$$

Je nachdem, wie die Verformung eingeschränkt ist (Axialsymmetrie, ebener Verschiebungszustand), liegt ϕ_f näher bei ϕ_μ , dem wahren Kornreibungswinkel (für Quarz $\sim 27^\circ$), oder bei ϕ_{cv} , dem Scherwinkel bei volumenkonstantem Fließen ($\sim 34^\circ$). Die für zweidimensionale Verformungsvorgänge aufgestellte Beziehung (3.9) stellt im Sinne des Plastizitätskonzepts eine Fließregel dar. Die Aussage der Stress-Dilatancy-Theorie konnte durch Versuche mit unterschiedlichen Spannungswegen weitgehend bestätigt werden, so z.B. bei Poorooshasb u.a. [24].

Auf die Darstellung der Stoffbeziehungen für Sand im allgemeinen räumlichen Beanspruchungszustand kann im Rahmen dieser Arbeit verzichtet werden. Angaben über die geeignete Form der Fließbedingung finden sich u.a. in [24], [25], [26]. Hinsichtlich der Fließregel ist der Vorschlag von besonderem Interesse, die Normalitätsbedingung für den deviatorischen Anteil der plastischen Verformungen aufrechtzuerhalten [27] und analog zu (3.9) die plastischen Volumenänderungen über eine empirische Dilatanzfunktion zu bestimmen [25].

Die Größe der plastischen Dehnungen wird im Rahmen des Konzepts elastoplastischer Stoffe durch das Verfestigungsgesetz festgelegt. Es ist überraschend, wie wenig Bemühungen der Bodenmechanik sich bisher dieser Frage gewidmet haben, obwohl erst eine quantitative Aussage über die Aufweitung der Fließgrenze den Stoffansatz vollständig macht.

Da die Verfestigung bei Sand eng mit der Kornumlagerung in der Scherzone verknüpft ist, wird als maßgebende Einflußgröße die bleibende Scherverformung anzusehen sein, die ihrerseits bei monotoner Belastung eine Funktion des Hauptspannungsverhältnisses ist. Lade und Duncan [26] verwenden daher bei ihren Untersuchungen als Härtungsgesetz eine experimentell bestimmte Abhängigkeit zwischen Dissipationsarbeit und Scherbeanspruchung. Auch wenn die plastische Arbeit im allgemeinen nicht nur eine Funktion des Hauptspannungsverhältnisses ist, wird der Ansatz von Lade und Duncan sicherlich in vielen Fällen ausreichend sein, um quantitative Aussagen über die plastischen Verformungen zu machen. Ist jedoch eine Belastung mit einer plötzlichen Rotation der Hauptspannungsachsen verbunden, ist wegen des auftretenden Bauschinger-Effekts ein anisotropes Härtungsgesetz erforderlich.

Die aufgeführten Stoffeigenschaften und die Unzulänglichkeiten der bisherigen Ansätze zur mathematischen Beschreibung der beobachteten Phänomene machen deutlich, daß von Seiten der Stoffmechanik noch einige Vorarbeit zu leisten ist, ehe die Vorgänge im Boden allgemein zutreffend durch numerische Modelle nachgebildet werden können. Glücklicherweise sind jedoch bei vielen praktischen

Problemen Vereinfachungen möglich. So erlaubt es die Beschränkung auf einen monotonen Verformungsweg, die Anisotropie des Härtungsvorgangs im Rahmen dieser Arbeit außer acht zu lassen.

3.2 Vereinbarung über die Wahl der Bezugsgrößen im ebenen

Formänderungszustand

Der ebene Formänderungszustand ist ein in der bodenmechanischen Praxis häufig zumindest bereichsweise gegebener Sonderfall. Es ist daher gerechtfertigt, diesen Fall aus Gründen der vereinfachten Darstellung gesondert neben dem allgemeinen räumlichen Spannungs- und Dehnungszustand zu behandeln.

Da im kohäsionslosen Boden keine Zugspannungen auftreten können, führen wir ferner Druckspannungen und entsprechend auch Stauchungen als positive Größen ein und vereinbaren σ_1 als größte, σ_2 als mittlere und σ_3 als kleinste Hauptspannung. Obwohl definitionsgemäß für ebene Formänderungen an sich nur $d\varepsilon_2 = 0$ gilt, setzen wir näherungsweise auch $d\varepsilon_2^p = 0$ an, da der Einfluß der elastischen Formänderungen $d\varepsilon_2^e$ auf das Stoffverhalten in der Ebene 1,3 vernachlässigt werden kann.

Es bleibt die Frage, ob auch die mittlere Hauptspannung von der Betrachtung ausgenommen werden kann. Die Objektivität eines Stoffansatzes verlangt bei einem isotropen Körper, auf den wir uns hier beschränken, die Verwendung invarianter Spannungs- und Dehnungsgrößen. Jedoch können wir hier von dieser Forderung aus zwei Gründen absehen:

1. Die vorgenommenen Experimente zeigen, daß das Spannungsverhältnis $\sigma_2/(\sigma_1 + \sigma_3)$ bei monotonen Belastungen annähernd konstant bleibt, so daß die mittlere Hauptspannung jederzeit aus den Stoffgleichungen eliminiert werden kann. *)
2. Bei Prüfung der Frage, welche allgemein räumliche Beanspruchung den Bruchzustand einer Bodenprobe bestimmt, scheint dem Verhältnis $(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)$ als Maß für die Scherbeanspruchung eine größere Bedeutung zuzukommen als der zweiten Invarianten des Spannungsdeviators. Diese Hypothese wird durch Experimente von Green/Bishop [28] gestützt, die für Sand die Mohr-Coulombsche Bruchbedingung weitgehend bestätigt gefunden haben, bei der bekanntlich die mittlere Hauptspannung σ_2 keinen Einfluß hat. Der Scher-

*) vgl. hierzu Spalte 7 in den Tabellen der Anl. B des Anhangs

bruch ist also auch bei räumlicher Beanspruchung mehr oder weniger ein zweidimensionaler Vorgang. Einschränkend muß jedoch gesagt werden, daß dies nur in dem Maße gilt, als sich durch den Schervorgang selbst eine bevorzugte Richtung herausgebildet hat.

Aus den genannten Gründen werden wir die Versuchsspuren in einer Spannungsebene ($\sigma_1 + \sigma_3$, $\sigma_1 - \sigma_3$) und einer Dehnungsebene ($\epsilon_1 + \epsilon_3$, $\epsilon_1 - \epsilon_3$) darstellen und auf die Verwendung des Spannungs- und Dehnungsraums verzichten.

Weiterhin übernehmen wir aus [29] zur Kennzeichnung des Scherbeanspruchungszustands die Scherzahl S

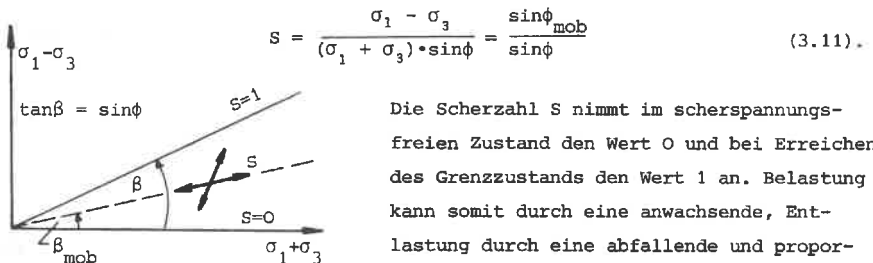


Bild 3.02: Scherzahl S

Die Scherzahl S nimmt im scherspannungs-freien Zustand den Wert 0 und bei Erreichen des Grenzzustands den Wert 1 an. Belastung kann somit durch eine anwachsende, Entlastung durch eine abfallende und proportionale Belastung durch eine konstante Scherzahl gekennzeichnet werden:

$$S_i \begin{matrix} > \\ = \\ < \end{matrix} S_{i-1} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Belastung} \\ \text{proportionale Be- bzw. Entlastung} \\ \text{Entlastung} \end{array} \right.$$

worin i die Nummer der Laststufe kennzeichnet (vgl. Bild 3.02).

Die Berechtigung für die Wahl dieses Belastungskriteriums beruht zunächst auf der Hypothese, daß das Spannungsverhältnis, das nach der Mohr-Coulombschen Bruchbedingung den Grenzzustand definiert, auch bei geringeren Beanspruchungen eine bestimmende Größe sein muß. Denn stets sind die gleichen physikalischen Gesetze der Korn-zu-Korn-Reibung wirksam. Bei allgemeiner Belastung muß eventuell auch der Einfluß einer Richtungsänderung der Spannungshauptachsen in das Belastungskriterium einbezogen werden.

Im folgenden stellen wir die Ergebnisse von ebenen Scherversuchen dar, aus denen die Stoffparameter für die numerische Berechnung des Einspannungsproblems gewonnen wurden. Anschließend wird der Stoffansatz erläutert, der sich

aufgrund der Meßergebnisse und der im Schrifttum bereits gemachten Vorschläge als zweckmäßig erwiesen hat.

3.3 Experimentelle Untersuchungen im ebenen Scherversuch

In Ermangelung eines genügend allgemeingültigen Stoffansatzes ist es notwendig, die Stoffparameter jeweils in Versuchen zu bestimmen, die die Zustände im Untergrund für die jeweiligen Randbedingungen möglichst gut reproduzieren. Für das vorliegende Problem wurden daher ebene Scherversuche mit unterschiedlichen Verformungswegen notwendig.

Die Durchführung der Versuche erfolgte in dem Quaderverformungsgerät des Instituts für Boden- und Felsmechanik der Universität Karlsruhe¹, wo das zur Zeit in Deutschland einzige Gerät dieser Art existiert, das die unabhängige Variation aller drei Hauptdehnungsgeschwindigkeiten gestattet. Eine Beschreibung der Versuchsanordnung wird unter anderem in [30] gegeben. Die Versuchsrandbedingungen können wie folgt beschrieben werden:

Würfelförmige Bodenproben mit 10 cm Kantenlänge werden zwischen 6 starren Platten homogen und weggesteuert zu Quadern verformt. Fortlaufend werden die Verschiebungen und die Stempelkräfte gemessen, aus denen die Hauptdehnungen und Hauptspannungen berechnet werden. Durch spezielle Schmiermittel kann die Endflächenreibung unter 2% der Flächennormalspannung gehalten werden (für $\sigma_n > 100 \text{ kN/m}^2$). Die Hauptdeformations- und -spannungsrichtungen fallen daher mit den drei Geräteachsen zusammen. Die Quaderverformungsversuche stellen insofern einen Sonderfall einer allgemeinen Probendeformation dar, weil Spannungs- und Dehnungstensor stets coaxial bleiben.

Der Probeneinbau wird bei trockenem Sand durch "Einregnen" vorgenommen, wobei die Dichte durch Fallhöhe und Regenintensität variiert werden kann. Die nach dieser Methode hergestellten Proben haben sich als praktisch homogen erwiesen.

Aus versuchstechnischen Gründen wird dem eigentlichen Versuchein isotroper Verformungsweg bis zu einer Flächennormalspannung von 1000 kN/m^2 vorgeschaltet. Damit wird der Kraftschluß zwischen Probe und stützender Platte verbessert, das überschüssige Schmierfett ausgedrückt und die Isotropie der Probe überprüft. Bei der Bestimmung der Stoffparameter wird dieser Teil des Versuchsweges nicht berücksichtigt. Der Probenzustand nach Fortnahme dieser Vorbelastung wird als Bezugskonfiguration für die sich anschließenden Verformungswege be-

¹ Herrn Dr.-Ing. Goldscheider möchte ich für seine freundliche Bereitschaft danken, diese Untersuchung zu übernehmen.

trachtet.

Der bei den Modellversuchen verwendete Sand wurde in zehn ebenen Scherverversuchen und in zwei Kompressionsversuchen untersucht. Die wesentlichen Versuchsparameter sind in Tafel 3.01 zusammengestellt.

Versuchsart		Zeile	Versuchs-Nr.	Ausgangszustand			Verformungsweg	
	S			γ_d	e	σ_{mo}	$\sin \bar{v}$	$\bar{v}$
-	-	-	-	kN/m^3	-	kN/m^2	-	-
O	1	2	3	4	5	6	7	8
ebene Scherversuche	O+1	1	234	16.9	0.571	414	0,119	6,8°
		2	235	16.5	0.609	461	0,104	6,0°
		3	236	16.9	0.571	147	0,139	8,0°
		4	240	16.16	0.643	328	0,052	3,0°
		5	241	16.0	0.661	136	0,025	1,4°
	1,0	6	238	17.1	0.553	0	0,095	5,5°
	0,94	7	255	16.7	0.590	0	0,050	2,9°
	1,0	8	258	16.2	0.639	0	0,038	2,2°
	0,85	9	239	17.0	0.560	0	-0,210	-12,1°
	0,80	10	257	16.2	0.639	0	-0,240	-14,0°
Kompressionsversuche		11	237	17.1	0.553	0	-	-
		12	256	16.15	0.644	0	-	-

Tafel 3.01: Versuchsdaten

Bei den Scherversuchen sind entsprechend Spalte 1 zwei Gruppen zu unterscheiden: In der ersten Gruppe (Zeile 1 bis 5) wurde die Bodenprobe jeweils von einem Spannungszustand $S = 0$ (d.h. $\sigma_1 = \sigma_3$) aus abgescher, wobei die Verformungen auch nach Erreichen des Grenzspannungszustands $S = 1$ fortgesetzt wurden. Diese Versuche sind vor allem dazu geeignet, den Scherwinkel ϕ und den Dilatanzwinkel v zu bestimmen. Die Bodenproben der zweiten Gruppe (Zeile 6 bis 10) wurden von einem annähernd spannungsfreien Zustand aus verformt. Diese Versuche sind dadurch gekennzeichnet, daß nicht nur die durch die Versuchsbedingungen aufgezwungenen Verformungen sondern auch die sich einstellen- den Hauptspannungen proportional ansteigen. Da somit die Scherzahl S konstant

bleibt, sprechen wir von einer proportionalen Belastung.

Bei homogenen und isotropen Sandproben genügen zur Kennzeichnung des Ausgangszustands die Porenzahl e (Sp.5) und die mittlere Normalspannung $\sigma_{m0} = 1/2(\sigma_1 + \sigma_3)$ (Sp.6) mit $\sigma_1 = \sigma_3$. In Spalte 4 ist zusätzlich die Trockenwichte γ_d eingetragen, um den Bezug zu den Modellversuchswichten von $16,0$ und $16,5 \text{ kN/m}^3$ zu erleichtern (s.S.10, Abs.2.2).

Der beim Abscheren der Probe erzeugte Verformungszustand wird in Spalte 7 durch das mittlere Verhältnis Volumenänderung/Gestaltsänderung gekennzeichnet. Aufgrund der Winkelbeziehung im Mohrschen Dehnungskreis wird dieses Verhältnis

mit $\sin \bar{v}$ bezeichnet

$$\sin \bar{v} = - \frac{\epsilon_1 + \epsilon_3}{\epsilon_1 - \epsilon_3} \quad (3.12).$$

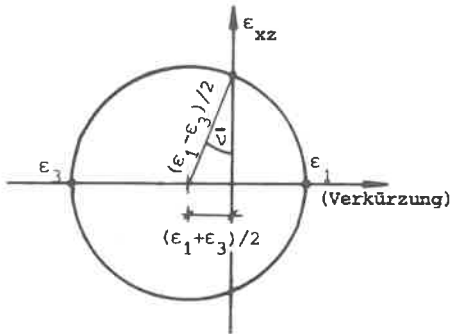


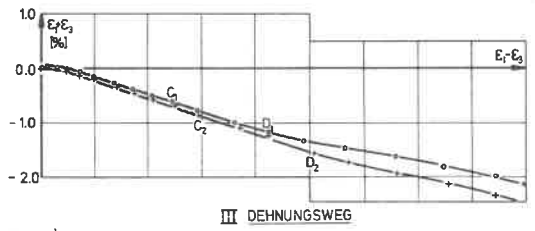
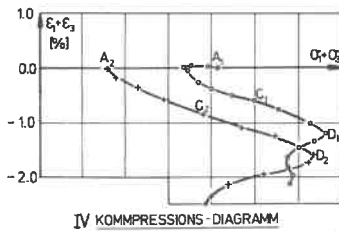
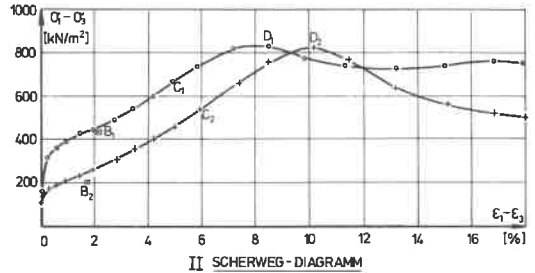
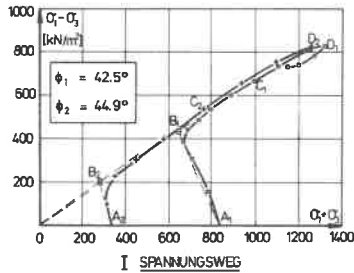
Bild 3.03: Mohrscher Dehnungskreis

Hierbei soll der Querstrich andeuten, daß es sich um durch die Randbedingung erzwungene Dehnungszustände handelt, die von den plastischen Dehnungen des dilatanten Materials zu unterscheiden sind. Entsprechend der für den Dilatanzwinkel v

üblichen Vorzeichenregelung definieren wir $\bar{v}$ bei Volumenauflockerung positiv, so daß in Verbindung mit der bodenmechanischen Vorzeichenregelung für die Dehnungen in (3.12) ein Minuszeichen erforderlich wird.

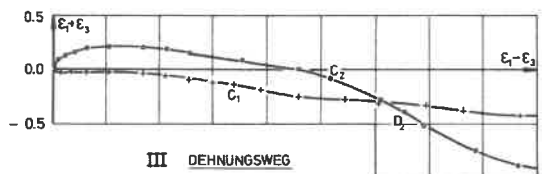
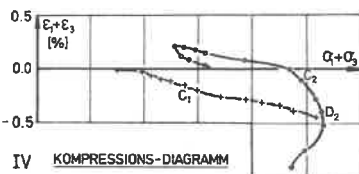
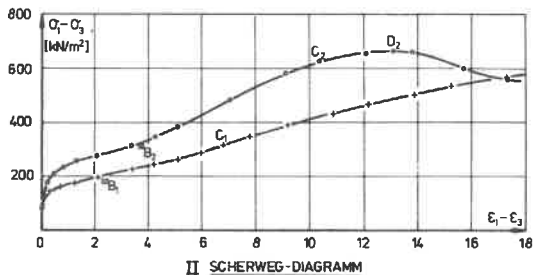
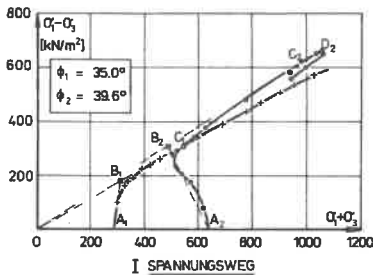
Die erhaltenen Meßdaten sind in Anl. B des Anhangs zusammengestellt und auszugsweise in den Bildern 3.04 bis 3.07 (s.S.34/35) aufgetragen, wobei jeweils 4 Einzeldiagramme zur vollständigen Darstellung des Probenzustandes benötigt werden. Der Spannungs- und Dehnungszustand der Probe kann durch jeweils einen Bildpunkt in der Spannungsebene I bzw. der Dehnungsebene III wiedergegeben werden. Die Verbindungslinie aller Bildpunkte eines Versuchs ergibt in I den Spannungsweg und in III den Dehnungsweg.

Die eingeprägten Dehnungswege ergeben sich in der Regel nicht als geradlinig, obwohl während des Versuchs das Verhältnis der Vorschubgeschwindigkeiten $\dot{x}_1 : \dot{x}_3$ konstant gehalten wird. Diese Abweichungen vom eingestellten Versuchsweg resultieren einmal aus einer geringfügigen Änderung des Probenseitenverhältnisses und zum anderen aus der Kompression der Gummihülle, die infolge unterschied-



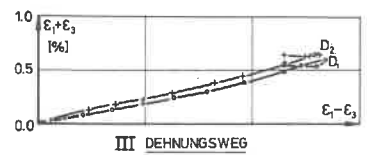
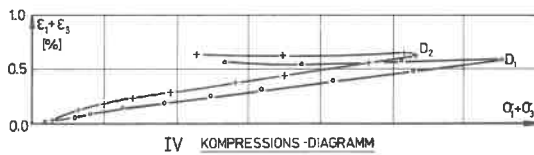
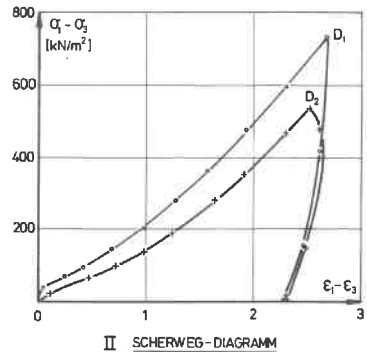
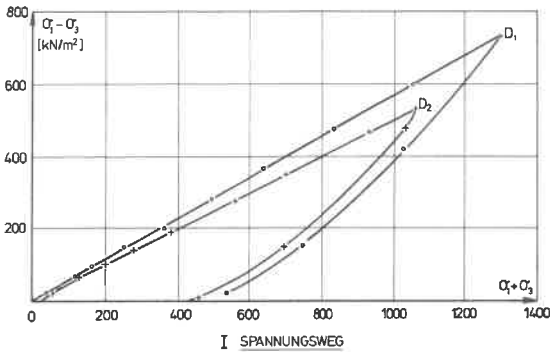
Versuch 234 $\rightarrow$ } $\gamma_0 = 16.90 \text{ kN/m}^3$
 Versuch 236 $\rightarrow$ }

Bild 3.04: Ebener Scherversuch an mitteldichtem Sand



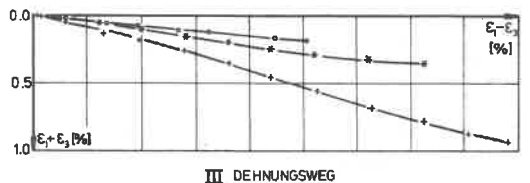
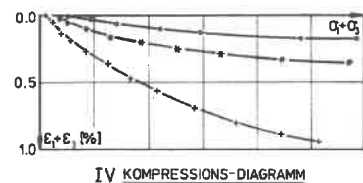
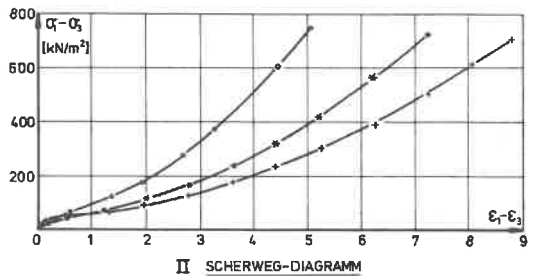
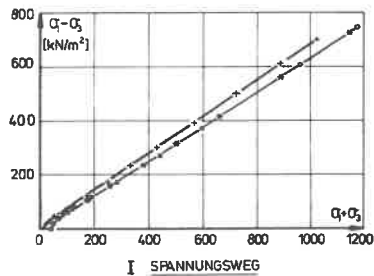
Versuch 240 $\rightarrow$ } $\gamma_0 = 16.16 \text{ kN/m}^3$
 Versuch 241 $\rightarrow$ } $\gamma_0 = 15.98 \text{ kN/m}^3$

Bild 3.05: Ebener Scherversuch an mitteldichtem Sand



Versuch 239 $\circ \rightarrow \gamma_0 = 1702 \text{ kN/m}^3$
 Versuch 257 $\times \rightarrow \gamma_0 = 16.20 \text{ kN/m}^3$

Bild 3.06: Ebener Scherversuch an mitteldichtem Sand



Versuch 238 $\circ \rightarrow \gamma_0 = 171 \text{ kN/m}^3$
 Versuch 255 $\times \rightarrow \gamma_0 = 16.7 \text{ kN/m}^3$
 Versuch 258 $\square \rightarrow \gamma_0 = 16.2 \text{ kN/m}^3$

Bild 3.07: Ebener Scherversuch an mitteldichtem Sand

licher Normalspannungen auf den einzelnen Probenseitenflächen verschieden groß ist. Bei den dargestellten Dehnungen ist der Einfluß der Gummikompression rechnerisch eliminiert.

Der in (3.12) definierte Winkel $\bar{v}$ entspricht - bis auf den geringen Unterschied zwischen Sinus und Tangens ($\bar{v} < 15^\circ$) - dem Richtungswinkel, den der Ursprungsvektor eines Bildpunktes in III mit der Abszisse einschließt (man beachte jedoch die unterschiedlichen Maßstäbe auf Abszisse und Ordinate).

In der Spannungsebene I sind entsprechend der Mohr-Coulombschen Bruchbedingung nur Spannungszustände möglich, deren Bildpunkte unterhalb der Ursprungsgeraden mit dem Anstieg β liegen.

Zum Scherwinkel ϕ besteht der Zusammenhang

$$\tan \beta = \sin \phi = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \right)_f \quad (3.13).$$

Einige ausgezeichnete Punkte der Spannungswege sind durch Großbuchstaben A bis D besonders hervorgehoben (Bild 3.04, 3.05). Im einzelnen bedeuten

- A Ende der Kompressionsphase
- B Schnittpunkt des ersten Spannungswegastes mit der Mohr-Coulombschen Bruchgeraden
- C Spannungszustand mit dem größten mobilisierten Scherwinkel
- D Umkehrpunkt des Spannungsweges.

Soweit es sinnvoll erschien, wurden die entsprechenden Zustände auch in den Diagrammen II bis IV eingetragen.

Im Unterschied zu den Zustandsdiagrammen I, III können die Diagramme II, IV als Verformungsdiagramme bezeichnet werden, da sie jeweils die Abhängigkeit einer Spannungsgröße von einer Verzerrungsgröße darstellen. Interpretiert man das Verformungsverhalten auf der Basis des Hooke'schen Modells, indem man variable Stoffmoduln G_t und K_t einführt, dann besteht zu den Steigungen der Verformungskurven folgender Zusammenhang

$$\text{Scherkurve} \quad \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d(\epsilon_1 - \epsilon_3)} = 2 G_t \quad (3.14)$$

Scherbeanspruchung ändert, bezieht sich die angegebene Bedingung auf die momentanen Winkel (Index "t"). Ist die erzwungene Volumenänderung kleiner als die, die dem momentanen Auflockerungsbestreben des Sandes entspricht ($\bar{v}_t < v_t$), dann wandert der Spannungspunkt auf der Bruchgeraden in Richtung ansteigenden Drucks ($\sigma_1 + \sigma_3$). In der Sandprobe entsteht eine innere Verspannung, die die Scherfestigkeit erhöht. Im umgekehrten Fall ($\bar{v}_t > v_t$) wandert der Spannungspunkt bei sinkender mittlerer Druckspannung in Richtung des Ursprungs, bis die Probe schließlich zerfällt.

In diesem Zusammenhang ist die Umkehr des Spannungsweges im Punkt D auf den Abfall des Dilatanzwinkels infolge großer Scherverformung zurückzuführen. Zusätzlich deutet sich in der ausgeprägten Form dieses Vorgangs eine plötzlich auftretende Unstetigkeit des Verschiebungsfeldes (voll ausgebildete Scherzone) an.

Wir fassen das beobachtete Verhalten in folgender Aussage zusammen:

- A1 Neben der Bruchbedingung bestimmt das Verhältnis der erzwungenen zu der durch den Bruchmechanismus ausgelösten Volumenänderung den Spannungszustand und die Scherfestigkeit. Der Dilatanzwinkel fällt nach größeren Scherverformungen ab.

2. Berücksichtigt man, daß die Spannungen in den Versuchen aufgrund der Wegsteuerung die abhängigen Variablen sind, so ist die Linearität der in Bild 3.06 und 3.07 dargestellten Spannungswege bemerkenswert.

Um uns über den mechanischen Sachverhalt Klarheit zu verschaffen, der sich in dem besonderen Verlauf der Versuchskurven widerspiegelt, drücken wir zunächst die festgestellte Linearität durch folgende Winkelbeziehungen aus:

$$\frac{d\sigma_1 + d\sigma_3}{d\sigma_1 - d\sigma_3} = \frac{1}{\sin\phi_{\text{mob}}} = \text{const} \quad (3.16)$$

$$\frac{d\varepsilon_1 + d\varepsilon_3}{d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3} = -\sin\bar{v}_t = \text{const} \quad (3.17)$$

und führen diese Größen in die elastoplastischen Stoffgleichungen des ebenen Formänderungszustands ein (vgl. Gl.(3.26) u. (3.27), S.42):

$$d\epsilon_1^P + d\epsilon_3^P = d\epsilon_1 + d\epsilon_3 - \frac{d\sigma_1 + d\sigma_3}{2(K + G/3)} \quad (3.18),$$

$$= -\sin\bar{\nu}_t \cdot (d\epsilon_1 - d\epsilon_3) - 1/\sin\phi_{\text{mob}} \cdot \frac{d\sigma_1 - d\sigma_3}{2(K+G/3)}$$

$$d\epsilon_1^P - d\epsilon_3^P = d\epsilon_1 - d\epsilon_3 - \frac{d\sigma_1 - d\sigma_3}{2G} \quad (3.19),$$

wobei G und K die elastischen Verformungsmoduln bezeichnen.

Definiert man ferner $\frac{d\sigma_1 - d\sigma_3}{d\epsilon_1 - d\epsilon_3} = 2G_t$ (3.20),

so erhält man mit (3.2)

$$\begin{aligned} \sin\bar{\nu}_t &= - \frac{d\epsilon_1^P + d\epsilon_3^P}{d\epsilon_1^P - d\epsilon_3^P} \\ &= \frac{\sin\bar{\nu}_t + 1/\sin\phi_{\text{mob}} \cdot G_t/(K + G/3)}{1 - G_t/G} \end{aligned} \quad (3.21).$$

Aus dem gestreckten Verlauf der Scherkurven (Bild 3.06 und 3.07) ist zu entnehmen, daß sich die Größe G_t nur wenig ändert. Der leichte Anstieg muß wohl mit dem Anwachsen der mittleren Druckspannung σ_m in Verbindung gebracht werden. Die Porenzahl e scheidet in diesem Zusammenhang als Bezugsgröße aus, da sowohl bei Volumenverdichtung (Bild 3.06) als auch bei Volumenauflockerung (Bild 3.07) das Ansteigen der Scherkurven festzustellen ist. Unterstellt man ferner bei den elastischen Stoffmoduln G und K die gleiche Abhängigkeit von σ_m wie bei G_t , wird die rechte Seite von (3.21) mit (3.16) und (3.17) konstant (vgl. auch [24]). Wir fassen die in Bild 3.06 und 3.07 abzulesenden Ergebnisse wie folgt zusammen:

- A2 Das Verhältnis $\sin\bar{\nu}_t$ der plastischen Dehnungen ist längs proportionaler Spannungswege konstant. Der momentane Dilatazwinkel $\bar{\nu}_t$ kann in erster Näherung als Funktion des mobilisierten Scherwiderstands (bzw. der Scherzahl S) und der Porenzahl e (s. Kap. 3.1) angesetzt werden.
- A3 Der tangentielle Gleitmodul G_t steigt mit wachsendem mittlerem Druck an.

Die Gültigkeit von A2 muß auf monotone Belastungswege beschränkt werden. Bei plötzlicher Drehung der Gestaltsänderungsrichtung weist Goldscheider [31] un-stetiges Dilatanzverhalten nach. Dies wird auch besonders eindrucksvoll in dem starken Spannungsabfall sichtbar, der in den Versuchen 239 und 257 (s. Bild 3.06) bei volumenkonstanter Entlastung auftritt. Neben dem Scherbeanspruchungsgrad S kann also auch die Änderung der Scherrichtung einen maßgeblichen Einfluß auf das Dilatanzverhalten ausüben.

Unterstellt man, daß bei proportionaler Belastung auch die Kontaktkräfte am Einzelkorn verhältnismäßig anwachsen, der Gleichgewichtszustand nicht ge-stört und somit auch keine gegenseitigen (plastischen) Bewegungen der Sand-körner ausgelöst werden, müßten die Formänderungen im wesentlichen elastisch sein.

In Wirklichkeit treten jedoch auch maßgebliche plastische Verformungen auf, wie an dem Entlastungsast im Scherweg-Diagramm (Bild 3.06) abzulesen ist. Da die Normalspannungen genügend klein bleiben ($< 1 \text{ MN/m}^2$), scheiden Kornbruch und Nichtlinearität der Kraftübertragung gemäß den Hertz'schen Formeln als Hauptursachen für die plastischen Verformungen aus. Es muß vielmehr angenom-men werden, daß sich mit wachsender Scherbeanspruchung eine anisotrope Struk-tur ausbildet, die für die Störung des Korngleichgewichts und somit für die Auslösung von Kornbewegungen bei proportionaler Belastung verantwortlich ist. Der Grad der erzwungenen Anisotropie hängt von dem Ausmaß der bereits er-

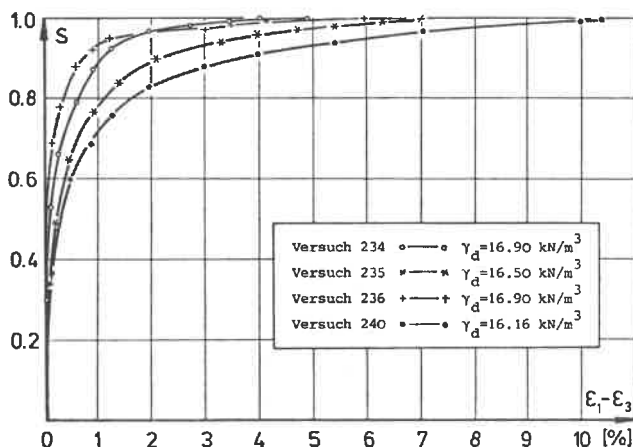


Bild 3.09: Normiertes Scherweg-Diagramm

folgten Kornumlagerungen ab, die zur Mobilisierung eines bestimmten Scherwiderstands erforderlich sind. Folgerichtig sind die plastischen Verformungen im Versuch 255 (Bild 3.07) trotz höherer Lagerungsdichte aber wegen der höheren Scherzahl ($S = 0.94$) größer (d.h. G_t ist kleiner) als etwa im Versuch 257 (Bild 3.06) mit kleinerer Scherzahl ($S = 0.80$).

Um die Abhängigkeit der Scherverformungen von der Scherzahl S deutlich zu machen, sind in Bild 3.09 die auf die Scherfestigkeit normierten Scherweg-Kurven aufgetragen worden. Die für verschiedene Ausgangsdichten und verschiedene Vorbelastungen dargestellten Kurven zeigen einen sehr ähnlichen Verlauf. Mit Annäherung an den Bruch nehmen die Scherverformungen mit stetig wachsender Geschwindigkeit zu, was von Smolczyk ([32], 68) bei Scherkastenversuchen ebenfalls festgestellt wurde. Die Bruchscherverformung ist ferner um so größer, je geringer die Lagerungsdichte ist.

Hinsichtlich der Scherverformungen lassen die Versuchsergebnisse folgende Aussagen zu:

A4 Auch bei proportionaler Belastung haben die Scherverformungen plastische Anteile, deren Größe mit der erreichten Scherzahl wächst. Zwischen den deviatorischen Anteilen des Spannungs- und Dehnungstensors besteht in diesem Fall ein nahezu linearer Zusammenhang.

A5 Das normierte Scherweg-Diagramm kann in erster Näherung als hyperbolische Funktion in S dargestellt werden. Anfangssteigung und Bruchdehnung sind zudem von der Lagerungsdichte abhängig.

3.4 Stoffgleichungen

Das in den Versuchen beobachtete Stoffverhalten soll im folgenden durch möglichst einfache Stoffgleichungen mathematisch beschrieben werden. Aufgrund der besonderen Gesetzmäßigkeiten, die bei Erreichen des Grenzzustands wirksam werden, wollen wir diesen gesondert behandeln.

3.4.1 Stoffgleichungen im Grenzzustand $S = 1$

Wir stützen uns im folgenden auf eine Darstellung in [25], verwenden aber eine

Schreibweise nach [33], da sie eine formale Übertragung auf allgemeine räumliche Formänderungszustände zuläßt.

Um eine verkürzte und übersichtliche Darstellung zu ermöglichen, führen wir folgende Spaltenvektoren ein:

$$\{d\sigma\} = \{(d\sigma_{xx} + d\sigma_{zz}), (d\sigma_{xx} - d\sigma_{zz}), d\sigma_{xz}\}^T \quad (3.22)$$

$$\{d\varepsilon\} = \{(d\varepsilon_{xx} + d\varepsilon_{zz}), (d\varepsilon_{xx} - d\varepsilon_{zz}), 2d\varepsilon_{xz}\}^T \quad (3.23)$$

$$\{a_f\} = 2 \cdot \{-(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \cdot \sin^2 \phi, (\sigma_{xx} - \sigma_{zz}), 4\sigma_{xz}\}^T \quad (3.24)$$

$$\{a_g\} = 2 \cdot \{-(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \cdot \sin \phi \cdot \sin \nu_f, (\sigma_{xx} - \sigma_{zz}), 2\sigma_{xz}\}^T \quad (3.25).$$

Bei den Dehnungen sollen Kopfzeiger e und p elastische bzw. plastische Verzerrungen kennzeichnen. Die Koordinaten x und z beziehen sich auf ein kartesisches Achsenkreuz in der Scherebene.

Mit den eingeführten Vektoren der Spannungs- und Dehnungsinkremente lautet die elastoplastische Stoffgleichung des ebenen Formänderungszustands

$$\{d\sigma\} = [D] \cdot \{d\varepsilon^e\} = [D] \cdot (\{d\varepsilon\} - \{d\varepsilon^p\}) \quad (3.26).$$

Man kann in Übereinstimmung mit Gudehus ([37], S.159 f.) ein lineares und isotropes Elastizitätsgesetz ansetzen. Die Stoffmatrix nimmt dann infolge der Vereinbarung (3.22) und (3.23) Diagonalform an:

$$[D] = \text{Diag}\{2 \cdot (K + G/3), 2G, G\} \quad (3.27).$$

Die Mohr-Coulombsche Bruchbedingung für kohäsionsloses Material

$$\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \right)_f = \sin \phi \quad (3.28)$$

lautet in kartesischen Spannungskomponenten

$$F = (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + 4\sigma_{xz}^2 - (\sigma_{xx} + \sigma_{zz})^2 \sin^2 \phi = 0 \quad (3.29).$$

Erfüllt der Spannungszustand einer Sandprobe diese Grenzbedingung, so nehmen wir weiter an, daß für die auftretenden plastischen Dehnungen folgende Gesetzmäßigkeiten gelten:

$$\frac{2d\epsilon_{xz}^p}{d\epsilon_{xx}^p - d\epsilon_{zz}^p} = \frac{2\sigma_{xz}}{\sigma_{xx} - \sigma_{zz}} \quad (3.30)$$

$$\frac{d\epsilon_{xx}^p + d\epsilon_{zz}^p}{d\epsilon_1^p - d\epsilon_3^p} = -\sin\nu_f \quad (3.31).$$

Diese beiden Gleichungen stellen im Sinne der Plastizitätstheorie eine Fließregel dar, durch die das Verhältnis der plastischen Dehnungen zueinander festgelegt wird.

Die erste Beziehung (3.30) fordert das Zusammenfallen der Hauptspannungsachsen mit denen des Tensors der Deformationsänderungen. Dieses erstmals von St. Venant aufgestellte Postulat wird heute auch im Bereich der Bodenmechanik als allgemein gültig angesehen, obwohl der experimentelle Nachweis sehr schwierig ist. Für Sand haben Roscoe u.a. [34] entsprechende Versuche durchgeführt. Sie haben die Koaxialitätsbedingung bestätigt gefunden und stellen nur für kleine Dehnungen (Gesamtdehnungen) entsprechend dem Verhalten eines elastischen Stoffes die Übereinstimmung der Achsen der Spannungsinkremente mit denen der Dehnungsinkremente fest. Dagegen bestreitet z.B. de Josselin de Jong [35] die Koaxialität für Lockermaterialien mit innerer Reibung.

Durch Gleichung (3.31) wird das Dilatanzverhalten beschrieben. Der Dilatanzwinkel ν_f des Grenzzustands kann nur im Bereich kleiner Verformungen als konstant angesehen werden. Mit zunehmenden Verformungen muß ν_f letztlich gegen Null gehen.

Führt man einen Maßstabsfaktor

$$2d\lambda = \frac{d\epsilon_{xx}^p - d\epsilon_{zz}^p}{\sigma_{xx} - \sigma_{zz}} = \frac{2d\epsilon_{xz}^p}{2\sigma_{xz}} \quad (3.32)$$

ein und eliminiert ferner in (3.31) unter Verwendung von (3.30) den Ausdruck der plastischen Gleitung

$$\begin{aligned} d\epsilon_{xx}^p + d\epsilon_{zz}^p &= -\sin\nu_f \cdot \sqrt{(d\epsilon_{xx}^p - d\epsilon_{zz}^p)^2 + (2d\epsilon_{xz}^p)^2} \\ &= -2 \cdot |\sigma_{xx} + \sigma_{zz}| \cdot \sin\phi \cdot \sin\nu_f \cdot d\lambda \end{aligned} \quad (3.33),$$

so können die beiden Gleichungen der Fließregel zusammengefaßt werden zu

$$\{d\epsilon^p\} = 2 \cdot \{ -|\sigma_{xx} + \sigma_{zz}| \cdot \sin\phi \cdot \sin\nu_f, (\sigma_{xx} - \sigma_{zz}), 2\sigma_{xz} \}^T \cdot d\lambda = \{a_g\} \cdot d\lambda \quad (3.34).$$

Bei Definition eines plastischen Potentials

$$G = (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + 2\sigma_{xz}^2 - |\sigma_{xx} + \sigma_{zz}|^2 \cdot \sin^2 \nu_f \cdot \sin^2 \phi = c \quad (3.35)$$

kann $\{a_g\}$ auch als Gradientenvektor von G gedeutet werden

$$\{a_g\} = \frac{\partial G}{\partial \{\sigma\}} \quad (3.36).$$

Die Größe der plastischen Dehnungen ergibt sich aus der Forderung, daß der sich einstellende Spannungszustand wiederum die Bruchbedingung erfüllen muß (Konsistenzbedingung, $\{\sigma\}$ analog Gl.(3.22)):

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \cdot \{d\sigma\} + \frac{\partial F}{\partial e} de + \dots = 0 \quad (3.37).$$

Es wird hierbei angenommen, daß die Verfestigung in erster Linie von der Veränderung der Porenzahl e abhängt und daß der mögliche Einfluß weiterer Faktoren vernachlässigt werden darf.

Für den ebenen Formänderungszustand besteht der Zusammenhang (Volumenverringern positiv)

$$\begin{aligned} de &= -(1+e) \cdot (d\epsilon_{xx}^p + d\epsilon_{zz}^p) \\ &= 2(1+e) \cdot |\sigma_{xx} + \sigma_{zz}| \cdot \sin^2 \nu_f \cdot d\lambda \end{aligned} \quad (3.38).$$

Der Einfluß des elastischen Anteils der Volumenänderung auf die Verfestigung kann in erster Näherung vernachlässigt werden.

Setzt man (3.26) und (3.34) in (3.37) ein, dann ergibt sich mit

$$\frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} = \{a_f\} \quad (3.39)$$

eine Bestimmungsgleichung für den Maßstabsfaktor $d\lambda$

$$dF = \{a_f\}^T \cdot [D] \cdot \{d\epsilon\} - \{a_f\}^T \cdot [D] \cdot \{a_g\} \cdot d\lambda + \frac{\partial F}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial \lambda} \cdot d\lambda = 0 \quad (3.40).$$

Mit

$$\begin{aligned} A &= -\frac{\partial F}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial \lambda} = -2(1+e) \cdot |\sigma_{xx} + \sigma_{zz}| \cdot \sin^2 \nu_f \cdot \frac{\partial F}{\partial e} \\ &= 2(1+e) \cdot |\sigma_{xx} + \sigma_{zz}| \cdot (\sigma_{xx} + \sigma_{zz})^2 \cdot \sin^2 \nu_f \cdot \frac{\partial \sin^2 \phi}{\partial e} \end{aligned} \quad (3.41)$$

ergibt sich

$$d\lambda = \frac{\{a_f\}^T \cdot [D] \cdot \{d\epsilon\}}{A + \{a_f\}^T \cdot [D] \cdot \{a_g\}} \quad (3.42).$$

Ersetzt man in (3.26) die plastischen Dehnungsinkremente durch (3.34), erhält man schließlich die elastoplastische Stoffgleichung¹ des Grenzzustands

$$\{d\sigma\} = ([D] - \frac{1}{\beta} \cdot \{d_g\} \cdot \{d_f\}^T) \cdot \{d\epsilon\} = [\bar{D}] \cdot \{d\epsilon\} \quad (3.43)$$

mit

$$\{d_g\} = [D] \cdot \{a_g\} \quad (3.44)$$

$$\{d_f\} = [D] \cdot \{a_f\} \quad (3.45)$$

$$\beta = A + \{a_f\}^T \cdot \{d_g\} \quad (3.46).$$

Es ist festzustellen, daß die Stoffmatrix $[\bar{D}]$ nicht symmetrisch ist. Symmetrie ergibt sich nur dann, wenn die Gradientenvektoren der Grenzkurve (3.39) und der Potentialkurve (3.36) identisch werden, d.h. beide Kurven müssen die gleiche geometrische Form annehmen.

Ein näherer Vergleich der Ausdrücke (3.24) und (3.25) ergibt ferner, daß Symmetrie nur bei $v_f = \phi$ (Volumenauflockerung) und, wegen des unterschiedlichen Faktors bei σ_{xz} , bei Aufgabe der Koaxialitätsbedingung (3.30) möglich ist.

Die Stoffbeziehung (3.43) soll dann gelten, wenn die Mohr-Coulombsche Bruchbedingung (3.29) erfüllt wird (d.h. $S = 1$) und gleichzeitig $d\lambda > 0$ ausfällt; andernfalls werden die Stoffgleichungen des Zustands $S < 1$ angesetzt.

¹ Die von Gudehus in [25] unter gleichen Voraussetzungen abgeleitete Gleichung (33) müßte m.E. heißen:

$$\delta\sigma_{xx} = M \cdot (\delta\epsilon_{xx} + \delta\epsilon_{zz}) + 2G \cdot \delta\epsilon_{xx} + \\ \left[(M + G) \cdot \sin\nu \cdot \sqrt{(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 4\sigma_{zx}^2} - G \cdot (\sigma_{xx} - \sigma_{zz}) \right] \cdot R$$

Die gleiche Änderung ist für $\delta\sigma_{zz}$ vorzunehmen.

Als Stoffparameter werden die elastischen Moduln G und K , der Scherwinkel ϕ und der Dilatanzwinkel ν_f benötigt. Bei größeren Formänderungen muß die Abhängigkeit $\phi(\epsilon)$ und $\nu_f(\epsilon_1 - \epsilon_3)$ berücksichtigt werden.

3.4.2 Stoffgleichungen im Zustand $S < 1$

Bei kohäsionslosen Böden treten auch im Bereich $S < 1$ nicht zu vernachlässigende plastische Verformungen auf. Es ist daher nicht möglich, diesen Bereich als elastisch anzusehen, wie dies u.a. in [25] geschehen ist. Das Instrumentarium der Plastizitätstheorie läßt sich hier jedoch nur verwenden, wenn ein geeignetes Härtungsgesetz gefunden ist, mit dem Aussagen über die Größe der plastischen Dehnungen möglich sind.

Da die Angaben im Schrifttum und die vorliegenden Versuchsdaten nicht ausreichen, eine vom Spannungsweg unabhängige empirische Härtungsfunktion zu formulieren, sollen die plastischen Verformungen im Bereich $S < 1$ implizit über spannungsabhängige Stoffmoduln erfaßt werden, die zur Unterscheidung von den elastischen Stoffmoduln nach (3.27) mit dem Index t versehen werden.

Die plastischen Volumenänderungen werden in einen Anteil infolge hydrostatischer Kompression (Index H) und in einen Anteil infolge Scheren (Index D) aufgespalten

$$d\epsilon_{xx}^p + d\epsilon_{zz}^p = (d\epsilon_{xx}^p + d\epsilon_{zz}^p)_H + (d\epsilon_{xx}^p + d\epsilon_{zz}^p)_D \quad (3.47a)$$

Im Unterschied zu der üblichen Beschränkung auf zwei Stoffmoduln (vgl. S. 36 f) führen wir für den Dilatanzanteil einen weiteren Stoffmodul, den Dilatanzwinkel ν_t , ein:

$$(d\epsilon_{xx}^p + d\epsilon_{zz}^p)_D = -\sin \nu_t \cdot (d\epsilon_1 - d\epsilon_3) \quad (3.47b)$$

Da in der Regel die elastischen Verformungen sehr klein sind, setzen wir hier anders als in (3.31) die Dilatanz in Beziehung zur Gesamt-Scherverformung. Für die empirische Funktion $\sin \nu_t$ gilt die Aussage A2.

Vernachlässigt man nun für Zustände $S < 1$ den Einfluß einer Hauptachsendrehung, können die plastischen Dehnungen implizit über variable Stoffmoduln erfaßt werden und mit (3.47) kann (3.26) wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 d\sigma_{xx} + d\sigma_{zz} &= 2 \cdot (K + G/3) \cdot [(d\epsilon_{xx} + d\epsilon_{zz}) - (d\epsilon_{xx}^p + d\epsilon_{zz}^p)_H] + \\
 &\quad 2 \cdot (K + G/3) \cdot \sin \nu_t \cdot (d\epsilon_1 - d\epsilon_3) \\
 &= 2 \cdot (K_t + G_t/3) \cdot (d\epsilon_{xx} + d\epsilon_{zz}) + \\
 &\quad 2 \cdot (K + G/3) \cdot \sin \nu_t \cdot (d\epsilon_1 - d\epsilon_3) \\
 d\sigma_{xx} - d\sigma_{zz} &= 2G \cdot [(d\epsilon_{xx} - d\epsilon_{zz}) - (d\epsilon_{xx}^p - d\epsilon_{zz}^p)] \\
 &= 2G_t \cdot (d\epsilon_{xx} - d\epsilon_{zz}) \\
 d\sigma_{xz} &= 2G \cdot (d\epsilon_{xz} - d\epsilon_{xz}^p) = 2G_t \cdot d\epsilon_{xz} \quad (3.48).
 \end{aligned}$$

Für die eingeführten tangentialen Stoffmoduln gelten folgende Beziehungen

$$2G_t = \frac{d\sigma_{xx} - d\sigma_{zz}}{d\epsilon_{xx} - d\epsilon_{zz}} = \frac{d\sigma_{xz}}{d\epsilon_{xz}} \quad (3.49)$$

$$\begin{aligned}
 2(K_t + G_t/3) &= 2\bar{K}_t \\
 &= \frac{(d\sigma_{xx} + d\sigma_{zz}) - 2(K + G/3) \cdot \sin \nu_t \cdot (d\epsilon_1 - d\epsilon_3)}{d\epsilon_{xx} + d\epsilon_{zz}} \quad (3.50).
 \end{aligned}$$

Der Modul $\bar{K}_t$ beschreibt das Stoffverhalten bei ebener Kompression und enthält keinen Dilatanzanteil.

Für die spätere numerische Berechnung wird (3.48) zweckmäßigerweise als Matrixgleichung geschrieben. Hierzu drücken wir zunächst den Zuwachs der Scherverformungen in kartesischen Komponenten aus. Aufgrund der Beziehungen am Mohrschen Dehnungskreis gilt

$$\epsilon_1 - \epsilon_3 = (\epsilon_{xx} - \epsilon_{zz}) \cdot \cos 2\alpha + 2\epsilon_{xz} \cdot \sin 2\alpha \quad (3.51),$$

wobei α den Winkel zwischen positiver x-Achse und Richtung der größeren Hauptdehnung (Stauchung) bedeutet.

Setzt man monotone Belastung und genügend kleine Dehnungszinkremente voraus,

kann der Winkel α in (3.51) beim Übergang zum totalen Differential als konstant angesehen werden. Man erhält dann

$$d\epsilon_1 - d\epsilon_3 = (d\epsilon_{xx} - d\epsilon_{zz}) \cdot \cos 2\alpha + 2d\epsilon_{xz} \cdot \sin 2\alpha \quad (3.52).$$

Schreibt man den in (3.48) enthaltenen Dilatanzanteil getrennt an, ergibt sich

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_{xx} \\ d\sigma_{zz} \\ d\sigma_{xz} \end{Bmatrix}_1 = (K+G/3) \cdot \sin \nu_t \begin{bmatrix} \cos 2\alpha & -\cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \cos 2\alpha & -\cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon_{xx} \\ d\epsilon_{zz} \\ 2d\epsilon_{xz} \end{Bmatrix} = [D_1] \begin{Bmatrix} d\epsilon_{xx} \\ d\epsilon_{zz} \\ 2d\epsilon_{xz} \end{Bmatrix} \quad (3.53).$$

Die Berücksichtigung der Dilatanz führt zu einer nichtsymmetrischen Stoffmatrix, deren dritte Spalte außerdem von Null verschieden ist.

Die restlichen Glieder der Gleichung (3.48) ergeben

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_{xx} \\ d\sigma_{zz} \\ d\sigma_{xz} \end{Bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} \bar{K}_t + G_t & \bar{K}_t - G_t & 0 \\ \bar{K}_t - G_t & \bar{K}_t + G_t & 0 \\ 0 & 0 & G_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon_{xx} \\ d\epsilon_{zz} \\ 2d\epsilon_{xz} \end{Bmatrix} = [D_2] \begin{Bmatrix} d\epsilon_{xx} \\ d\epsilon_{zz} \\ 2d\epsilon_{xz} \end{Bmatrix} \quad (3.54).$$

Der Vergleich dieser Matrix mit der Hooke'schen Stoffmatrix

$$\bar{E} \cdot \begin{bmatrix} 1-\mu & \mu & 0 \\ \mu & 1-\mu & 0 \\ 0 & 0 & 1/2-\mu \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

mit

$$\bar{E} = \frac{E}{(1 + \mu) \cdot (1 - 2\mu)}$$

ergibt

$$\begin{aligned} 2\bar{K}_t &\hat{=} \bar{E} \\ 2G_t &\hat{=} (1 - 2\mu) \cdot \bar{E} = 2G \\ G_t/\bar{K}_t &\hat{=} (1 - 2\mu) \end{aligned} \quad (3.56).$$

Da der Dilatanzanteil bereits in (3.53) berücksichtigt wurde, muß man für die Stoffmoduln des Sands wegen $0 \leq \mu \leq 0,5$ fordern

$$0 \leq G_t/\bar{K}_t \leq 1 \quad (3.57).$$

Fassen wir die Anteile nach (3.53) und (3.54) wieder zusammen, erhalten wir die Stoffgleichungen für den Zustand $S < 1$ mit

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_{xx} \\ d\sigma_{zz} \\ d\sigma_{xz} \end{Bmatrix} = \left([D_1] + [D_2] \right) \cdot \begin{Bmatrix} d\varepsilon_{xx} \\ d\varepsilon_{zz} \\ 2d\varepsilon_{xz} \end{Bmatrix} \quad (3.58).$$

Die Nichtsymmetrie, die durch den Dilatanzeinfluß entsteht, erschwert die Verwendung dieser Stoffgleichung bei numerischen Berechnungen, bedeutet jedoch keine prinzipielle Schwierigkeit (vgl. auch Kap. 4.4).

Als Stoffkenngrößen sind die empirischen Funktionen $\bar{K}_t$, G_t und $\sin \nu_t$ zu bestimmen.

Die aufgestellte Stoffbeziehung erfaßt in einfacher, übersichtlicher Weise den Einfluß der Dilatanz und der plastischen Scherverformungen. Jedoch muß einschränkend festgehalten werden, daß der Ansatz eines variablen Gleitmoduls entsprechend (3.49) nicht allgemein zulässig ist, da hiermit implizit die Koaxialität von Spannungsinkrementen und Dehnungsincrementen vorausgesetzt wird. Bei Drehung der Hauptachsen bedeutet die angesetzte Stoffgleichung nur eine erste Näherung.

Wie bereits einleitend erwähnt (s.S.26), enthalten Stoffansätze nach dem Plastizitätstheoretischen Konzept die vorgenannten Einschränkungen des Gültigkeitsbereichs nicht. Die Anwendung derartiger Stoffansätze erfordert jedoch eine quantitative Beziehung für die im Boden auftretenden plastischen Dehnungen.

Lade und Duncan [26] verwenden hierzu eine empirische Beziehung, der eine eindeutige Abhängigkeit der plastischen Arbeit W^P von der Scherbeanspruchung zugrunde liegt: $W^P = f(I_1^3/I_3)$. Wenn auch dieser Ansatz wegen der in ihm enthaltenen invarianten Größen nicht alle denkbaren Zustandsänderungen erfaßt (z.B. bewirkt eine Vertauschung der Hauptachsen in der Deviatorebene nach diesem Ansatz keine Änderung der plastischen Arbeit), so wird dennoch bereits ein möglicher Weg für die Bestimmung der plastischen Dehnungen aufgezeigt. Bei Kenntnis des Zusammenhanges $W^P = f(\{\sigma\})$ können die in 3.4.1 für den Grenzzustand $S=1$ aufgestellten Beziehungen wie folgt auf den Zustand $S<1$ erweitert werden:

In der Fließregel (3.34) sind, wenn man die Koaxialitätsbedingung beibehält, lediglich wegen $S<1$ die Grenzwerte ϕ und ν_f durch die aktuellen Werte ϕ_{mob} und ν_t (vgl.(3.87)) zu ersetzen, was im folgenden durch Verwendung von $\{\bar{a}_g\}$ statt $\{a_g\}$ nach Gl.(3.34) angedeutet werden soll.

Der Maßstabsfaktor $d\lambda$ bestimmt sich aus der Änderung der plastischen Arbeit.

Im ebenen Formänderungszustand berechnet sich das Inkrement der auf die Volumeneinheit bezogenen plastischen Arbeit aus

$$\begin{aligned} dW^P &= \sigma_{xx} \cdot d\epsilon_{xx}^P + \sigma_{zz} \cdot d\epsilon_{zz}^P + 2\sigma_{xz} \cdot d\epsilon_{xz}^P \\ &= 1/4 \cdot \{a\}^T \cdot \{d\epsilon^P\} = 1/4 \cdot \{a\}^T \cdot \{\bar{a}_g\} \cdot d\lambda \end{aligned} \quad (3.59)$$

mit

$$\{a\} = 2 \cdot \{(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}), (\sigma_{xx} - \sigma_{zz}), 2\sigma_{xz}\}^T,$$

wobei wiederum von (3.34) Gebrauch gemacht wurde.

Setzt man andererseits für die plastische Arbeit eine empirische Funktion

$$W^P = f(\{\sigma\}) \quad (3.60)$$

an, dann erhält man

$$dW^P = \frac{\partial W^P}{\partial \{\sigma\}} \cdot \{d\sigma\} = \{a_w\}^T \cdot \{d\sigma\} \quad (3.61).$$

Der hiermit eingeführte Gradientenvektor $\{a_w\}$ beschreibt den Zuwachs der plastischen Arbeit infolge einer Spannungsänderung.

Setzt man (3.59) und (3.61) gleich und eliminiert ferner mit (3.26) den Vektor der Spannungsinkremente, ergibt sich

$$1/4 \cdot \{a\}^T \cdot \{\bar{a}_g\} \cdot d\lambda = \{a_w\}^T \cdot [D] \cdot \{d\epsilon\} - \{a_w\}^T \cdot [D] \cdot \{\bar{a}_g\} \cdot d\lambda$$

und, aufgelöst nach $d\lambda$,

$$d\lambda = \frac{\{a_w\}^T \cdot [D] \cdot \{d\epsilon\}}{1/4 \cdot \{a\}^T \cdot \{\bar{a}_g\} + \{a_w\}^T \cdot [D] \cdot \{\bar{a}_g\}} \quad (3.62).$$

Die Ähnlichkeit dieser Beziehung mit (3.42) ist offensichtlich, wobei folgende Zuordnung abzulesen ist:

$$\begin{aligned} \{a_f\}^T &\rightarrow \{a_w\}^T \\ A &\rightarrow 1/4 \cdot \{a\}^T \cdot \{\bar{a}_g\} \end{aligned} \quad (3.63).$$

Durch Einführung des Gradientenvektors der plastischen Arbeit ist es also möglich, die gleichen elastoplastischen Stoffgleichungen im Grenzzustand wie für Zustände $S < 1$ zu verwenden. Der Austausch von $\{a_f\}$ und $\{a_w\}$ ist hierbei von großer Bedeutung. Denn im Grenzzustand findet über den Gradientenvektor $\{a_f\}$ die Zwangsbedingung der Unverletzlichkeit der Bruchbedingung Eingang in die Stoffbeziehung. Das Wirksamwerden dieser Zwangsbedingung unterscheidet den Grenzzustand von den übrigen Zuständen ($S < 1$), nicht das Auftreten plastischer Verzerrungen an sich.

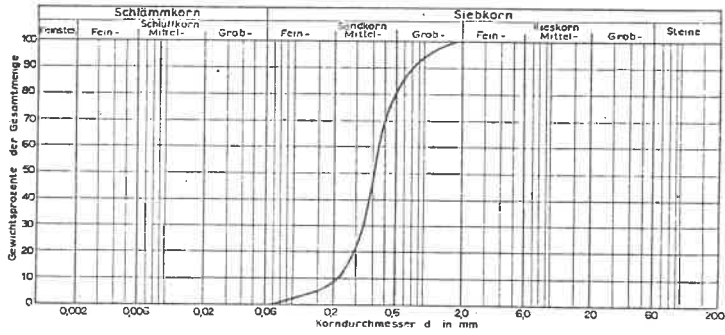


Bild 3.10: Sieblinie

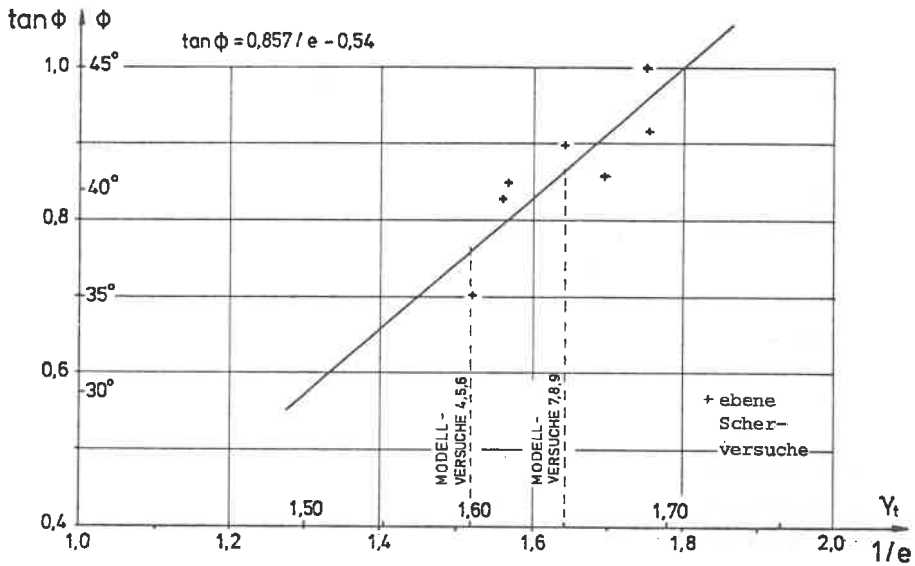


Bild 3.11: Scherwinkel aus ebenen Scherversuchen

Über den Einfluß des Verformungsweges auf die geleistete Dissipationsarbeit liegen nur wenige Versuchsergebnisse (vgl. z.B. [49], S. 608 f.) vor, die aber schon erkennen lassen, daß man bei unstetigen Verformungswegen in (3.60) eine anisotrope Härtung berücksichtigen muß. Zur Verifizierung eines derartigen Ansatzes sind noch weitere experimentelle Untersuchungen erforderlich, bei denen auch die Drehung der Hauptachsen möglich sein sollte.

3.5 Bestimmung der Stoffparameter

3.5.1 Allgemeine Daten

Der untersuchte Boden besteht aus trockenem Quarzsand von rundkantiger bis gerundeter Kornform und einem Korndurchmesser im Bereich 0.06 bis 2 mm (Bild 3.10). Die relativ enge Stufung ($U = 2$) macht ihn wenig verdichtungsfähig. Seine Trockenwichte γ_d beträgt bei lockerster Lagerung 15,1 und bei dichtester Lagerung 17,7 kN/m³.

Bei den Modellversuchen wurden bei zwei verschiedenen Verdichtungsarten die Trockenwichten 16,0 und 16,5 kN/m³ erreicht.

Die Porenzahl e zur Kennzeichnung des Porenvolumens im Verhältnis zum Volumen der Festbestandteile berechnet sich aus

$$e = \frac{\gamma_s}{\gamma_d} - 1 \quad (3.64)$$

mit der Kornwichte $\gamma_s = 26,55 \text{ kN/m}^3$.

Die relative Lagerungsdichte wird durch

$$I_D = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}} \quad (3.65)$$

angegeben.

3.5.2. Scherwinkel

Der Scherwiderstand setzt sich aus der Kornreibung und einem im wesentlichen von der Porenzahl e abhängigen Gefügewiderstand zusammen. Die Kornreibung kann für ein Quarzgemisch mit 27° angegeben werden.

Der untersuchte Sand besitzt, da er trocken und frei von Feinanteilen ist, keine Kohäsion. Der Scherwinkel kann daher durch das maximale Hauptspannungsverhältnis (3.28) bestimmt werden. Die nach dieser Beziehung aus den ebenen Scherversuchen 234/235 und 240/241 ermittelten Scherwinkel sind in Bild 3.11 in Abhängigkeit von der Ausgangsporenzahl e dargestellt. Für den hier inter-

essierenden Bereich kann folgende Interpolationsformel angesetzt werden

$$\tan\phi = 0,857/e - 0,540 \quad (3.66)$$

mit einer mittleren Abweichung von $\pm 1^\circ$.

Die in diesen ebenen Scherversuchen gemessenen Scherwinkel liegen deutlich über den im üblichen Dreiaxialversuch bestimmten Werten. Eine Vergleichsuntersuchung ergab für eine Trockenwichte von $16,5 \text{ kN/m}^3$ einen Scherwinkel von 36° gegenüber 41° nach (3.66).

Zur Bestimmung des Verfestigungsparameters A in der Stoffgleichung (3.43) wird der Ausdruck (vgl. Gl. (3.41))

$$\frac{\partial(\sin^2\phi)}{\partial e} = -\frac{1,714}{e^2} \cdot \sin\phi \cdot \cos^3\phi \quad (3.67)$$

benötigt. Für kleine Volumenänderungen ergibt (3.66) ferner

$$\Delta\phi^0 = 49 \cdot \frac{1+e}{e^2} \cdot \cos^2\phi \cdot \Delta\epsilon_v \quad (3.68)$$

und für $e = 0,60$ und $\phi = 41^\circ$ (entspricht $\gamma_d = 16,5 \text{ kN/m}^3$)

$$\Delta\phi^0 = 122 \cdot \Delta\epsilon_v \quad (3.69).$$

Eine Volumenauflockerung von 1% bewirkt somit einen Abfall des Scherwinkels von ungefähr $1,2^\circ$.

3.5.3 Scherverformungen

Für die Stoffbeziehung (3.58) wird eine empirische Funktion G_t benötigt, mit der die Scherverformungen einer Sandprobe bei monotoner Belastung beschrieben werden können. Wir werden hierzu die gemessenen Scherwegkurven zunächst durch eine mathematische Funktion annähern und anschließend G_t durch Differentiation bestimmen.

Aufgrund der Feststellungen unter 3.3 wird folgender Ansatz gemacht:

$$\epsilon_1 - \epsilon_3 = \frac{1}{2G_1} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(1 - R_f S)^2} \quad (3.70)$$

$$\text{mit} \quad G_1 = G_1(e) \cdot p_a \cdot \left(\frac{\sigma_m}{p_a} \right)^n \quad (3.71).$$

Hierin sind G_1 , R_f , n Materialparameter, die den Verlauf der Kurve festlegen. Über die Vergleichsspannung $p_a = 100 \text{ kN/m}^2$ (atmosphärischer Druck) wird die Beziehung normiert.

Für $S = 0$ und $\sigma_m = p_a$ entspricht G_1 der Anfangstangente der Scherwegkurve. Durch R_f wird die Asymptote der Hyperbel festgelegt.

Es ist leicht zu verifizieren, daß (3.70) den unter 3.3 gemachten Aussagen gerecht wird. Bei proportionaler Belastung ($S = \text{const}$) ist der Zusammenhang annähernd linear (A4), wobei über den Nenner der Grad der Scherbeanspruchung berücksichtigt wird. Ferner wird über G_i ein Anstieg des Gleitmoduls bei wachsendem mittleren Druck erfaßt (A2). Bei zunehmender Scherzahl S fällt dagegen die Scherfestigkeit hyperbolisch ab (A5).

Die Funktion des Gleitmoduls erhalten wir aus (3.70) entsprechend Definition (3.49) durch Differentiation, wobei wir den Parameter G_i für kleine Inkremente als konstant ansehen:

$$\frac{1}{2G_t} = \frac{d(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)}{d(\sigma_1 - \sigma_3)} = \frac{1}{2G_i} \cdot \frac{(1 - R_f S) + 2(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot R_f \cdot \partial S / \partial (\sigma_1 + \sigma_3)}{(1 - R_f S)^3} \quad (3.72).$$

Die Änderung der Scherzahl erhalten wir durch Differentiation von (3.11)

$$\frac{\partial S}{\partial (\sigma_1 - \sigma_3)} = \frac{1}{\sin \phi \cdot (\sigma_1 + \sigma_3)} \cdot (1 - S \cdot \sin \phi \cdot \cot \psi) \quad (3.73),$$

wobei wir die Richtung des Spannungsweges durch

$$\cot \psi = \frac{\partial (\sigma_1 + \sigma_3)}{\partial (\sigma_1 - \sigma_3)} \quad (3.74)$$

festlegen (vgl. Bild 3.12).

Die Auflösung von (3.72) nach G_t ergibt

$$G_t = G_i \cdot \frac{(1 - R_f \cdot S)^3}{[1 + (1-B) \cdot R_f \cdot S]} \quad (3.75)$$

mit

$$B = 2S \cdot \sin \phi \cdot \cot \psi \quad (3.76).$$

Es seien einige ausgezeichnete Spannungswege untersucht:

a. Proportionale Belastung $\psi = \beta_{\text{mob}}$

$$B = 2 \sin \phi_{\text{mob}} \cdot \cot \beta_{\text{mob}} = 2 \cdot \frac{\tan \beta_{\text{mob}}}{\tan \beta_{\text{mob}}} = 2$$

$$G_t = G_i \cdot (1 - R_f S)^2 \quad (3.77).$$

b. Konstante mittlere Normalspannung $\psi = 90^\circ$

$$B = 0.$$

$$G_t = G_i \cdot \frac{(1 - R_f S)^3}{(1 + R_f S)} \quad (3.78).$$

c. Fallende mittlere Normalspannung mit $\psi = (180 - \beta_{mob})$

$$B = -2$$

$$G_t = G_i \cdot \frac{(1 - R_f S)^3}{(1 + 3R_f S)} \quad (3.79).$$

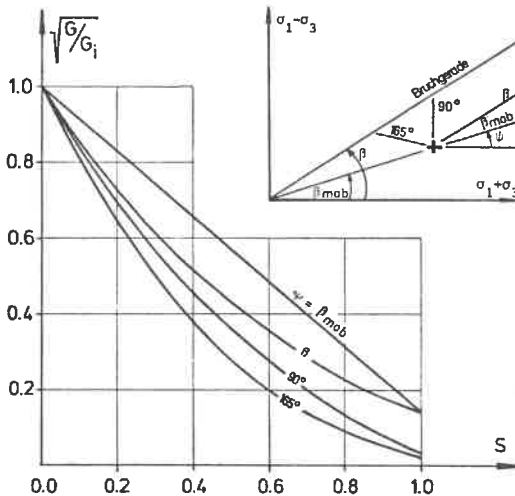


Bild 3.12: Gleitmodul als Funktion der Scherzahl S und der Spannungswegrichtung ψ

Die Berechnungen zeigen, daß bei ansteigender Scherzahl S der Gleitmodul um so schneller abfällt, je größer der Winkel ψ wird (s. Bild 3.12). Ähnliche Beobachtungen sind in [36] bei einem Vergleich der Scherverformungen im dreiaxialen Kompressions- ($\psi = 45^\circ$) und Extensionsversuch ($\psi = 135^\circ$) gemacht worden. Die Parameter des Ansatzes (3.70) und (3.71) werden durch grafischen Kurvenausgleich bestimmt. Bei den Versuchen mit proportionaler Belastung $S < 1$ kann mit (3.77) und (3.71) geschrieben werden

$$\ln \frac{G_t}{p_a} = \ln \bar{G}_1 + n \cdot \ln \frac{\sigma_m}{p_a} \quad (3.80)$$

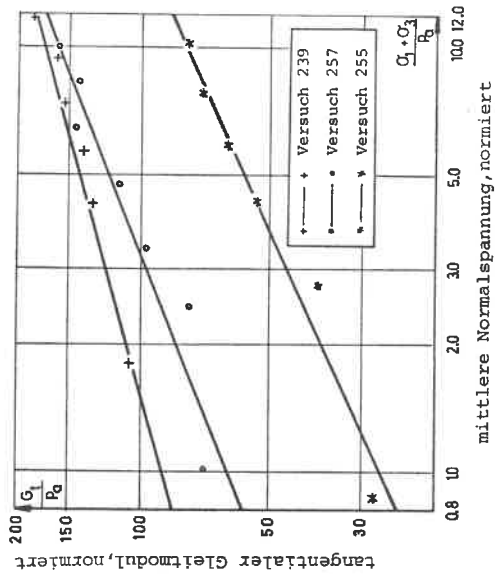


Bild 3.13: Scherversuche $S = \text{const}$

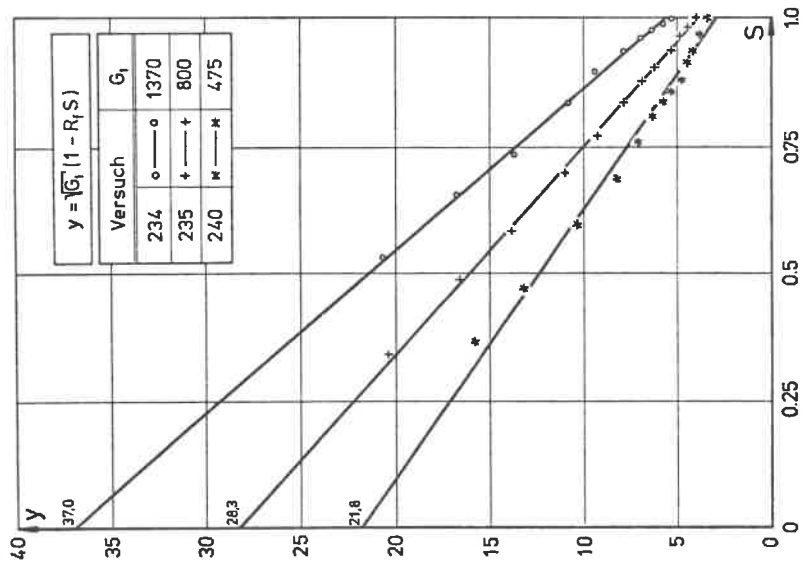


Bild 3.14: Scherversuche $S \neq \text{const}$

mit

$$\bar{G}_1 = G_1 \cdot (1 - R_f S)^2 \quad (3.81).$$

Die aus dem Anstieg der Ausgleichsgeraden im doppelt-logarithmischen Diagramm (s. Bild 3.13) ermittelten Exponenten n liegen zwischen 0.29 und 0.46. Für die weiteren Untersuchungen wird $n = 0.40$ verwandt. Zur Bestimmung des Anfangsmoduls G_1 sind die in Bild 3.13 aufgetragenen Versuche wenig geeignet, da für hohe Scherzahlen Gleichung (3.81) sehr fehlerempfindlich wird.

Zuverlässiger kann G_1 aus den Versuchen mit veränderlicher Scherzahl S bestimmt werden, wozu (3.70) umgeformt wird in

$$y = \sqrt[n]{\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)/p_a}{2(\epsilon_1 - \epsilon_3) \cdot (\sigma_m/p_a)}} = \sqrt[n]{G_1} \cdot (1 - R_f S) \quad (3.82).$$

Bei der Auftragung dieser Beziehung in Bild 3.14 wurde jeweils nur der erste Teil der Scherwegkurve ($S < 1$) bis zum Punkt B (s. Bild 3.04) herangezogen. Der weitere Kurvenverlauf ist von der Bruch- und Dilatanzbedingung geprägt und muß mit Stoffgleichung (3.43) behandelt werden. Die gute Linearität der Beziehung (3.82) in Bild 3.14 bestätigt den Ansatz (3.70). Aus dem Achsenabschnitt für $S = 0$ wird der Anfangsgleitmodul G_1 und aus dem Ordinatenwert bei $S = 1$ der Parameter R_f bestimmt, der für alle Versuche konstant mit 0.86 angesetzt werden kann.

Es bleibt anzumerken, daß die Scherkurven im Bereich $S < 0,25$ nicht durch Meßpunkte abgesichert sind, so daß eine Überprüfung des Anfangsmoduls G_1 anhand des aus Entlastungskurven ermittelten elastischen Moduls G erforderlich wird. Aus den Versuchen 239/257 ergibt sich ein mittlerer Gleitmodul zwischen 100 und 125 MN/m². Vergleichsweise hat Gudehus ([37], S.160) den elastischen Stoffmodul in Abhängigkeit von der Porenzahl näherungsweise aus

$$G \text{ [MN/m}^2\text{]} = [186 - 715(e - 0,55)] \quad (3.83)$$

bestimmt. Ein Vergleich mit den Meßwerten und weiteren, im Schrifttum für Sand zu findenden Angaben zeigt, daß (3.83) die obere Grenze der bei Sand möglichen Gleitmoduln absteckt.

Entsprechend den bei der Herleitung der Stoffgleichungen gemachten Voraussetzungen (vgl. Abschnitt 3.4.2) kann Gl.(3.75) nur bei monoton anwachsender Scherbelastung angesetzt werden, also etwa für den Bereich (vgl. Bild 3.12)

$$\beta_{mob} < \psi < 180 - \beta_{mob}.$$

Bei Entlastung ($S_i < S_{i-1}$) kann der Gleitmodul näherungsweise nach (3.83) berechnet werden.

3.5.4 Verformungen bei ebener Kompression

Der Kompressionsmodul $\bar{K}_t$ wird aus den Verformungen in der ebenen Kompressionsphase vor Beginn des Abscherens bestimmt. Die in Bild 3.15 dargestellten Arbeitslinien lassen analog zu (3.71) ein Potenzgesetz für den Einfluß der mittleren Druckspannung erkennen

$$\bar{K}_t = \bar{K}_1 \cdot p_a \cdot \left[\frac{\sigma_m}{p_a} \right]^n \quad (3.84).$$

Die nach diesem Gesetz für einen mittleren Exponenten $n = 0,4$ bestimmten Ausgleichskurven sind ebenfalls in Bild 3.15 dargestellt. Die Übertragbarkeit der Beziehung (3.84) auf kleine Normalspannungen unter 100 kN/m^2 ist fraglich, da für diesen Bereich verlässliche Meßwerte nicht vorliegen. Bei Sand ist der Kompressionsmodul wegen der sehr kleinen Dehnungen die am stärksten mit Meßfehlern behaftete Größe, so daß wohl eine Fehlertoleranz von $\pm 25\%$ angesetzt werden muß. Im Vergleich zu den Scherverformungen sind jedoch die Verformungen infolge hydrostatischer Spannungszustände ohne praktische Bedeutung. Zur Berechnung der elastischen Volumenänderungen kann mit $\mu \approx 1/3$ (vgl. [37]) näherungsweise der Kompressionsmodul

$$K = (8/3) \cdot G \quad (3.85)$$

verwendet werden, wobei G nach (3.83) bestimmt werden kann.

3.5.5 Dilatanzverhalten

Die plastischen Volumenänderungen infolge Scherbeanspruchung ermitteln wir gemäß (3.47b) und (3.50) aus der Beziehung

$$(d\varepsilon_1^p + d\varepsilon_3^p)_D = [2\bar{K}_t \cdot (d\varepsilon_1 + d\varepsilon_3) - (d\sigma_1 + d\sigma_3)] / [2 \cdot (K + G/3)] \quad (3.86)$$

mit $\bar{K}_t$ nach 3.5.4.

Nach (3.47b) ergeben sich hiermit die in Bild 3.16 in Abhängigkeit von der jeweiligen Scherzahl aufgetragenen Dilatanzwinkel. Da $\sin \nu_t$ aus dem Verhältnis relativ kleiner Differenzen berechnet wird, ist die festzustellende Streuung der Werte nicht unerwartet. Für Scherzahlen nahe Null läßt sich der Dilatanzwinkel experimentell nicht ermitteln, da Gleichung (3.47b) unbestimmt wird.

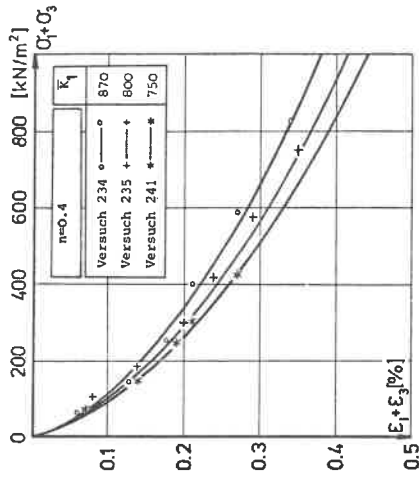


Bild 3.15: Verformungen bei ebener Kompression

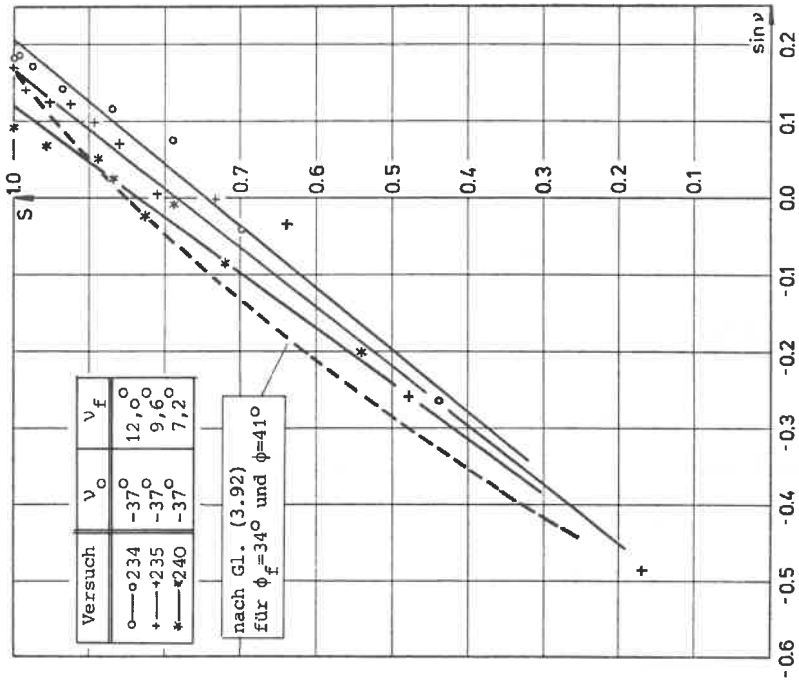


Bild 3.16: Dilatanzwinkel ν_t

Die näherungsweise eingetragenen Ausgleichsgeraden lassen jedoch zwei Tendenzen deutlich erkennen: Der Dilatanzwinkel ist bei kleinen Scherzahlen negativ (Kontraktanz), hat zwischen 0.7 und 0.8 einen Nulldurchgang (Volumenkonstanz) und wird erst zum Bruch hin positiv (Dilatanz). Der Einfluß der Lagerungsdichte zeigt sich in den für den Grenzzustand mit $7,2^\circ$ bei mitteldichtem und mit 12° bei dichtem Sand ermittelten Winkeln.

Es ist hierbei zu beachten, daß der Dilatanzwinkel nur das Verhältnis der plastischen Dehnungen kennzeichnet. Der Maßstab wird durch die Größe der Scherverformungen festgelegt, die zunächst relativ klein sind und erst zum Bruch hin entsprechend dem Abfall des Gleitmoduls stark zunehmen. Für das Gesamtverformungsverhalten ist daher nicht so sehr die Kontraktanz zu Beginn des Schervorgangs als vielmehr die Dilatanz bei Annäherung an den Bruch entscheidend. Die in Bild 3.16 eingetragenen Ausgleichsgeraden können in erster Näherung durch die lineare Beziehung

$$\sin v_t = (\sin v_f - \sin v_0) \cdot S + \sin v_0 \quad (3.87)$$

wiedergegeben werden, wobei v_0 und v_f die Grenzwerte des Dilatanzwinkels für $S = 0$ bzw. $S = 1$ festlegen.

Der hier experimentell gefundene Zusammenhang stimmt recht gut mit der von Rowe [21] aufgrund von Energiebetrachtungen über den Schervorgang in einem starren Korngefüge abgeleiteten Beziehung (3.9) überein. Die Umformung dieser Gleichung ergibt

$$\frac{\sigma_1 - K \cdot \sigma_3}{\sigma_1 + K \cdot \sigma_3} = - \frac{\dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_3}{\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_3} = \sin v_t \quad (3.88)$$

Mit

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{1 + \sin \phi_{mob}}{1 - \sin \phi_{mob}} \quad (3.89)$$

folgt weiter

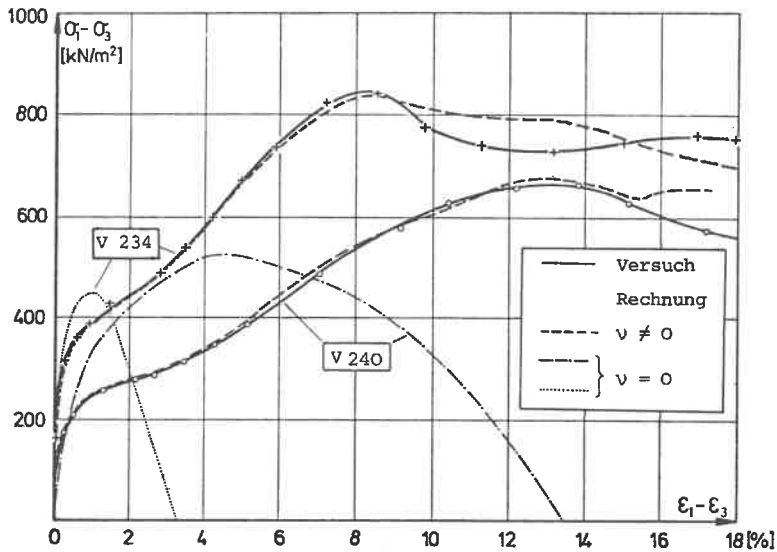
$$\sin v_t = \frac{(1 - K) + (1 + K) \cdot \sin \phi_{mob}}{(1 + K) + (1 - K) \cdot \sin \phi_{mob}} \quad (3.90)$$

Beachtet man ferner, daß die von Rowe angegebene Konstante K (3.10) durch

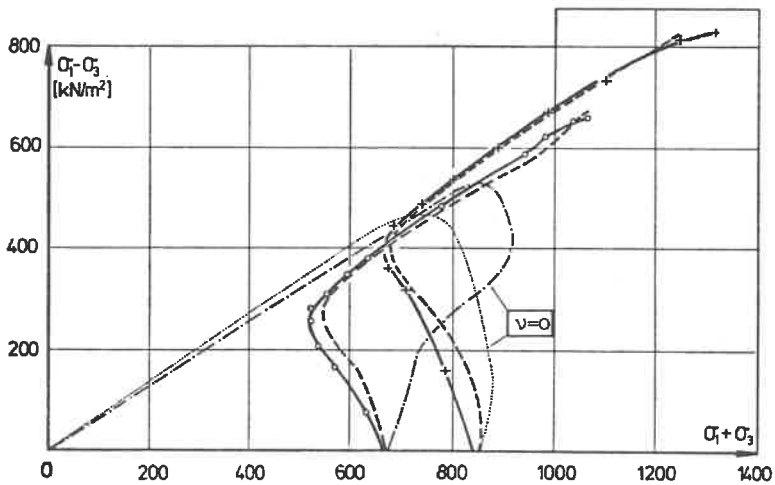
$$\sin \phi_f = \frac{K - 1}{K + 1} \quad (3.91)$$

ersetzt werden kann, dann läßt sich (3.9) über (3.90) in

$$\sin v_t = \frac{\sin \phi_{mob} - \sin \phi_f}{1 - \sin \phi_f \cdot \sin \phi_{mob}} \quad (3.92)$$



a, Scherweg-Diagramm



b, Spannungsweg

Bild 3.17: Rückrechnung der Scherversuche $S \neq \text{const}$

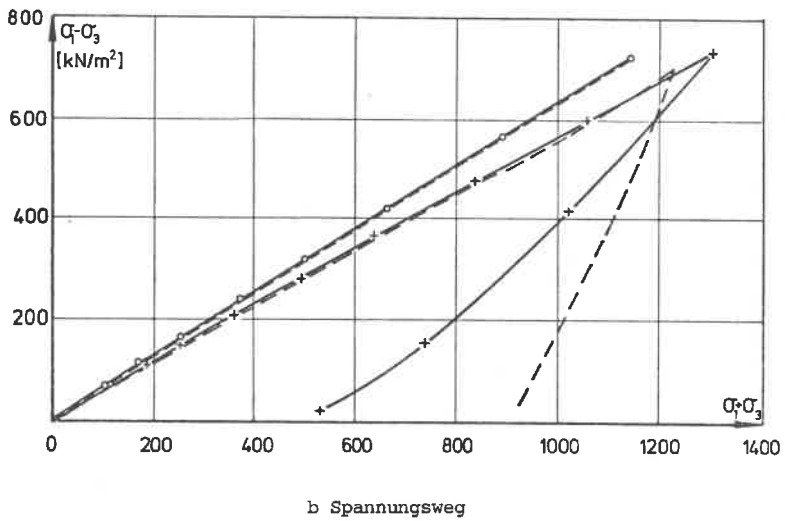
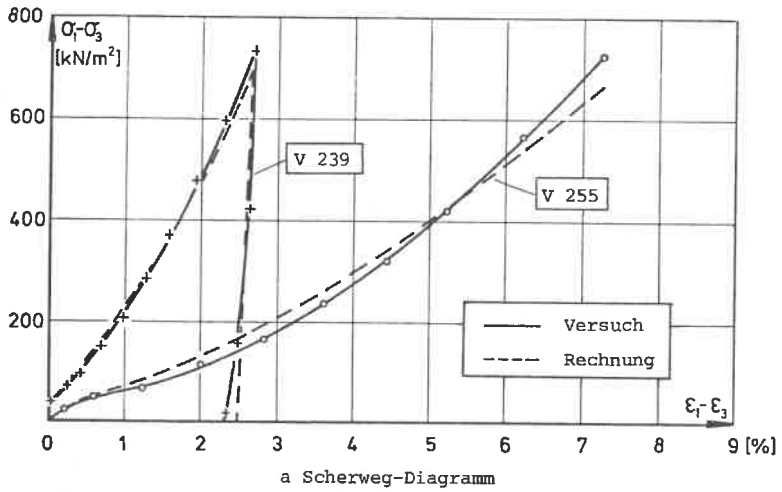


Bild 3.18: Rückrechnung der Scherversuche $S = \text{const}$

überführen. Die Funktionen (3.92) und (3.87) zeigen einen ähnlichen Verlauf (s. Bild 3.16).

3.5.6 Rückrechnung der Versuche

Unter Vorgabe der Versuchs-Dehnungswege wurden die Spannungen mit Hilfe der Stoffgleichungen (3.58) im Zustand $S < 1$ und (3.43) im Grenzzustand unter Verwendung der in 3.5 ermittelten Stoffparameter nachgerechnet. Wegen der differentiellen Form der Stoffgleichungen wurden die Berechnungen in Dehnungsinkrementen vorgenommen und die erhaltenen Spannungsänderungen zur Gesamtspannung addiert. Die Stoffmatrix wurde in jeder Laststufe dem aktuellen Spannungs-Dehnungszustand angepaßt. Hierbei wurde die für (3.75) und (3.87) maßgebende Scherzahl in der Mitte des Lastinkrements gewählt, wozu eine Iteration erforderlich wurde. Die Festlegung des Richtungswinkels ψ kann nicht gemäß (3.74) geschehen, da das Verhältnis der Spannungsinkremente zu fehleranfällig ist. Für die praktische Berechnung ist es ausreichend, wenn eine grobe Bereichsaufteilung in der Spannungsebene vorgenommen wird, für die jeweils ein konstanter Richtungswinkel festgelegt wird.

Die rückgerechneten Spannungskurven sind für einige Versuche in Bild 3.17 und 3.18 dargestellt und zeigen sehr gute Übereinstimmung mit den zugrundeliegenden Versuchskurven. Nur das Verhalten bei sehr großen Scherverformungen und die Kontraktanz bei Entlastung (Versuch 239) werden nicht richtig beschrieben, da der Gültigkeitsbereich der Beziehung (3.87) bereits verlassen ist.

In Bild 3.17 sind zusätzlich die Versuchskurven eingetragen, die sich unter der Voraussetzung eines Dilatanzwinkels $\nu = 0$ einstellen würden. Die Auswirkungen sind eklatant: Zu Beginn wächst die mittlere Druckspannung stark an, anstatt wegen der anfänglichen Kontraktanz abzufallen. Bei Annäherung an die Grenzbedingung setzt der umgekehrte Vorgang ein, so daß der Spannungspunkt auf der Bruchgeraden analog zu Bild 3.08 zum Ursprung hin abfällt.

4. FE-Berechnung der Einspannung

4.1 Allgemeines

Wegen der komplexen Zusammenhänge im Stoffverhalten ist eine mathematisch ge-

schlossene Lösung des Einspannungsproblems nicht zu erreichen. Die theoretischen Untersuchungen dieser Arbeit werden daher mit Hilfe eines numerischen Berechnungsverfahrens durchgeführt.

Für die Aufgabenstellungen der Bodenmechanik am geeignetsten sind hier das klassische Differenzenverfahren und die in dieser Arbeit verwendete Finite - Element Methode (FE-Methode). Die außerordentlich rasche Verbreitung, die die FE-Methode in vielen Bereichen des Ingenieurwesens gefunden hat, ist unter anderem durch die große Anpassungsfähigkeit an beliebige Randbedingungen, an wechselnde Materialeigenschaften und an komplizierte Bauzustände zu erklären. Für die praktische Anwendung bedeutet es ferner eine große Erleichterung, daß die FE-Methode unabhängig von ihrer theoretischen Begründung (Variationsverfahren mit Ansätzen über Teilbereiche) auch eine ingenieurmäßige Deutung im Rahmen der allgemein bekannten Verschiebungsmethode der Statik zuläßt. Die Grundlagen der FE-Methode sind im Schrifttum [38], [39], [40] ausführlich behandelt worden, so daß wir uns hier darauf beschränken können, auf einige Besonderheiten des Rechenprogramms, auf die Eigenschaften der verwendeten Elemente und auf die Verfahren zur Berücksichtigung der physikalischen Nichtlinearität einzugehen.

4.2 Kurzbeschreibung des Rechenprogramms

Das hier verwendete Programm GEOFEP ([41], 134) wurde vom Verfasser in den Jahren 1973 bis 1975 am Institut für Grundbau und Bodenmechanik¹ entwickelt. Besonders berücksichtigt wurden hierbei die bodenmechanischen Aufgabenstellungen, die im Vergleich zu anderen Anwendungsgebieten durch eine vom Belastungsbeginn an ausgeprägte Nichtlinearität im Stoffverhalten, durch spezielle Bauzustände (Bodenaushub, Bodenaufschüttung, Baugrubenverbau) und durch die Wirkung des Grundwassers gekennzeichnet sind. Für die Gestaltung der Programmorganisation ist hierbei von großer Tragweite, daß sich innerhalb eines Rechenlaufs nicht nur die Lastzustände sondern auch die Geometrie und die Randbedingungen ändern können. Um diesen Anforderungen gerecht zu werden, wurde vor allem auf schnellen Datenzugriff und hohe Rechengeschwindigkeit Wert gelegt. Neben der in Tafel 4.01 gegebenen Programmübersicht sollen im folgenden einige Programmeigenschaften besonders hervorgehoben werden.

¹ Herrn Dipl.-Ing. H. Schäd und meinen übrigen Kollegen danke ich für die bereitwillige Diskussion vieler programmtechnischer Probleme und für die vielen wertvollen Anregungen.

Programm: Programm zur Berechnung geomechanischer Probleme nach der FE-Methode (GEOFEF)		
Anwendungsbereich: Grundbau und Bodenmechanik		
Entwickelt von: Quirin Laumans, Institut für Grundbau und Bodenmechanik (IGB) Stuttgart		
Elemente: Elemente des zweidimensionalen Verschiebungszustandes		
 Kontakt- oder Stabelemente (4 Freiheitsgrade)  isoparametrisches Viereckelement (10 Freiheitsgrade)  Dreieckelement mit quadratischem Verschiebungsansatz (12 Freiheitsgrade)  Rechteckelement mit biquadratischem Verschiebungsansatz (16 Freiheitsgrade)		
Implementierte Stoffgesetze 1) linear elastisch 2) quasi elastisch mit variablen Stoffmoduln einschl. Dilatanz 3) elastoplast. Stoffgesetz mit Koaxialitätsbedingung und Dilatanzbeziehung	Iterationsverfahren 1) tangentielle Steifigkeit 2) Anfangslast 3) gemischte Methode	Mögliche Lastfälle verteilte Lasten Knotenkräfte vorgeschriebene Verschiebungen
Matrizenorganisation Bandstruktur	Gleichungsauflösung Gauss symmetrisch nicht. symm.	Max. Zahl d. Unbek. 2500 - 4000 abhängig von Bandstruktur u. Hardware
Dateneingabe: Programminterne Generierung für Koordinaten, Topologie, Randbedingungen Überprüfung der Daten	Datenausgabe: Zeilendrucker, Karten, Band, Zeilendruckerplots, Koppelung mit Plotprogramm möglich Unterbrechung des Programms möglich (Restart)	
Rechenzeit f. durchschn. Probl.: für 1000 Unbekannte symm. Gleichungssystem 50 sec nichtsymm. " 80 sec ein Iterationszyklus 5 sec	Kernspeicherbedarf: 30 000 - 60 000 Worte (dezimal) Sekundärspeicherbedarf: bis 500 000	

Tafel 4.01: Programmübersicht

1. Programmaufbau

Das Programm ist modular aufgebaut (mehr als 100 Unterprogramme) und kann daher leicht erweitert bzw. neuen Erfordernissen angepaßt werden, um z.B. andere Lastfälle, Stoffgleichungen oder Elemente zu berücksichtigen. Zur Zeit sind drei Stoffgesetze und vier verschiedene Elemente implementiert, mit denen beliebige zweidimensionale Probleme dargestellt werden können. Auf die Einbeziehung räumlicher Probleme wurde zugunsten einer einfachen internen Datenverwaltung und hoher Rechengeschwindigkeit verzichtet. Die Steuerung des Rechenablaufs erfolgt durch das Hauptprogramm, so daß der Benutzer im Normalfall Einzelheiten der Unterprogramme nicht zu kennen braucht.

2. Datenverwaltung und Gleichungsauflösung

Durch variabel dimensionierte Datenfelder und durch weitgehende Verwendung von Hintergrundspeichern wird eine wirtschaftliche und sparsame Belegung des Kernspeichers erreicht, so daß Probleme mit mehreren tausend Unbekannten (abhängig von der Hardware) behandelt werden können. Für die Gleichungsauflösung wird ein Bandalgorithmus in Verbindung mit einer Blockung der Koeffizienten-Matrix verwendet. Es können sowohl symmetrische als auch nichtsymmetrische lineare Gleichungssysteme gelöst werden, was vor allem bei nichtsymmetrischen Stoffgleichungen (s. Kap. 3) von großem Vorteil ist. Die Rechengeschwindigkeit wird durch Unterdrückung von Nullprodukten wesentlich gesteigert.

Die physikalische Nichtlinearität der Probleme wird mit einer inkrementellen Methode behandelt, wobei zusätzlich innerhalb einer Laststufe eine Verbesserung der Lösung nach der Anfangslastmethode vorgenommen wird (s. Kap. 4.4).

3. Programmkontrollen

Wegen der großen Bedeutung programminterner Kontrollen für die Zuverlässigkeit der Berechnungsergebnisse seien einige dieser Kontrollen aufgeführt: Berechnung der Knoten- und Elementanzahl und des Gesamtflächeninhalts aller Elemente zur Überprüfung der richtigen Elementzuordnung (keine Überlappung, kein Auseinanderklaffen); Berechnung des Eigengewichtsspannungszustands als getrennter Lastfall, womit besonders bei einfachen geometrischen Verhältnissen das Elementnetz und der linear-elastische Rechenablauf zuverlässig getestet werden; Überprüfung, ob alle Diagonalelemente der Koeffizientenmatrix größer Null

sind; Kontrolle des Element- und des Strukturgleichgewichts; Konvergenzabfrage bei durchgeführten Iterationen.

Die Möglichkeit einer Datenausgabe über Plotdiagramme bedeutet in diesem Zusammenhang nicht nur eine nützliche Arbeitserleichterung, sondern sie eröffnet auch eine weitere wirksame Kontrolle der Berechnungsergebnisse. Das Fehlen dieser Hilfsmittel hat sich bei der Verarbeitung der umfangreichen Datenmengen dieser Arbeit als sehr hinderlich erwiesen.

4.3 Gesichtspunkte bei der Elementauswahl

Die in der FE-Methode gebräuchlichen Elemente unterscheiden sich hauptsächlich durch ihre geometrische Form (z.B. Dreieck, Viereck) und durch die Ordnung des Verschiebungsansatzes. Von der Wahl des Elementtyps wird nicht nur die Rechengenauigkeit, sondern in vielen Fällen auch die Wirtschaftlichkeit - minimale Rechenzeit und minimaler Speicherplatzbedarf - entscheidend beeinflusst.

Grundsätzlich liefern Elemente höherer Ordnung bei gleicher Anzahl von Systemfreiheitsgraden eine größere Genauigkeit in den Verschiebungen. Diese höhere Effizienz gilt nicht ohne weiteres auch hinsichtlich der Spannungen, deren Genauigkeit wesentlich vom verwendeten Berechnungsverfahren abhängt. Gewöhnlich werden die Spannungen unmittelbar durch Differentiation des Verschiebungsfeldes gewonnen, was jedoch einige Nachteile mit sich bringt, da die Ableitungen des Verschiebungsfeldes an den Elementgrenzen unstetig sind und da ferner die Differentiation der nur als Näherung bekannten Verschiebungsfunktion einen erheblichen Genauigkeitsverlust bewirkt.

In dem hier verwendeten Programm werden die Spannungen in den Knotenpunkten, wie allgemein üblich, durch Mittelbildung aus den Spannungswerten der angrenzenden Elemente gewonnen.

Alternativ ist eine Berechnung der Spannungen für die Elementmittelpunkte vorgesehen. Eine wesentliche Verbesserung kann mit den in [42], [43], [44] beschriebenen Verfahren erzielt werden, die zum Teil jedoch einen recht hohen Aufwand erfordern.

Zur ausreichenden Darstellung des wirklichen Spannungsverlaufs ist in der Regel eine größere Verfeinerung des Elementnetzes notwendig, als es hinsichtlich der Genauigkeit in den Verschiebungen erforderlich wäre. Bei bodenmechanischen Problemen mit ausgeprägt nichtlinearem Stoffverhalten ist diese Netzverfeinerung jedoch auch dazu notwendig, um die Veränderung der Stoffkennwerte in ausreichender Weise zu erfassen. Deshalb ist die Wahl größerer Elementabmessun-

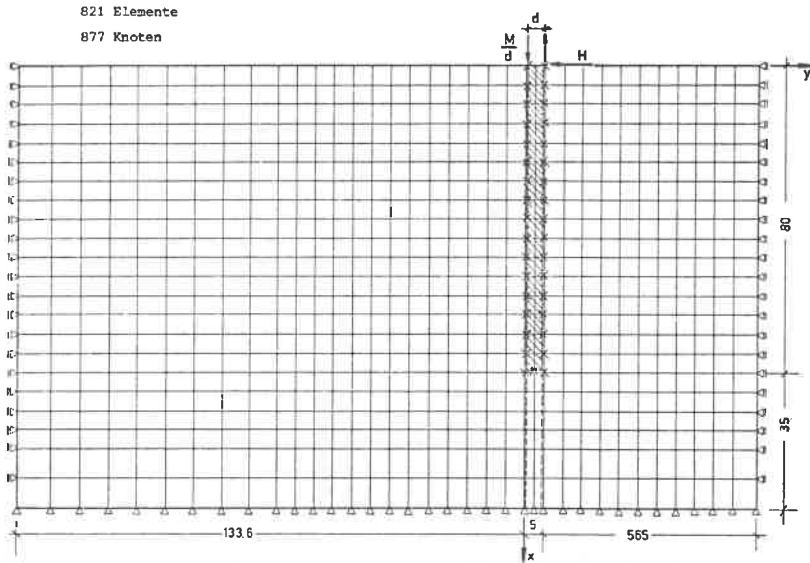
gen, wie sie bei Elementen höherer Ordnung möglich sind, nicht immer zweckmäßig, womit der Vorzug dieser Elemente verlorengeht.

Auf die Wirtschaftlichkeit der Berechnung wirkt sich die Elementauswahl vor allem dann aus, wenn, wie in dem hier verwendeten Programm, die Effizienz der Gleichungsauflösung von der günstigen Bandstruktur der Koeffizientenmatrix abhängt. In diesem Fall wächst die Rechenzeit annähernd quadratisch mit der Bandbreite, jedoch nur linear mit der Anzahl der Unbekannten. Da die Bandbreite ferner bei vergleichbarem Netzaufbau proportional zur Anzahl der Elementfreiheitsgrade ansteigt, wird man den Verschiebungsansatz im Element nicht unnötig hoch wählen, sondern eher das Elementnetz verfeinern.

Aufgrund der genannten Gesichtspunkte wurde für die Berechnungen dieser Arbeit ein isoparametrisches Viereckelement mit 10 Freiheitsgraden verwendet [45]. Der Verschiebungsansatz in den Ortskoordinaten enthält neben linearen auch quadratische Terme, die jedoch längs der Elementränder verschwinden, so daß dort die Verträglichkeit zu den Nachbarelementen automatisch erfüllt wird. Die Spannungen werden im Elementmittelpunkt berechnet, der wegen der besonderen Form des Verschiebungsansatzes die größte Zuverlässigkeit besitzt. In linear elastischen Vergleichsberechnungen zeigte dieses Element ähnlich gute Ergebnisse wie die im Programm implementierten Elemente mit höherem Verschiebungsansatz (vgl. Tafel 4.01). Es tritt jedoch ein spürbarer Genauigkeitsverlust ein, sobald größere stumpfe Winkel vorhanden sind oder das Viereck annähernd zu einem Dreieck entartet, was beim vorliegenden Beispiel durch einen regelmäßigen Netzaufbau vermieden wurde.

Die Modellwand wurde bei den Berechnungen ebenfalls durch Scheibenelemente dargestellt, obwohl diese bei Biegung nur bedingt brauchbar sind. Durch Vergleichsberechnungen an einem Balken auf zwei Stützen konnte jedoch nachgewiesen werden, daß bei der gewählten Netzeinteilung (s. Bild 4.01) die Abweichung der Verformungen von der exakten Lösung unter 1% bleibt und daher die Wandsteifigkeit mit ausreichender Genauigkeit erfaßt wird. Die Biegemomente werden im Programm jedoch nicht durch Differentiation des Verschiebungsfeldes, sondern unmittelbar aus den über die Elementsteifigkeit ermittelten Knotenkräften berechnet.

Anstelle des hier beschriebenen Weges wäre auch die Verwendung von Balkenelementen möglich. Jedoch stellt sich dann das Problem, wie die Verträglichkeit der Verschiebungen zwischen Wand und Boden sichergestellt werden kann, da das Scheibenelement nur Verschiebungen, das Balkenelement dagegen auch Verdrehungen als Knotenfreiheitsgrade besitzt.



$\times$ Kontaktelemente $k_{s,i} = 500 \text{ MN/m}^3$ $R_f = 0.9$ $\delta = \phi$
 Wandelemente $E_{\text{Wand}} = 6570 \text{ MN/m}^2$ $\mu = 0$

Bild 4.01: Elementnetz der im Sand eingespannten Wand

Rechn.- Nr.	γ_d kN/m ³	K_o	G_1 MN/m ²	$\bar{K}_1$ MN/m ²	n	R_f	c kN/m ²	ϕ	v_f
—	1	2	3	4	5	6	7	8	9
①	16.5	0.50	62.0	80.0	0.4	0.86	0	41°	9.6°
②									(0,0°)
③	16.0	0.33	42.0	75.0	0.4	0.86	0	37°	7.2°

() = Werte für Vergleichsrechnungen

Tafel 4.02: Bodenkennwerte des Sandes

Die Diskretisierung der Gleit- und Schervorgänge in der Kontaktfläche zwischen Wand und Boden stellt ein weiteres Problem dar, das durch Verwendung spezieller Übergangselemente sehr elegant gelöst werden kann. Man kann die zugrunde liegenden Gesetzmäßigkeiten unter vereinfachten Bedingungen in einem direkten Scherversuch untersuchen, bei dem die untere Probenhälfte aus dem verwendeten Wandmaterial und die obere Hälfte aus Boden besteht (vgl. [46]).

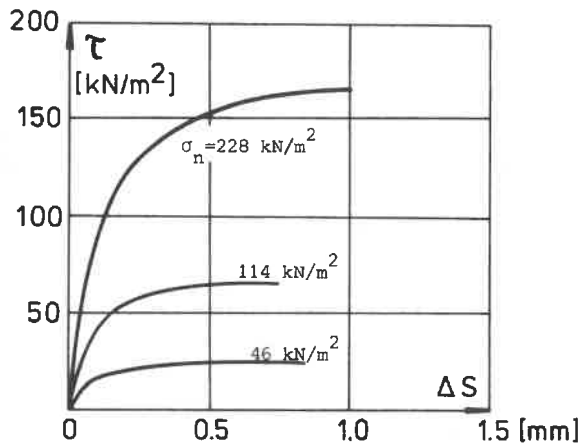


Bild 4.02: Wandreibung nach [46]

Die Schubspannungen τ nehmen, wie in Bild 4.02 dargestellt, nichtlinear mit der Relativverschiebung Δs zu, erreichen je nach Dichte des Bodens z. B. in einem Sand nach etwa 0,5 bis 1 mm Verschiebung das Maximum und bleiben danach annähernd konstant. Die aufnehmbare Grenzspannung τ_f ergibt sich aus der Normalspannung σ_n und dem Wandreibungswinkel δ

$$\tau_f = \sigma_n \cdot \tan \delta \quad (4.01).$$

Nach [46] erhält man für Sand auf glatter Betonoberfläche (Stahlschalung) einen Wandreibungswinkel von $0,83 \phi$. Für die in Kapitel 2 beschriebene Modell-

wand wird wegen der konstruktionsbedingten Unebenheiten (Fugen, Abdichtungsstreifen) der Grenzzreibungswinkel gleich dem Scherwinkel ϕ des Sandes angesetzt.

Die beschriebene Gesetzmäßigkeit der Kraftübertragung wird in der numerischen Berechnung mit Hilfe anisotroper Federelemente dargestellt, die tangential und normal zur Kontaktfläche unterschiedliche Verformungseigenschaften besitzen. Zur Ermittlung der Federsteifigkeit in Richtung der Kontaktfläche wird die Arbeitskurve nach Bild 4.02 durch die hyperbolische Funktion

$$\tau = \frac{\Delta s}{a + b \cdot \Delta s} \quad (4.02)$$

angenähert [46], worin a und b experimentell zu bestimmende Parameter¹ sind. Für kleine Inkremente läßt sich hieraus analog zu S.25 ein tangentialer Verformungsmodul, hier Schubbettungsmodul $K_{s,t}$ genannt, ableiten

$$\begin{aligned} K_{s,t} &= \frac{d\tau}{d(\Delta s)} = 1/a \cdot (1 - b \cdot \tau)^2 \\ &= K_{s,i} \cdot \left(1 - R_F \cdot \frac{\tau}{\tau_f}\right)^2 \end{aligned} \quad (4.03).$$

Faßt man die Schubspannungen auf der Einflußlänge Δa^i eines Federelements i zu einer Schubkraft

$$dT^i = \Delta a^i \cdot d\tau^i \quad (4.04)$$

zusammen, erhält man die Federsteifigkeit parallel zur Kontaktfläche

$$c_t^i = \frac{dT^i}{d(\Delta s)} = \Delta a^i \cdot K_{s,t} \quad (4.05).$$

In Abhängigkeit vom jeweils herrschenden Spannungszustand sind folgende Fälle zu unterscheiden:

- bei Druck wird für die Normalsteifigkeit c_n ein so hoher Wert eingesetzt, daß keine unzulässige Überlappung der angrenzenden Scheibenelemente entsteht. Die Tangentialsteifigkeit wird in diesem Fall gemäß Gleichung (4.05) und (4.03) ermittelt, oder aber, wenn die Wandschubspannung bereits den Grenzwert nach (4.01) erreicht hat, auf einen vernachlässigbar kleinen Wert reduziert, wodurch ein Gleiten in der Kontaktfläche ermöglicht wird.

¹ zweckmäßig durch Auftragen der Versuchsergebnisse in der Form $\frac{\Delta s}{\tau} = a + b \cdot \Delta s$

- bei Zug werden die Steifigkeiten in beiden Richtungen auf einen sehr kleinen Wert heruntergesetzt. Innerhalb einer Laststufe werden die nicht verträglichen Kräfte mit Hilfe der im nächsten Abschnitt beschriebenen Anfangslastmethode auf die Nachbargbereiche umgelagert.

4.4 Die Behandlung der Nichtlinearität

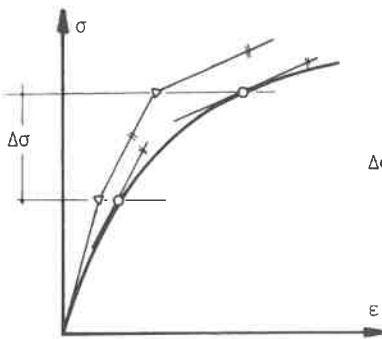
Da keine geschlossenen Lösungsverfahren für große nichtlineare Gleichungssysteme existieren, wurden Näherungsmethoden auf der Basis linearisierter Gleichungssysteme entwickelt [39], [47], [48]. Der bei der Näherungslösung begangene Fehler kann durch Übergang auf kleine Lastschrittwerten (inkrementelle Methode), durch iterative Verbesserung der Lösung (iterative Methode) oder aber durch eine Kombination beider Methoden verkleinert werden. Das inkrementelle Verfahren, das zuweilen auch "Methode der tangentialen Steifigkeit" genannt wird, ist wegen seiner einfachen Handhabung am weitesten verbreitet. Bei diesem Verfahren wird die Gesamtlast in eine ausreichende Anzahl von Laststufen (Inkrementen) unterteilt und nach jeder Laststufe die Elementsteifigkeit dem aktuellen Spannungs- und Dehnungszustand angepaßt. Je nachdem, ob für die Berechnung der neuen Steifigkeit der Zustand am Anfang oder aber ein durch Extrapolation gewonnener Zustand in der Mitte der neuen Laststufe gewählt wird, unterscheidet man die Methoden der Anfangssteifigkeit und der Mittelpunktssteifigkeit (Bild 4.03).

Das letztere Verfahren vermindert gegenüber dem ersten den sich bei der Belastung akkumulierenden Fehler ("drifting"); es ist jedoch nur bei monotoner Belastung anwendbar.

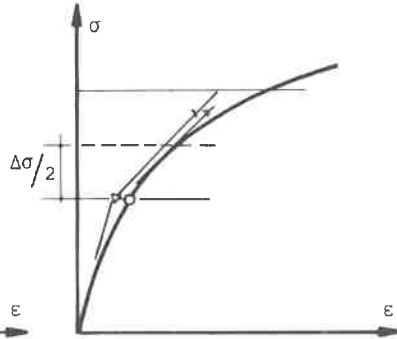
Die inkrementellen Verfahren haben den Vorteil, daß sie, wenn man vom Fall der Materialentfestigung absieht (negative Steigung), stets zu einer Lösung führen, deren Genauigkeit durch Verfeinerung der Lastabstufung in gewünschter Weise gesteigert werden kann. Da jedoch das Gleichungssystem in jedem Rechenschritt neu aufgestellt und gelöst werden muß, ist der Rechenaufwand bei größeren Problemen nicht mehr vertretbar.

Aus dem gleichen Grund wird in der Regel auch eine Iteration nach der Sekantenmethode (Bild 4.03) zu unwirtschaftlich sein, bei der die Belastung in einem Schritt aufgebracht und durch sukzessives Einsetzen die Steifigkeit solange variiert wird, bis die Abweichung zwischen angenommener und der sich nach der Spannungs-Dehnungsbeziehung ergebenden Steifigkeit ausreichend klein ist.

A Inkrementelle Methoden

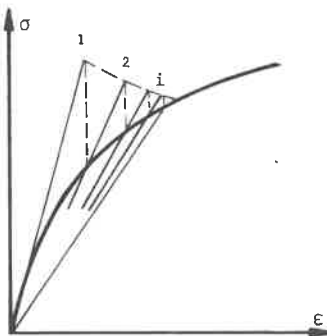


A1 Anfangssteifigkeit

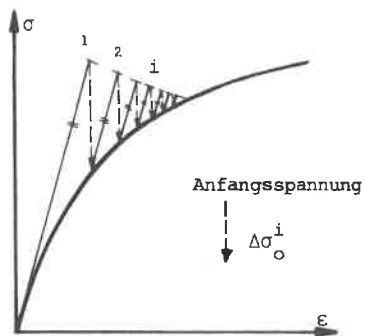


A2 Mittelpunktssteifigkeit

B Iterative Methoden



B1 Sekantenmethode



B2 Anfangslastmethode

Bild 4.03: Lösung nichtlinearer Probleme

Aus den im Schrifttum angeführten Beispielen ist auf eine schlechte Konvergenz dieser Methode zu schließen.

Gegenüber den bisher genannten Verfahren hat eine Iteration nach der Anfangslastmethode (vgl. [47]) den entscheidenden Vorteil, daß das Gleichungssystem nur einmal aufgestellt und gelöst zu werden braucht. Verändert wird während der Iteration nur die Lastspalte des Gleichungssystems, in der zu den äußeren Kräften noch sogenannte Anfangslasten hinzugefügt werden.

Die Anfangslasten sind die äquivalenten Knotenkräfte eines Eigenspannungszustands, der die Aufgabe hat, die mit den bei der Steifigkeitsberechnung verwendeten Stoffkennwerten noch nicht erfaßten (plastischen) Verformungen zu erzeugen. Da für einen endlichen Belastungsschritt die plastischen Dehnungen erst dann ermittelt werden können, wenn der neue Spannungszustand bekannt ist, wird zur Bestimmung des Eigenspannungszustands eine Iteration erforderlich. Die Eigenspannungen des i -ten Iterationsschritts $\{\sigma_o\}_i$ ergeben sich aus der Differenz

$$\{\sigma_o\}_i = \{\sigma^e\}_i - \{\sigma^{e,p}\}_i$$

worin die Spannungskomponenten des Vektors $\{\sigma^e\}_i$ die zur Steifigkeitsberechnung verwendeten Stoffgleichungen und die Komponenten des Vektors $\{\sigma^{e,p}\}_i$ die geltenden elastoplastischen Stoffgleichungen erfüllen.

Die Anwendung der sehr wirtschaftlichen Anfangslastmethode hat im Anfang oft zu erheblichen Schwierigkeiten geführt. In ihrer einfachsten Form, d.h. wenn nur eine Laststufe gewählt wird, ist die Iteration meist nicht stabil. Aber auch in der gemischten Form als inkrementelles Verfahren mit iterativer Verbesserung des Ergebnisses kann es, wie in [47] gezeigt wurde, zur vorzeitigen Divergenz kommen. Dies ist immer dann der Fall, wenn die 'elastischen' Dehnungen einer Laststufe, die mit den bei der Berechnung der Elementsteifigkeitsmatrizen eingeführten Stoffmoduln erhalten werden, wesentlich kleiner sind als die plastischen Dehnungen.

Bei den Berechnungen dieser Arbeit wurden diese Erfahrungen durch die Verwendung einer kombinierten inkrementell-iterativen Methode berücksichtigt. Die Elementsteifigkeit wurde am Ende eines jeden Lastschritts neu berechnet, so daß die Anfangslasten der folgenden Iteration klein blieben. In Bild 4.04 ist der Berechnungsablauf im einzelnen dargestellt.

Bei 20 bis 36 Laststufen bis zur Erreichung des Bruchs wurden je Laststufe 5 bis 8 Iterationen benötigt. Die laufende Anpassung der Steifigkeitsmatrix hat sich zur Vermeidung von Konvergenzschwierigkeiten als günstig erwiesen.

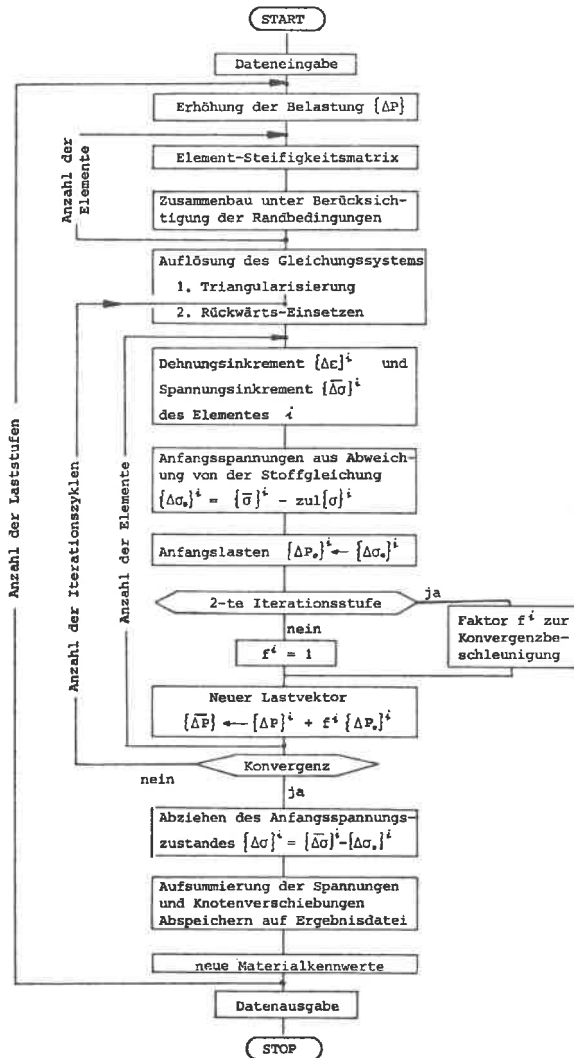


Bild 4.04: Berechnungsablauf mit Anfangslastiteration

Es liegt nun nahe, die Vorteile der Anfangslastmethode auch bei Problemen mit nichtsymmetrischen Stoffbeziehungen (vgl. Gl. 3.53) auszunutzen, indem man bei der Berechnung der Elementsteifigkeit symmetrische Stoffmatrizen verwendet und die Abweichung vom wirklichen Stoffverhalten durch Eigenspannungszustände auszugleichen sucht. Bei dem hier berechneten Problem versagte diese Methode wegen Divergenz. Die Ursache hierfür dürfte wohl gewesen sein, daß von Belastungsbeginn an im gesamten Bereich der Struktur relativ große Anfangslasten auftraten. Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher die Nichtsymmetrie der Stoffgleichungen bei der Berechnung der Elementsteifigkeiten berücksichtigt und der Algorithmus zur Gleichungsauflösung auf nichtsymmetrische Koeffizientenmatrizen erweitert.

4.5 Berechnungsannahmen

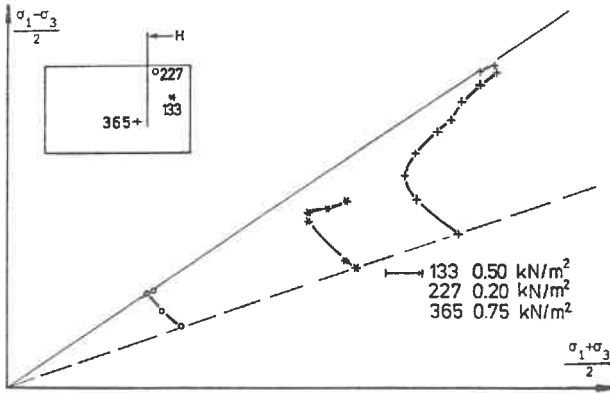
Das statische Modell der eingespannten Wand ist in Bild 4.01 dargestellt. Die Abmessungen des Systems entsprechen der Geometrie der Modellversuche (vgl. Bild 2.01). Die Reibungsverhältnisse des Modellkastens sind näherungsweise durch Gleitlager an den Seitenwänden (Plexiglas) und durch feste Lager am unteren Rand (besandeter Kastenboden) wiedergegeben.

Die Dichte des gewählten Elementnetzes wurde in Voruntersuchungen anhand einfacher elastischer Probleme der Halbraumtheorie getestet. Eine stärkere Differenzierung im Netzaufbau ist bei dem vorliegenden Problem wenig angebracht, da im gesamten Wandbereich große Beanspruchungen auftreten. Die Wanddicke $d = 5$ cm wurde derart gewählt, daß die sich bei einer Verdrehung gegenüber dem Sand ergebenden Relativbewegungen den durch die Konstruktion der Modellwand vorgegebenen entsprechen (vgl. S.10). Die Übereinstimmung in der Biegesteifigkeit wird über den Elastizitätsmodul erreicht.

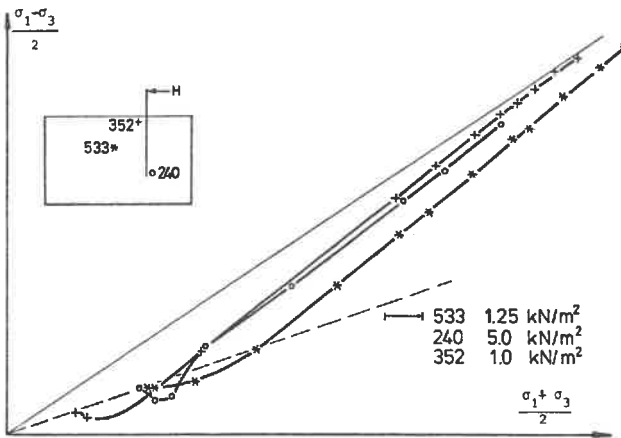
Die numerischen Berechnungen beschränken sich auf die Untersuchung des nichtlinearen Stoffverhaltens. Der Einfluß der geometrischen Nichtlinearität wird daher nicht berücksichtigt (Theorie 1. Ordnung), obwohl streng genommen bei Annäherung an den Bruch die plastischen Dehnungen nicht mehr als klein betrachtet werden können. Mit Hilfe der Methodik der geometrischen Steifigkeit [40] könnte auch dieser Einfluß berücksichtigt werden.

Die Bodenkennwerte des Sands sind in Tafel 4.02 zusammengestellt und gelten in Verbindung mit Gleichung (3.58), (3.71), (3.75), (3.84), (3.87) im Zustand $S < 1$ und Gleichung (3.27), (3.43), (3.67) im Zustand $S = 1$.

Hinsichtlich der Richtung ψ der Spannungswege (vgl. Gl. (3.76)) werden verein-



a Aktiv - Zone



b Passiv - Zone

Bild 4.05: Spannungswege im Sand, gezeigt am Beispiel von je drei Elementen im Aktiv- und Passivbereich

fachend nur die beiden Bereiche der anwachsenden (Passiv-Zone) und der abfallenden (Aktiv-Zone) mittleren Hauptspannungen unterschieden. In Bild 4.05 sind für verschiedene Bodenelemente die bei der numerischen Berechnung erhaltenen Spannungswege aufgetragen. Für die Passiv-Zone ergibt sich ein Richtungswinkel von 38° und für die Aktiv-Zone ein Winkel von 135° .

Die Spannungen des Eigengewichtszustands

$$\sigma_{zz} = z \cdot \gamma_d$$

$$\sigma_{xx} = K_0 \cdot \sigma_{zz}$$

$$\sigma_{xz} = 0$$

werden als Anfangswerte der Berechnung festgelegt, wobei γ_d die Trockenwichte und z den Abstand eines Elementschwerpunkts zur Sandoberfläche bedeuten.

Als Ruhedruckbeiwerte K_0 (Tafel 4.02, Sp. 2) werden die Versuchswerte (s.Kap.2) angesetzt.

In der Passiv-Zone werden die Spannungshauptachsen bei Belastung der Wand gegenüber dem Eigengewichtszustand bei nahezu konstanter Scherbeanspruchung ($S \approx \text{const}$) gedreht. Die verwendeten Stoffgleichungen (vgl. Kap. 3) und die in Tafel 4.02 zusammengestellten Stoffkennwerte können diesen Spannungsweg nur unzureichend beschreiben. Die hier wegen fehlender Versuchsdaten notwendige Vernachlässigung der Hauptachsendrehung führt qualitativ zu einer Unterschätzung der Verformungen.

Für einen in [49] dargestellten Sonderfall ergeben sich unter dem Einfluß der Hauptachsendrehung etwa 1,5-fache Verformungen. Es wird ein Versuch beschrieben, bei dem eine Probe zunächst in einem dreiaxialen Kompressionsversuch ($\sigma_2 = \sigma_3$) bis zum Grenzzustand $S = 1$ belastet und nach Entlastung mit um 90° gedrehten Hauptachsen in einem Extensionsversuch ($\sigma_1 = \sigma_3$) abgesichert wird. Bei dem Erdwiderstandsproblem dieser Arbeit erfolgt die Drehung der Hauptachsen jedoch nicht vom Grenzzustand sondern vom Ruhedruckzustand ($S < 1$) aus, so daß die Abweichung in den Verformungen deutlich geringer als im zitierten Scherversuch sein wird.

Die in den Modellversuchen vorgenommene Wandbelastung wird in der numerischen Berechnung durch ein Moment und eine Horizontalkraft in Höhe der Sandoberfläche dargestellt (Bild 4.01). Die ersten Belastungssinkremente werden relativ klein gewählt (beginnend mit 1/200 der Bruchlast), um auch verschiedene Zwischenzustände des aktiven Erddrucks zu erhalten. Danach werden die Belastungssinkremente stufenweise vergrößert (bis $\sim 1/15$ der Bruchlast) und zum Bruch hin wieder verkleinert.

5. Vergleich Rechnung - Versuch

5.1 Scherbeanspruchung im Boden

Für das Verformungsverhalten des Sandes ist der Grad der Scherbeanspruchung maßgebend, der entsprechend der Definition (3.11) durch die Scherzahl S gekennzeichnet wird. Im scherspannungsfreien Zustand gilt $S = 0$ und im Grenzzustand $S = 1$.

In Bild 5.01 sind für verschiedene Laststufen der Berechnung ① (s. Tafel 4.02) die Linien gleicher Scherzahlen aufgetragen. Aus der Veränderung gegenüber $S = 0,508$ im Ausgangszustand kann der Grad der Beanspruchung abgelesen werden. Neben der absoluten Belastung ist jeweils noch die Bruchsicherheit η angegeben. Die Bruchlast wurde hierzu näherungsweise bei einer Horizontalverschiebung des Wandkopfpunktes von 50 mm aus Bild 5.10 ermittelt.

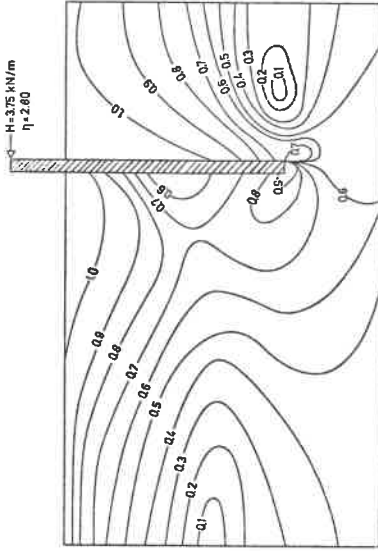
In der Aktivzone auf der Wandrückseite bildet sich bereits bei kleiner Belastung (Bild 5.01,a) eine voll plastifizierte Zone aus, die sich zunehmend zum Wanddrehpunkt hin ausweitet und schließlich den Bereich des zu erwartenden aktiven Erdkeils ausfüllt. Dieser Vorgang wird wesentlich davon beeinflusst, daß sich der Wanddrehpunkt mit der fortschreitenden Entfestigung des Bodens vor dem Wandkopf nach unten verlagert.

Auf der Passivseite beginnt die Plastifizierung in einer kleinen oberflächennahen Zone. Unmittelbar vor Erreichen des Bruchs (Bild 5.01,d) ist der Boden bis zur halben Einbindetiefe voll plastifiziert. Die Grenzkurve dieses Bereiches hat die Form einer Spannungscharakteristik, wobei der flache Kurvenverlauf an der Sandoberfläche auf numerische Ungenauigkeiten zurückgeführt werden kann.

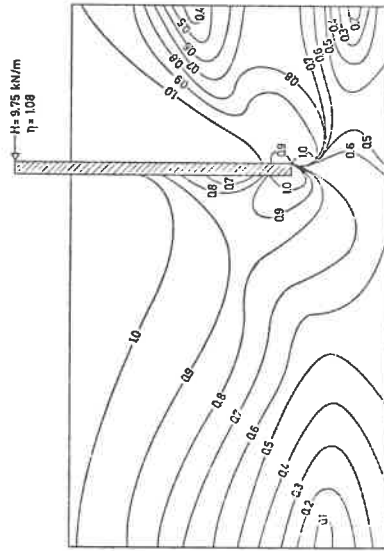
Am rückwärtigen Wandfuß tritt zunächst durch den Anstieg der Horizontalspannungen eine Teilentlastung auf. Bei weiterer Steigerung der äußeren Belastung wächst die Scherzahl auch hier an, wobei die Singularität am Wandfußpunkt im Verlauf der Kurven deutlich wird.

Bemerkenswert ist ferner, daß auf der Passivseite in Höhe des Wanddrehpunktes eine "elastische" Zone geringer Scherbeanspruchung erhalten bleibt (Bild 5.01,d).

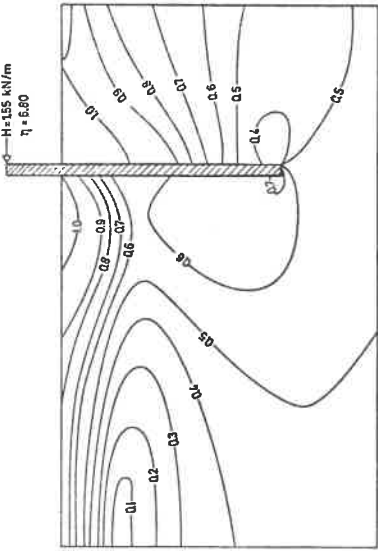
b



d



a



c

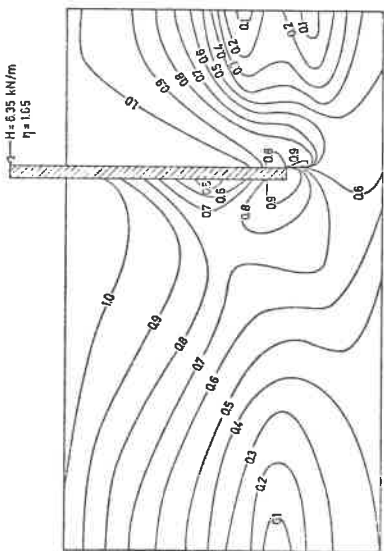


Bild 5.01: Linien gleicher Scherzahl s

5.2 Erddruckverteilung

Für die Aktivseite ist in Bild 5.02 der berechnete Erddruck in Abhängigkeit von der Wandverschiebung dargestellt. Die Erddruckverteilung ist für kleine Wandverdrehungen nichtlinear und liegt zwischen dem Ruhedruck (K_0 -Linie) und dem Coulombschen aktiven Erddruck (K_{ah} -Linie). In der linken Bildhälfte sind die zugehörigen Wandverschiebungen aufgetragen.

Während sich für die obere Wandhälfte nach etwa 1 mm Verschiebung des Wandkopfpunktes der aktive Erddruck eingestellt hat, bleibt der Erddruck im Bereich des Drehpunktes auch nach großer Wandverdrehung noch deutlich oberhalb dieses Grenzwertes. Nach den Versuchen von Terzaghi [50] ist bei starren Wänden zur vollen Entspannung des Bodens auf den aktiven Erddruck eine Wandverdrehung von 0.0025 (rad.) erforderlich. Fast das gleiche Ergebnis ($\alpha = 0.0023$) wird hier erhalten, wenn man z. B. für Kurve (2) die Biegelinie der oberen Wandhälfte durch eine Gerade ersetzt und hierfür den Wanddrehwinkel berechnet. Bei den Modellversuchen konnten die in Bild 5.02 dargestellten Zustände nicht gemessen werden, da diese von den Anfangsstörungen überlagert wurden, die mit dem Ansetzen des Pressenvorschubs verbunden waren (vgl. Kap. 2).

In Bild 5.03 ist der resultierende Erddruck dargestellt, der sich ergibt, wenn man die Differenz der Erddruckordinaten beider Wandseiten bildet. Als Scharparameter ist wiederum die auf die Einbindetiefe t bezogene Kopfpunktverschiebung v_0 gewählt.

Die Erddruckverteilung ist oberhalb des Drehpunktes annähernd parabolisch. Bei kleinen Verschiebungen (Kurven (1) und (2)) konzentriert sich der Erddruck im oberen Wanddrittel und fällt zum Drehpunkt hin deutlich ab. Nach fortschreitender Plastifizierung der oberflächennahen Bereiche (vgl. Bild 5.01) ist eine weitere Laststeigerung nur noch durch die Mobilisierung des Erdwiderstandes in tiefer gelegenen Zonen möglich. Die Erddruckfläche füllt sich hierbei nach unten hin auf, wobei der Wanddrehpunkt bis etwa auf die Kote $z/t = 0.84$ absinkt.

Die Größe der berechneten Erddrücke stimmt sehr gut mit den Versuchsergebnissen (s. Bild 2.10) überein. Bei größeren Belastungen (Bild 5.03, Kurven (4) und (5)) liegt jedoch das Maximum der berechneten Erddruckkurven ebenso wie der Wanddrehpunkt tiefer als bei den Versuchen.

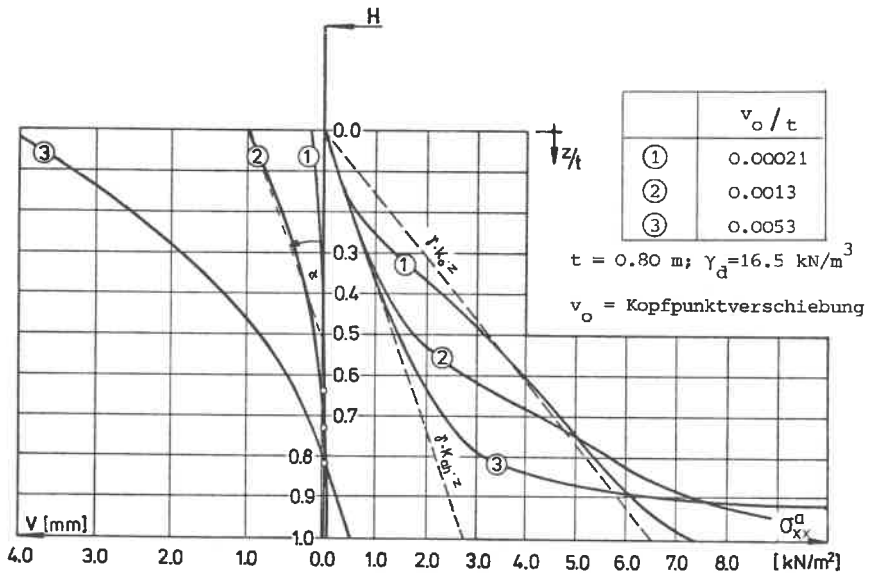


Bild 5.02: Weckung des aktiven Erddrucks

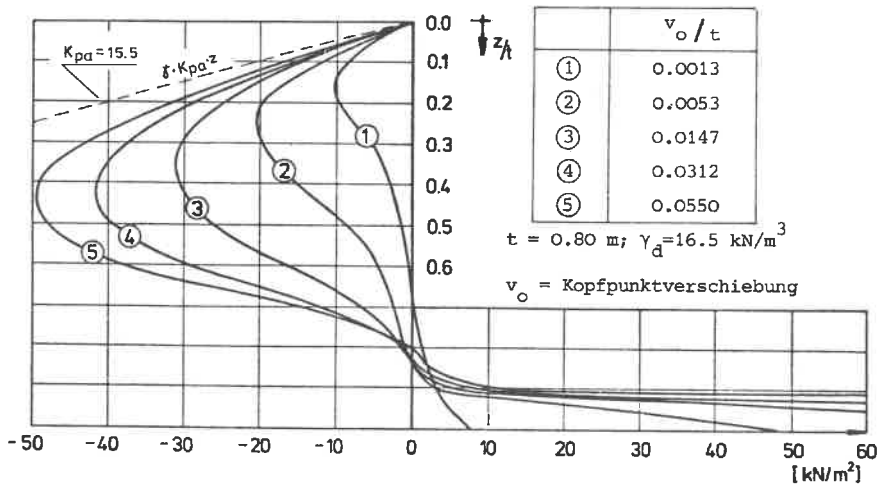


Bild 5.03: Resultierender Erddruck

Ursache für diese Abweichung dürften die bei den Versuchen beobachteten Störungen am Wandfuß sein, die sich in dem plötzlichen Abfall der Erddruckspannungen andeuten (Bild 2.10). Die berechneten Erddruckkurven (Bild 5.03) steigen dagegen am Wandfuß steil an, was dem physikalischen Sachverhalt besser entspricht. Denn am Wandfuß ist der Sand im Unterschied zu oberflächennahen Bereichen in der Lage, sehr große Spannungen aufzunehmen, da er dort allseitig gestützt ist und infolge innerer Verspannung eine sehr große Scherfestigkeit erreicht.

In der bodenmechanischen Praxis ist es üblich, für den Erdwiderstand entsprechend der Erddrucktheorie eine mit der Tiefe lineare Zunahme anzusetzen. Diese Verteilung des Erdwiderstands wurde weder in den Versuchen noch in der Berechnung erhalten, obwohl die Wandverformungen weit über das für praktische Anwendungen zulässige Maß hinausgingen. Zu dem gleichen Ergebnis kamen James und Bransby [51] bei Modellversuchen mit einer starren Wand.

5.3 Verschiebungen im Sand

Die Bilder 5.04 und 5.05 stellen einige typische Beispiele der in der Berechnung erhaltenen Verschiebungsfelder dar. Bild 5.04 gibt den Verschiebungszustand zu Beginn der Belastung und Bild 5.05 den Zustand unmittelbar vor dem Bruch wieder. Um die Bewegungsrichtungen im einzelnen sichtbar zu machen, sind die Verschiebungsvektoren einmal in starker Vergrößerung als Gesamtansicht und ferner in einem Ausschnitt des Bereichs oberhalb des Drehpunkts dargestellt. Vektoren, die in der Vergrößerung nicht maßstäblich gezeichnet werden konnten, sind auf eine einheitliche Länge gekürzt und mit einer Pfeilspitze versehen worden.

Bei einer kleinen Wandverdrehung (Bild 5.04) ist das Verschiebungsfeld noch relativ homogen, d. h. es gibt keine Zonen mit hohen Verschiebungsgradienten (Verzerrungen). Bis auf kleine Zonen unmittelbar am Wandkopf befindet sich der Sand noch im elastischen Zustand. Vor der Wand sind die Verschiebungen horizontal und hinter der Wand schräg nach unten gerichtet. Im Bereich der unteren Wandhälfte ist gut zu erkennen, wie sich die Rotationsbewegung der Wand auf den angrenzenden Boden übertragen hat.

Das Verschiebungsbild unmittelbar vor Erreichen des Bruchs ist hiervon deutlich verschieden (Bild 5.05): es haben sich Bruchzonen mit sehr großen Ver-

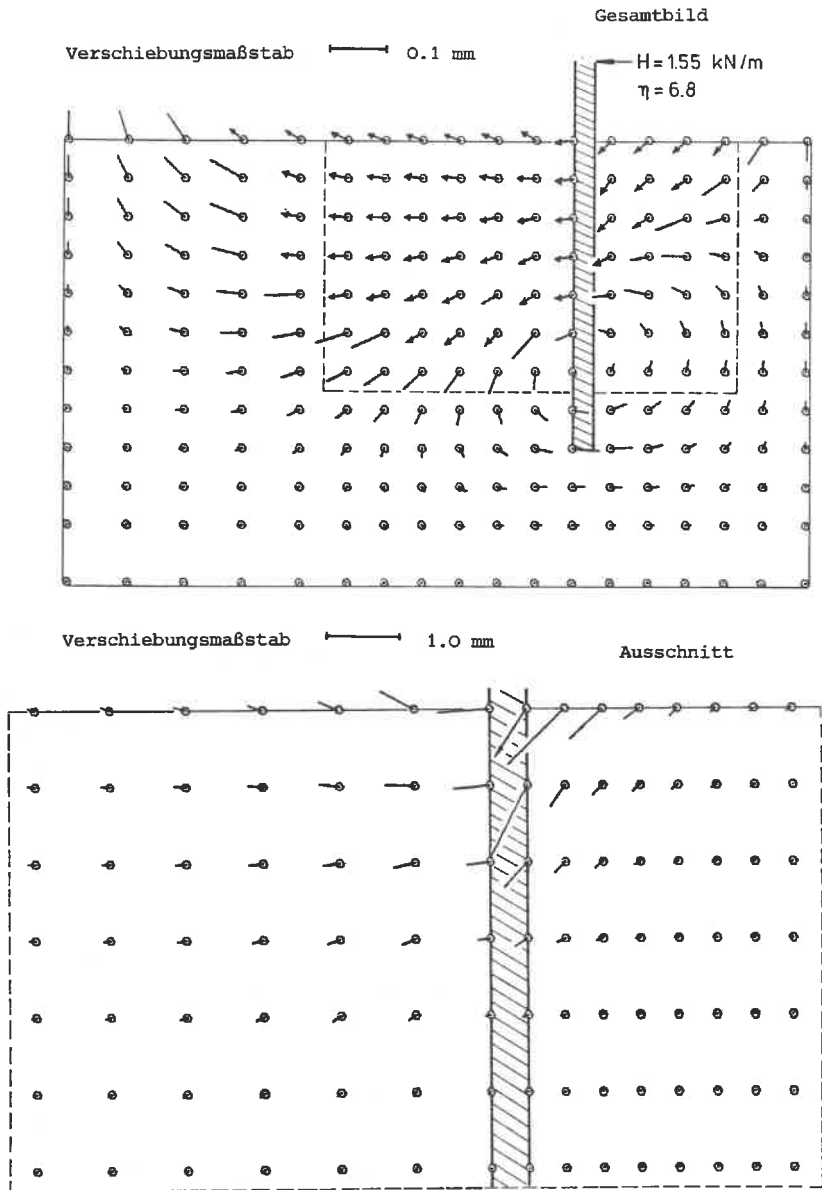


Bild 5.04: Verschiebungen im Sand

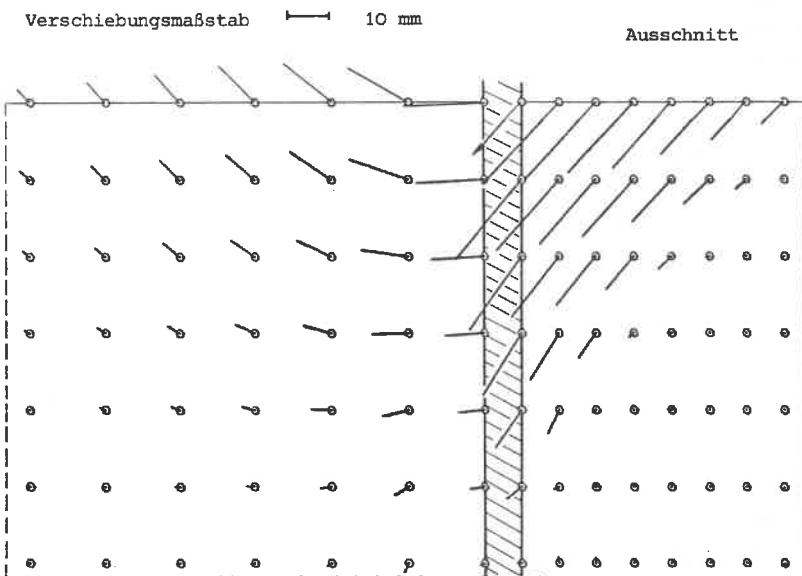
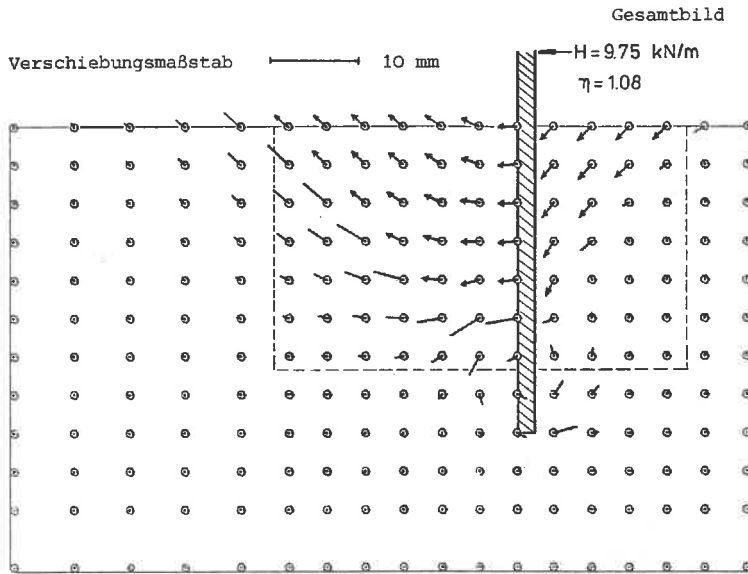


Bild 5.05: Verschiebungen im Sand

schiebungen gebildet, die sich scharf von der fast in Ruhe befindlichen Umgebung abheben. Auf der Passivseite sind die Verschiebungsvektoren jetzt nach oben gerichtet, worin sich die Bodenverdrängung andeutet. Der Winkel zur Horizontalen beträgt an der Sandoberfläche, abgesehen von wandnahen Punkten, etwa 42° .

Im Bereich des aktiven Erdkeils sind die Verschiebungen annähernd parallel unter 45° nach unten gerichtet. Die Begrenzung dieser Bruchzone bildet zur Horizontalen einen Winkel θ zwischen 60° und 47° , wobei sich die kleineren Winkel an der Sandoberfläche einstellen. Die Neigung der Bruchfuge ist von besonderem Interesse, da in der Bodenmechanik die Frage, ob die Spannungscharakteristiken ($\theta_\sigma = 45 + \phi/2$) oder die Verschiebungscharakteristiken ($\theta_\epsilon = 45 + \nu/2$) die Bruchfuge bilden, noch nicht endgültig geklärt ist. Während vor allem die in Cambridge durchgeführten Modellversuche (s. z.B. [51]) die zweite These stützen, weist z.B. Vesic [52] bei seinen Untersuchungen eine Übereinstimmung der Bruchfugen mit den Spannungscharakteristiken nach. Mit den hier angesetzten Stoffkennwerten ($\phi = 41^\circ$, $\nu = 0^\circ$) lauten die theoretischen Bruchflächenwinkel $\theta_\sigma = 65,5^\circ$ und $\theta_\epsilon = 45^\circ$. Die festgestellten Winkel liegen zwischen diesen beiden Grenzen und zeigen, daß es offenbar unzulässig ist, von der Vorstellung eines konstanten Bruchflächenwinkels auszugehen.

Eine eindeutige Aussage zugunsten einer der beiden Theorien ist mit den vorliegenden Berechnungsergebnissen vor allem deswegen nicht möglich, weil der Einfluß der geometrischen Nichtlinearität bei dieser Frage nicht vernachlässigt werden darf. Trotz der hier vorgenommenen Berechnungsvereinfachung ist zu erkennen, daß eine weitere Behandlung dieses Problems mit Hilfe der FE-Methode durchaus erfolversprechend ist. Hierbei ist jedoch zu beachten, daß man wegen der stetig angesetzten Verschiebungsfelder die im Bruch auftretenden Diskontinuitäten nur über eine ausreichende Netzverfeinerung annähern kann.

Der Einfluß der Dilatanz auf die Richtung der Verschiebungen war bei dem hier angesetzten Dilatanzwinkel von $9,2^\circ$ relativ gering. In der Tendenz waren die Verschiebungen auf der Aktivseite um 2 bis 5° flacher und auf der Passivseite um den gleichen Betrag steiler als bei Vernachlässigung der Dilatanz geneigt.

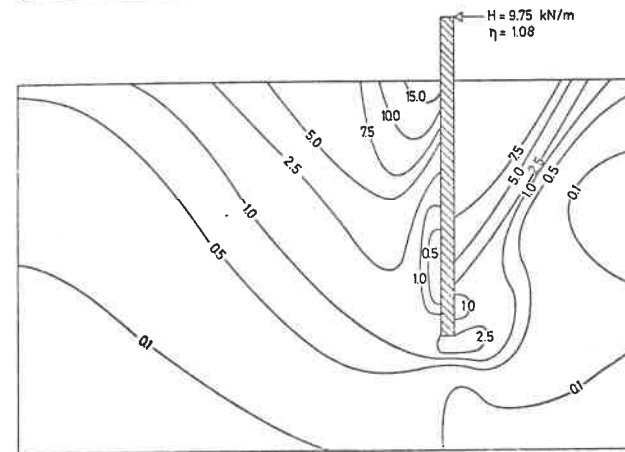
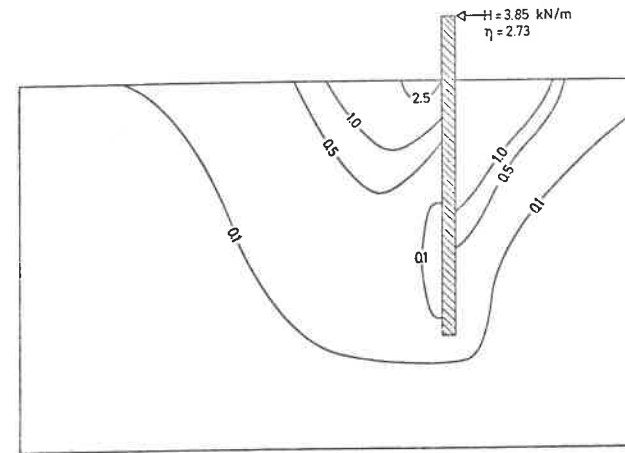


Bild 5.06:
Linien gleicher
Scherdehnung γ_{xz} %

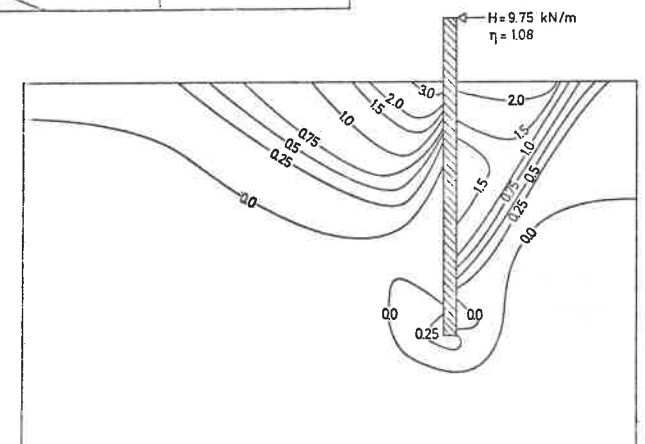


Bild 5.07:
Linien gleicher
Volumenänderung ϵ_v %
(Auflockerung)

5.4 Verzerrungen

5.4.1 Scherdehnungen

Aus dem Verschiebungsfeld können durch Differentiation die Verzerrungen ermittelt werden. In Bild 5.06 sind für zwei verschiedene Belastungen die Linien gleicher (Gesamt-) Scherdehnung γ_{xz} aufgetragen. Gegenüber den in Bild 5.01 dargestellten Linien gleicher Scherzahl nehmen die Kurven hier auf der Passivseite einen wesentlich steileren Verlauf und treten in Wandnähe fast lotrecht an der Sandoberfläche aus.

Die Bruchfuge des aktiven Erdkeils zeichnet sich durch eine Zone großer Änderung der Scherdehnungen aus. Am Wandfuß bleiben die Scherdehnungen relativ klein.

5.4.2 Volumenänderungen und Oberflächenverformungen

In Bild 5.07 sind durch Linien gleicher Volumenänderungen die Auflockerungsbereiche des Sandes unmittelbar vor Erreichen des Bruchs kenntlich gemacht. Dargestellt sind die Ergebnisse der Berechnung ① (s. Tafel 4.02), bei der die Dilatanz des Bodens mit $v_f = 9,6^\circ$ berücksichtigt worden war. Da die plastischen Volumenänderungen gemäß (3.47b) den Scherverformungen und wegen (3.87) der Scherzahl S proportional sind, treten überall dort nennenswerte Auflockerungen auf, wo eine hohe Scherzahl (S nahe 1) mit großen Scherverformungen zusammentrifft.

Maßgebliche Verdichtungen des Sandes entstehen daher nicht, da in Bereichen mit negativen Dilatanzwinkeln ($S < 0.8$; vgl. Bild 3.16) die Scherverformungen klein bleiben. Die berechneten Verdichtungen sind kleiner als 0,1 % und daher in Bild 5.07 nicht dargestellt.

Berücksichtigt man die Dilatanz nicht (s. Tafel 4.02, Rechnung ②), bleiben die Volumenänderungen im gesamten Bereich unter 0,1 %, wodurch deutlich wird, daß bei dichten und mitteldichten Sanden die Dilatanz den entscheidenden Anteil der Volumenänderung ausmacht und daß der Einfluß der hydrostatischen Spannungsänderung im Vergleich hierzu fast vernachlässigt werden kann. Dies gilt nicht bei sehr kleinen Scherverformungen und bei lockeren Sanden ($v_f = 0$).

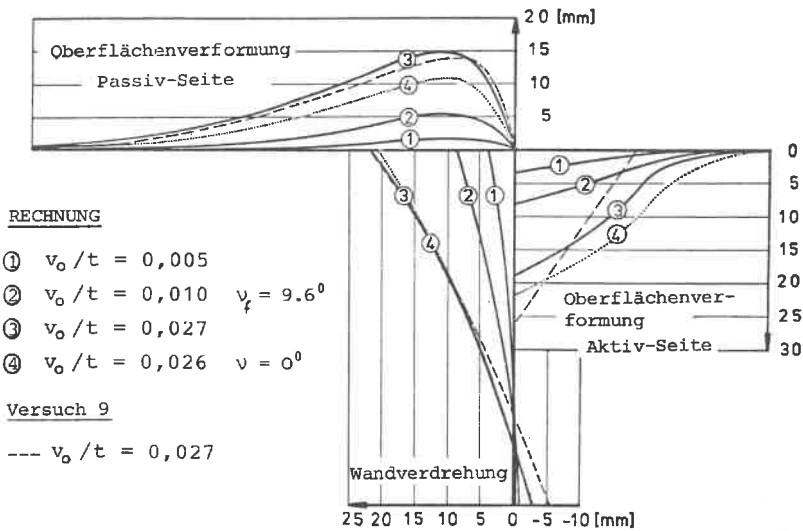
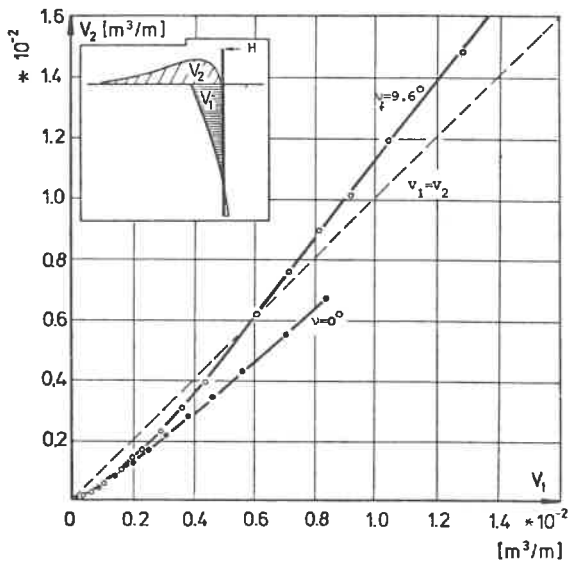


Bild 5.08: Oberflächenverformungen



Die infolge Dilatanz entstandenen Sandauflockerungen wirken sich unmittelbar auf die Oberflächenverformungen aus, die in Bild 5.08 zusammen mit der zugehörigen Wandverdrehung aufgetragen sind. Zum Vergleich sind außer der Berechnung mit $v_f = 9,6^0$ auch jeweils ein Zustand der Berechnung $v=0^0$ (④, punktiert) und des Modellversuchs 9 (gestrichelt) dargestellt, wobei Zustände mit gleichen Wandkopfverschiebungen ausgewählt wurden, da für die Oberflächenverformung vor allem das von der Wand verdrängte Bodenvolumen und nicht so sehr die äußere Belastung maßgebend ist.

Aus Bild 5.08 kann unmittelbar entnommen werden, daß die Verformungsmaxima - Hebung auf der Passivseite, Setzung auf der Aktivseite - annähernd der horizontalen Kopfpunktverschiebung gleich sind. Entsprechend der unterschiedlichen Ausbildung der Bruchbereiche im Sand erstreckt sich die Aufwölbung auf der Passivseite weiter als die Einsenkung auf der Aktivseite.

Die Auswirkungen der Dilatanz zeigen sich beim Vergleich der Kurven ③ und ④. Bei der Berechnung mit $v = 0^0$ (Kurve ④) wird die Aufwölbung der Oberfläche allein durch die Bodenverdrängung hervorgerufen, während die darüber hinaus erfolgte Aufwölbung nach Kurve ③ ($v_f = 9,6^0$) durch Auflockerungen im Sand verursacht wird. In der Gegenüberstellung des von der Wand verdrängten Bodenvolumens V_1 und des Volumens der Aufwölbung V_2 (Bild 5.09) wird dieser Zusammenhang noch deutlicher. Ist keine Dilatanz vorhanden, dann ist $V_2 \approx 0,8 \cdot V_1$. Der restliche Anteil des Volumens V_1 wird nach unten verdrängt (vgl. Bild 5.04). Infolge der Sandauflockerung ($v_f = 9,6^0$) kann V_2 sogar größer als V_1 werden.

Während sich auf der Passivseite die Bodenaufwölbung bei Dilatanz vergrößert, wird die Einsenkung auf der Aktivseite verkleinert, da dort Bodennachfall und Auflockerung gegensinnig wirken.

5.5 Globales Tragverhalten der Einspannung

In Bild 5.10 sind die Last-Verschiebungs-Kurven der Modellversuche und der numerischen Berechnung einander gegenüber gestellt. Auf der Abzisse ist die Verschiebung des Wand-Kopfpunktes und auf der Ordinate die normierte Horizontalbelastung

$$\bar{H} = \frac{H}{\gamma_d \cdot b \cdot t^2} \quad (5.01)$$

aufgetragen.

Die dargestellten Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen Rech-

nung und Versuch und lassen außerdem erkennen, daß die Tragfähigkeit der Einspannung empfindlich von der Lagerungsdichte des Sandes abhängt. Eine Erhöhung der Trockenwichte von 16,0 auf 16,5 kN/m³ bewirkt bereits eine Steigerung der Traglast um etwa 50%. Dieses Ergebnis entspricht ganz dem steilen Anstieg der Erdwiderstandsbeiwerte, wie er nach der Erddrucktheorie bei hohen Scher- und Wandreibungswinkeln erhalten wird.

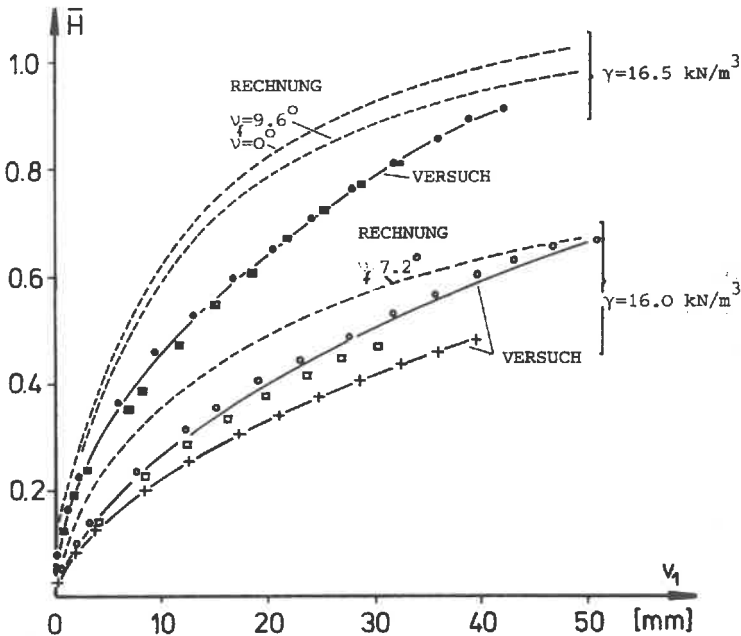


Bild 5.10: Wandbelastung als Funktion der Wandverschiebung

In Bild 5.10 ist ferner am Beispiel des verdichteten Sandes der Einfluß der Dilatanz auf das Berechnungsergebnis dargestellt. Zusammen mit Bild 5.07, in dem für die maßgebende Bruchfuge eine Auflockerung von 0,5 bis 1% abzulesen ist,

läßt sich erkennen, daß die Verringerung der Traglast dem durch die Auflockerung hervorgerufenen Abfall des Scherwinkels (vgl. Abschnitt 3.52) entspricht. Jedoch ist der Einfluß der Dilatanz auf das Tragverhalten der Einspannung weit weniger ausgeprägt, als es aufgrund der Ergebnisse der Scherversuche (vgl. Bild 3.17) erwartet werden könnte.

Das Verhalten des Sandes wird in diesem Zusammenhang vor allem davon bestimmt, wie weit die Volumenänderungen durch vorgegebene Randbedingungen verhindert werden. Wegen der geringen Kompressibilität des Sandkorngerüsts bewirkt eine Unterdrückung der durch Schervorgänge ausgelösten Auflockerungen hohe Zwängungsspannungen, wie dies bei den verschiebungsgesteuerten Scherversuchen beobachtet wurde. Bei der eingespannten Wand kann sich der Boden in der passiven Bruchzone durch Ausweichen zur freien Oberfläche relativ ungehindert auflockern. Am Wandfuß ist der Boden zwar allseitig gestützt, jedoch treten hier wegen geringer Scherverformungen auch nur kleine Auflockerungen auf (vgl. Bild 5.06 und 5.07).

Im mittleren Lastbereich liegen die berechneten Last-Verschiebungs-Kurven (Bild 5.10) oberhalb der Versuchskurven, d.h. die Steifigkeit der Einspannung ist größer als im Versuch. Diese Abweichung kann mehrere Ursachen haben:

- a) Ungenauigkeit bei den im Laborversuch ermittelten Stoffkennwerten;
- b) Idealisierung des Stoffgesetzes (z.B. hinsichtlich der Hauptachsen-drehung);
- c) Nichtberücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität;
- d) Diskretisierungsfehler;
- e) besondere, in der Berechnung nicht berücksichtigte Versuchsbedingungen.

Da sich eventuell mehrere Einflüsse gleichzeitig ausgewirkt haben, ist im einzelnen schwer festzustellen, welche der aufgeführten Punkte hier maßgebend sind. Als unwahrscheinlich können c) und d) angesehen werden, da sich beide Einflüsse eher mit Annäherung an den Bruch als im Gebrauchsspannungszustand ausgewirkt haben müßten. Der mögliche Diskretisierungsfehler wurde ferner in Vergleichen mit Beispielen der Halbraumtheorie überprüft, wobei sowohl dem Einfluß der Netzeinteilung als auch der Lastabstufung nachgegangen wurde.

Durch eine Verringerung des in der Berechnung angesetzten Gleitmoduls - um etwa die größeren Verformungen eines Bodens bei Drehung der Hauptachsen zu

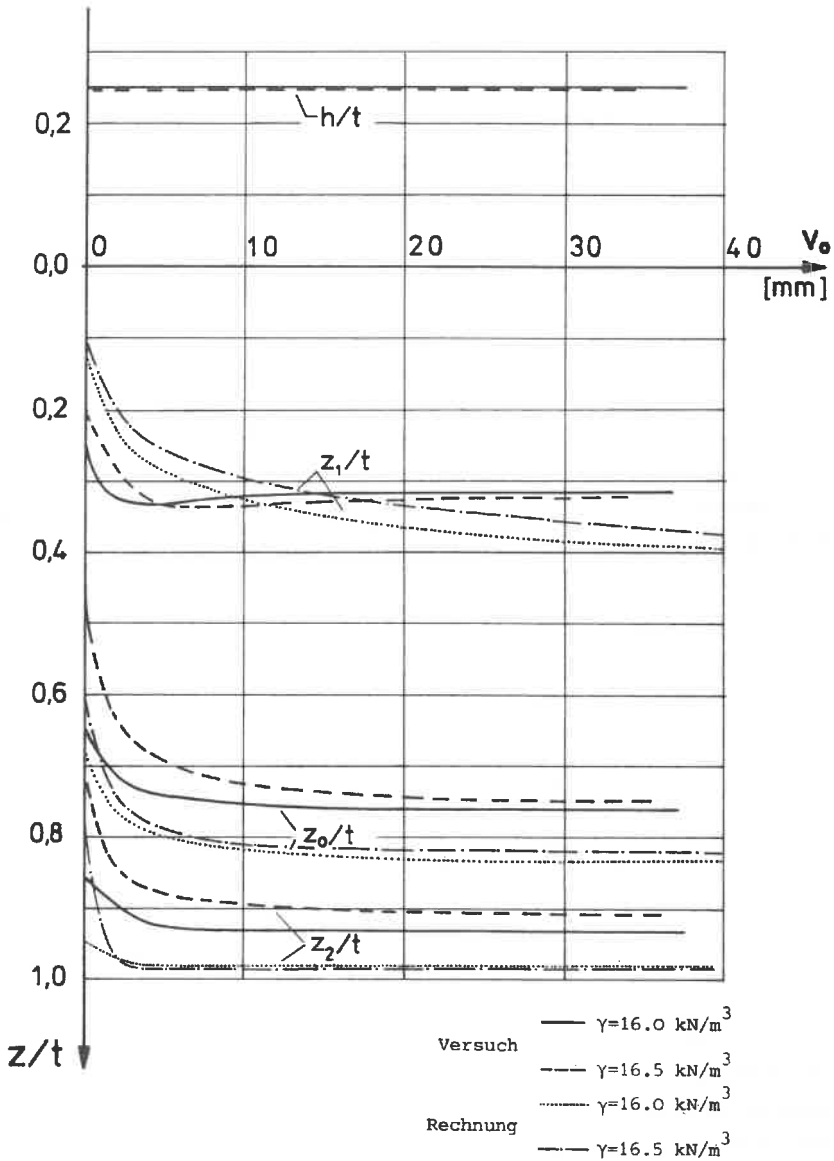


Bild 5.11: Lage der Kraftangriffspunkte und des Wanddrehpunktes

erfassen (vgl. Abschnitt 4.5) - wäre es möglich gewesen, eine Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung hinsichtlich des in Bild 5.10 dargestellten Tragverhaltens zu erzielen, jedoch könnten die unterschiedlichen Spannungsverläufe am Wandfuß (vgl. Bild 2.10 mit Bild 5.03) damit nicht beseitigt werden. Es muß daher angenommen werden, daß in erster Linie die bereits in Abschnitt 2.4 festgestellte unvollkommene Sandverdichtung am Wandfuß für die größere Nachgiebigkeit der Modellwand verantwortlich ist. Das würde auch die hervorragende Übereinstimmung bei großen Wandverdrehungen erklären, da mit Annäherung an den Bruch nicht mehr die Verformungseigenschaft sondern die Scherfestigkeit des Bodens für das Tragverhalten bestimmend ist.

Der Einfluß des Wandfußbereichs wird auch in Bild 5.11 sichtbar, wo die Lage der Kraftangriffspunkte für E_1 und E_2 sowie die Lage des Wanddrehpunkts in Abhängigkeit von der Kopfpunktverschiebung aufgetragen sind. Anders als bei den Modellversuchen greift die resultierende Erddruckkraft E_2 nach den Ergebnissen der numerischen Berechnung sehr dicht ($z_2/t = 0,98$) am Wandfußpunkt an, worin deutlich wird, daß dort hohe Reaktionskräfte geweckt werden. Als Folge hiervon rückt auch der Wanddrehpunkt weiter nach unten.

Zu Beginn der Wandverdrehungen sind die größten Veränderungen in der Lage der Erddruckresultierenden festzustellen. Hieran wird sichtbar, daß zunächst der Bodenwiderstand mehr im oberen Wandbereich geweckt wird, daß jedoch mit fortschreitender Entfestigung dieses Bereichs der Widerstand in tiefer gelegenen Zonen mobilisiert wird (s. auch Bild 5.01). Im Vergleich zu einer starren Wand wird dieser Vorgang noch durch die Wandelastizität verstärkt, durch die sich der untere Wandteil zunächst der Lastaufnahme entziehen kann.

6. Näherungsansätze für die Bodenreaktion

Wie die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen gezeigt haben, ist die FE-Methode in der Lage, ein umfassendes Bild vom Tragverhalten des eingespannten Bauteils zu geben. Dieses Berechnungsverfahren ist daher eine wertvolle Ergänzung gegenüber Modell- bzw. Großversuchen, die in der Regel nur punktuelle Information liefern und meist mit beträchtlichem Kostenaufwand verbunden sind.

In der Baupraxis wird jedoch die Berechnung nach der FE-Methode in den meisten Fällen nicht möglich sein, so daß Überlegungen erforderlich sind, wie die hier

erhaltenen Ergebnisse für die in der Praxis geläufigen Berechnungsverfahren nutzbar gemacht werden können.

Die Überlegungen sollen vor allem auf die Kernfrage vieler bodenmechanischer Probleme gerichtet sein, welcher funktionale Zusammenhang zwischen Wandbewegung und geweckter Bodenspannung angesetzt werden kann.

Ferner soll untersucht werden, wie aus den bodenmechanischen Laborkennwerten ein zutreffender Bettungsmodulansatz für die Einspannung im Sand abgeleitet werden kann.

6.1 Bettungsmodul bei kleinen Bodenverformungen

Die Schwierigkeiten, im einzelnen Anwendungsfall den Bettungsmodul nach Größe und Verlauf festzulegen, entstehen vor allem dadurch, daß sowohl die Geometrie des Problems als auch das lastabhängige Verformungsverhalten des Bodens berücksichtigt werden müssen.

So lange die Bodenverformungen klein sind und näherungsweise elastisches Stoffverhalten vorausgesetzt werden kann, läßt sich der Einfluß der Geometrie durch Vergleichsberechnungen nach der Halbraumtheorie abschätzen. Der Bettungsmodul wird hierbei aus der Bedingung ermittelt, daß die mittlere Verformung unter einer gegebenen Lastfläche beim Halbraum- und beim Federmodell identisch wird. Für eine starre Kreisplatte mit dem Radius r und der Belastung p erhält man zum Beispiel nach der Halbraumtheorie die Setzung s

$$s = \frac{\pi \cdot p \cdot r}{2 \cdot E} \cdot (1 - \mu^2) \quad (6.01)$$

und aufgrund der Definitionsgleichung des Bettungsmoduls

$$s = \frac{p}{k_s} \quad (6.02).$$

Bei Gleichheit der Setzungen ergibt sich für den Bettungsmodul

$$k_s = \frac{2}{\pi} \frac{E}{(1 - \mu^2) \cdot r} = 1,27 \cdot \frac{E}{\sqrt{F}} \quad (6.03),$$

wenn für μ der bei Sand näherungsweise zutreffende Wert $1/3$ eingesetzt wird. Beim horizontal belasteten Pfahl wird gewöhnlich die von Smoltczyk [8] unter der Annahme einer quadratischen Lastfläche abgeleitete Beziehung

$$k_s \cdot B = 1,4 \cdot E_s \quad (6.04)$$

verwendet, worin B die Pfahlbreite und E_s den im Oedometerversuch bei behinder-

ter Seitendehnung ermittelte Steifemodul des Bodens bedeuten.

Die Vergleichsberechnungen nach der Halbraumtheorie führen also zu Ausdrücken der Form

$$k_s = \kappa \cdot \frac{E}{B} \quad (6.05),$$

wonach der Bettungsmodul direkt proportional zum Elastizitätsmodul E (bzw. Steifemodul E_s) und umgekehrt proportional zur Breite B der Lastfläche ist. Der Beiwert κ erfaßt die Lastflächenform und die Art der Spannungsausbreitung im Boden. Für streifenförmige Lastflächen empfiehlt Terzaghi [9] einen 1,5-fach kleineren Wert als bei quadratischen Lastflächen.

Für die im Boden eingespannte Wand könnten analog Bettungsmoduln mit Hilfe der von Mindlin [53] aufgestellten Gleichungen ermittelt werden, die die Verformungen infolge einer horizontal im Halbraum angreifenden Last angeben. Unter Verwendung dieser Gleichungen wurden in [54] Verformungseinflußwerte für die durch eine horizontale Randlast bzw. durch ein Randmoment belastete starre Ankerplatte abgeleitet. Im ebenen Formänderungszustand werden diese Lösungen jedoch unbrauchbar, da in diesem Fall die Verformungen unter einem Laststreifen nach der Halbraumtheorie unendlich groß werden.

Die Wandverdrehung infolge eines Randmoments bleibt zwar endlich, jedoch sind auch hier die Ergebnisse fragwürdig, da davon ausgegangen wird, daß der Boden ohne Einschränkungen Zugspannungen aufnehmen kann, die in Nähe der Bodenoberfläche nur zu einem geringen Teil durch Eigengewichtsspannungen überdrückt werden. Die Gleichungen der Halbraumtheorie können nicht unmittelbar auf das ebene Verschiebungsproblem angewandt werden.

Es kann jedoch in erster Näherung davon ausgegangen werden, daß die Gleichung (6.05) auch hier den Zusammenhang formal richtig beschreibt. Zur Bestimmung des Beiwerts κ können die Berechnungsergebnisse nach der FE-Methode verwendet werden, wenn man sich auf den Anfangslastbereich beschränkt.

Hierzu wird zunächst für den Bereich am Wandkopf und am Wandfuß jeweils der mittlere Bettungsmodul und die zugehörige Lastflächenbreite B bestimmt, woraus mit (6.05) der Beiwert

$$\kappa = \frac{k_s \cdot B}{E} \quad (6.06)$$

folgt.

Der mittlere Bettungsmodul wird wie in Abschnitt 2.4.3 über die resultierenden Erddruckkräfte E_1 , E_2 und unter Annahme einer linearen Verschiebungsverteilung (starre Ersatzwand) berechnet (vgl. Gl.(2.04)):

$$k_s = \frac{2 \cdot E_1}{b \cdot \Delta z \cdot v_0} \quad (6.07).$$

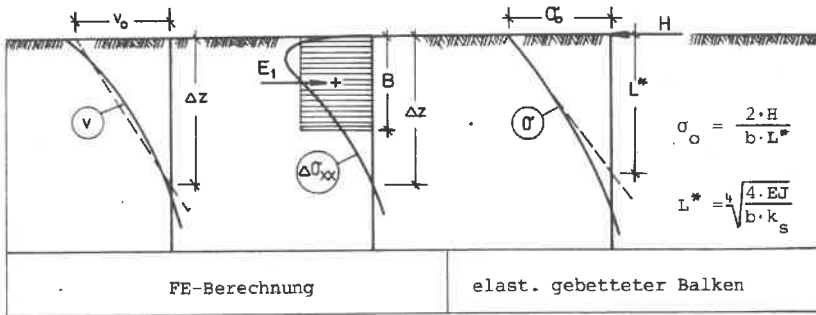


Bild 6.01: Bestimmung eines mittleren Bettungsmoduls für kleine Wandverschiebungen

Für kleine Verschiebungen wurde in der FE-Berechnung sowohl am Wandkopf als auch am Wandfuß eine annähernd dreieckförmige, zur Verschiebungskurve affine Erddruckverteilung erhalten, die jeweils unter Beibehaltung des Kraftschwerpunktes in ein flächengleiches Rechteck mit der Breite

$$B = 2/3 \Delta z \quad (6.08)$$

umgewandelt wurde. Für den halbumendlichen elastisch gebetteten Balken ergibt sich bei Belastung durch eine Randlast annähernd ein dreieckförmiger Sohldruck auf der Länge L^* (Bild 6.01), so daß für biegsame Wände die Lastflächenbreite auch mit

$$B = 2/3 L^* \quad (6.09)$$

angesetzt werden kann.

Nach Einsetzen der Beziehungen (6.07) und (6.08) erhält man aus (6.06)

$$k_{1,2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{E_{1,2}}{b \cdot v_{1,2} \cdot E} \quad (6.10)$$

mit

$E_{1,2}$ resultierende Erddruckkräfte

$v_{1,2}$ Verschiebung am Wandkopf bzw. Wandfuß

E mittlerer Elastizitätsmodul im untersuchten Bereich.

Die Auswertung der FE-Berechnungen nach Gleichung (6.10) ergab für den Wandkopfbereich Beiwerte zwischen 0,80 und 1,0 und am Wandfuß zwischen 1,9 und 2,2. Die hier angenommene Proportionalität zwischen Erddruck und Wandverschiebung

(d.h. konstanter Bettungsmodul) war ungefähr bis $1/20$ der Bruchlast erfüllt. Danach wurde die Erddruckverteilung im oberen Wandbereich zunehmend parabolisch, während sich am Wandfuß eine Spannungsspitze ausbildete. Anhand der ermittelten Beiwerte ist zu erkennen, daß der Boden an der Oberfläche größere Nachgiebigkeit zeigt als am Wandfuß. In Verbindung mit Gleichung (6.05) erlauben die Beiwerte innerhalb des Proportionalitätsbereichs eine Abschätzung des Bettungsmoduls. Die erhaltenen Werte stellen Maximalwerte dar, da vor allem in der oberen Passivzone bei weiterer Belastung ein rascher Abfall der Festigkeit eintritt.

6.2 Erddruckverteilung im Bruchzustand

Bevor in Abschnitt 6.3 der Verlauf und die Größe des Bettungsmoduls in Abhängigkeit von der Wandverdrehung dargestellt wird, soll zunächst die mögliche Erddruckverteilung des Bruchzustands unter Berücksichtigung des Wandreibungswinkels untersucht werden.

Für Bodenbereiche, die sich im Grenzzustand befinden, lassen sich mit Hilfe der verallgemeinerten Bruchtheorie der Bodenmechanik [55], [56] statisch bestimmte Spannungsfelder angeben, die die Gleichgewichtsbedingungen im ganzen Bereich erfüllen. Man geht hierbei von folgenden Idealisierungen aus:

- a. Der Boden verhält sich wie ein starr-plastisches Medium.
- b. Im gesamten betrachteten Bereich erfüllen die Spannungen die Mohr-Coulombsche Bruchbedingung (Flächenbruch).

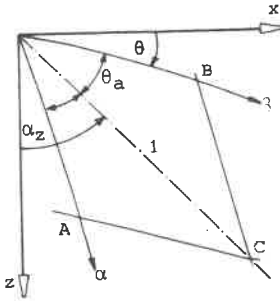
Unter diesen Voraussetzungen stehen zur Bestimmung der drei unbekannten Spannungskomponenten σ_{xx} , σ_{zz} , σ_{xz} des ebenen Formänderungszustands mit den beiden Gleichgewichtsbedingungen

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} &= X \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} &= Z\end{aligned}\tag{6.11}$$

und der Bruchbedingung (3.29) drei Bestimmungsgleichungen zur Verfügung, wobei X, Z die Komponenten der auf die Raumeinheit wirkenden Massenkkräfte bezeichnen. Hieraus erhält man durch Einführung der neuen Variablen

$$p = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{zz}}{2} + c \cdot \cot \phi \quad (6.12)$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} - \alpha_z$$



und durch Übergang auf das krummlinige Koordinatensystem α, β der Charakteristiken des Problems die Kötter-Reißner'schen Differentialgleichungen des plastischen Grenzgleichgewichts.

Bild 6.02: Winkelbezeichnungen

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\alpha} + 2p \cdot \tan \phi \cdot \frac{d\theta}{d\alpha} &= Z \cdot \cos \theta - X \cdot \sin \theta \\ \frac{dp}{d\beta} - 2p \cdot \tan \phi \cdot \frac{d\theta}{d\beta} &= Z \cdot \sin(\theta - \phi) + X \cdot \cos(\theta - \phi) \end{aligned} \quad (6.13)$$

Die Differentialgleichungen der Charakteristiken lauten

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\alpha} &= \frac{dz}{d\alpha} \cdot \tan(\alpha_z - \theta_a) \\ \frac{dx}{d\beta} &= \frac{dz}{d\beta} \cdot \tan(\alpha_z + \theta_a) \end{aligned} \quad (6.14)$$

mit $\theta_a = \pi/4 - \phi/2$.

Die Charakteristiken des Problems sind mit den Kurven identisch, auf denen das Verhältnis von Scher- und Normalspannung ein Maximum ist und werden daher Spannungscharakteristiken genannt. Bei Reibungsböden ($\nu \neq \phi$) fallen sie jedoch bei uneingeschränktem Verschiebungszustand nicht mit den Gleitlinien des Bruchvorgangs zusammen.

Die geschlossene Integration der Differentialgleichungen ist nur in wenigen Sonderfällen möglich, z. B. für den gewichtslosen ($\gamma = 0$) und den reibungslosen Boden ($\phi = 0$).

Zur hier durchgeführten Berechnung des Erdwiderstands auf eine lotrechte Wand bei linear veränderlichem Wandreibungswinkel wurde ein Rechenprogramm¹ verwendet, das das Gleichungssystem (6.13) und (6.14) nach Übergang auf Differenzengleichungen durch numerische Integration löst. Hierbei werden, ausgehend

¹ Das Rechenprogramm wurde von Herrn Dipl.-Ing. Raisch am Institut für Grundbau und Bodenmechanik der Universität Stuttgart entwickelt.

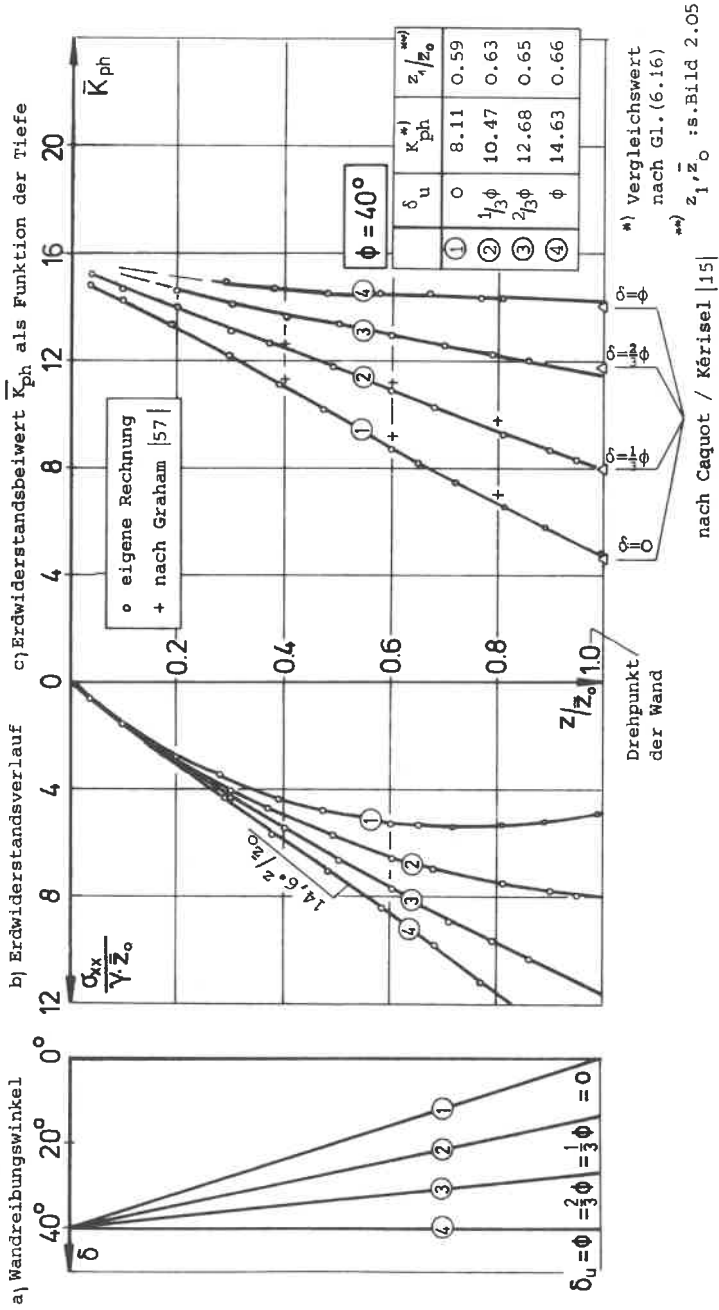


Bild 6.03: Erdwiderstand in Abhängigkeit vom Wandreibungswinkel

von freien Rand, auf dem der Spannungszustand als bekannt vorausgesetzt wird, jeweils mit Hilfe zweier bekannter Punkte $P_1(x_1, z_1, p_1, \theta_1)$ und $P_2(x_2, z_2, p_2, \theta_2)$ ein neuer Punkt $P(x, z, p, \theta)$ des plastischen Bereichs berechnet. Wegen der Krümmung der Charakteristiken wird für den Anschluß des neuen Punktes eine Iteration durchgeführt. Einzelheiten zum Rechenablauf, zum Problem der Spannungsrandbedingung an der freien Oberfläche ($\sigma < 0$) und zur Genauigkeit des Verfahrens werden in [56] angegeben.

Das Ergebnis der durchgeführten Erdwiderstandsberechnung ist in Bild 6.03 dargestellt. Der Berechnung wurde ein Scherwinkel von $\phi = 40^\circ$ - für diesen Wert liegen im Schrifttum Vergleichswerte vor - und linear veränderliche Wandreibungswinkel δ entsprechend Bild 6.03, a zugrundegelegt. In Bildmitte (b) ist der normierte Erdwiderstand und unter (c) die Funktion

$$\bar{K}_{ph} = \frac{\sigma_{xx}}{\gamma \cdot z} \quad (6.15)$$

aufgetragen, wobei der Querstrich zur Unterscheidung von dem gewöhnlich in der Bodenmechanik verwendeten mittleren Erdwiderstandsbeiwert

$$K_{ph} = \frac{E_{ph}}{1/2 \gamma z_0^2} \quad (6.16)$$

mit

$$E_{ph} = \int_0^{\bar{z}_0} \sigma_{xx} dz$$

dienen soll.

Für den Ansatz des Wandreibungswinkels δ war die Beobachtung maßgebend, daß bei einer Wandverdrehung die Mobilisierung des Wandreibungswinkels vom Wandkopf aus erfolgt und daß am Drehpunkt, an dem keine Relativverschiebung zwischen Wand und Boden stattfindet, $\delta_u = 0$ gelten muß.

Die Ergebnisse machen den Einfluß des Wandreibungswinkels sowohl auf den Verlauf als auch auf die Größe des möglichen Erdwiderstandes deutlich. Im Fall $\delta_u = 0$ (Kurve ①) ist die Abweichung von der gewöhnlich linear angenommenen Erddruckverteilung ausgeprägt und der mittlere Erdwiderstandsbeiwert K_{ph} (vgl. Tabelle in Bild 6.03) bleibt mit 8,11 erheblich unter dem in [15] für $\delta = \phi$ angegebenen Wert von 14,6.

Die für einzelne Wandpunkte berechneten Beiwerte $\bar{K}_{ph}$ nehmen annähernd linear mit der Tiefe ab und erreichen am Drehpunkt jeweils den Wert, der sich für einen konstanten Wandreibungswinkel $\delta = \delta_u$ nach [15] ergibt. Im oberen Bereich liegen die für ein veränderliches δ berechneten $\bar{K}_{ph}$ -Werte etwas höher als der entsprechende Wert nach [15] mit $\delta = \phi$.

In diesem Bereich zeigte sich bei der numerischen Berechnung eine empfindliche

Abhängigkeit der ermittelten Spannungen von der gewählten Geländeaufplast, die bei dem zuvor beschriebenen Verfahren der genäherten Lösung der Differentialgleichungen von Null verschieden sein muß. Für $z \rightarrow 0$ wird der Wert $\bar{K}_{ph}$ nach Gl.(6.15) unbestimmt und kann daher nach den Näherungsverfahren nicht ermittelt werden. Aus dem Gesamtverlauf der Kurven ist zu vermuten, daß die Kurven ① bis ④ für $z \rightarrow 0$ annähernd einem gemeinsamen Grenzwert zustreben, der hier bei ca. $\bar{K}_{ph} = 15,5$ liegen wird.

Trotz dieser Unsicherheit für oberflächennahe Punkte (der Wandkopfpunkt stellt eine singuläre Stelle im Netz der Spannungscharakteristiken dar) zeigt das Berechnungsergebnis eindeutig, daß dann, wenn der Wandreibungswinkel zum Drehpunkt hin abfällt, der Erdwiderstand erheblich von der z. B. in der Dalben-theorie angenommenen linearen Verteilung abweicht.

Die nach der Bruchtheorie gewonnenen Erkenntnisse stellen eine wertvolle Hilfe bei der Überprüfung der FE-Berechnung für große Wanddrehwinkel dar. In Bild 6.04 sind daher analog zu Bild 6.03 die berechneten Wandreibungswinkel δ_{mob} und Erdrwiderstandsbeiwerte K_{mob} für verschiedene Belastungszustände aufgetragen worden (zu K_{mob} siehe Gl.(2.05)).

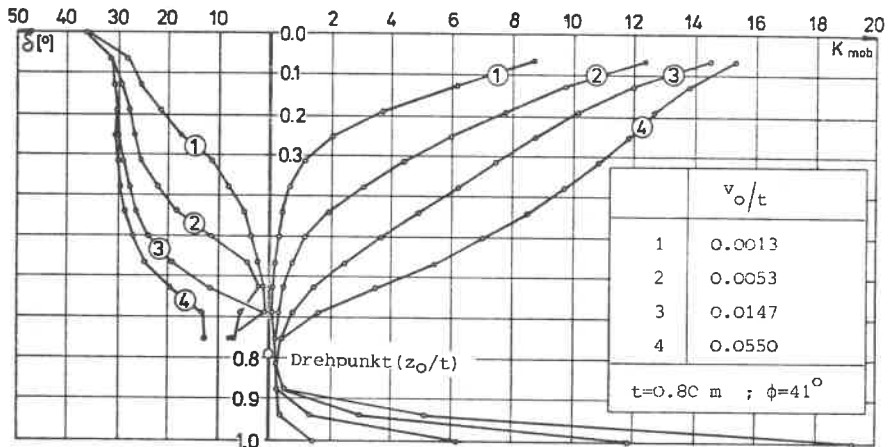


Bild 6.04: Wandreibungswinkel δ_{mob} und Erdrwiderstandsbeiwerte K_{mob} als Funktion der Wandreibung (FE-Berechnung)

Während der Wandreibungswinkel am Wandkopf bereits bei einer kleinen Verdrehung voll mobilisiert ist, wird δ_{mob} in Höhe des Drehpunkts selbst nach sehr großer Wandauslenkung nicht größer als $\phi/3$. Für einen Gebrauchslastzustand (Kurve ②) erreicht δ_{mob} annähernd die lineare Verteilung entsprechend Kurve ① in Bild 6.03.

Die in der rechten Bildhälfte aufgetragenen Erdwiderstandsbeiwerte zeigen ebenfalls, daß die Bodenreaktion zunächst vorwiegend im oberen Wanddrittel konzentriert ist und daß große Wandauslenkungen erforderlich sind, um den Scherwiderstand in tieferen Bodenbereichen zu mobilisieren. Unmittelbar vor Erreichen des Bruchs (Kurve ④) entspricht der Verlauf von K_{mob} für die obere Wandhälfte ungefähr der Kurve ① in Bild 6.03. In dem darunter liegenden Bereich wird dagegen nur ein geringer Anteil des theoretisch möglichen Erdwiderstands geweckt. Das deutet darauf hin, daß die Bruchverschiebung, bei der örtlich der volle Erdwiderstand erreicht wird, mit der Tiefe zunimmt, und daß die normalerweise in Modellversuchen oder in numerischen Berechnungen (geometrische Nichtlinearität) möglichen Wandauslenkungen für den Drehpunktbereich deutlich unterhalb der erforderlichen Bruchverschiebungen bleiben.

6.3 Mobilisierungsfunktion und Bettungsmodulansatz

Im folgenden soll die aus der FE-Berechnung gewonnene Abhängigkeit zwischen Erd-druckbeiwert K_{mob} und Wandverschiebung v durch eine empirische Funktion beschrieben und hieraus ein Bettungsmodulansatz abgeleitet werden.

In Bild 6.05 stellen die durch Symbole gekennzeichneten Punkte Ergebnisse der FE-Berechnung (vgl. Tafel 4.02, Zeile ①) dar. Als Scharparameter ist der Abstand z des betrachteten Wandpunktes von der Sandoberfläche gewählt. Bei den Modellversuchen wurden ähnliche Kurven (vgl. Bild 2.12) erhalten, die aber im mittleren Lastbereich einen etwas flacheren Verlauf zeigen. Die für diese Abweichung möglichen Ursachen wurden bereits in Abschnitt 5.5 bei der Beschreibung des globalen Tragverhaltens diskutiert.

Sowohl für die Versuchskurven als auch für die Kurven der FE-Berechnung ist kennzeichnend, daß die Anfangssteigungen und die Lage der Endtangenten von der Tiefe z abhängig sind. Dieser Tiefeneinfluß kann durch zwei Einflüsse bewirkt werden:

- Der Erdwiderstandsbeiwert $\bar{K}_{\text{ph}}$ nimmt zum Drehpunkt hin ab.
- Die zur Erzielung eines bestimmten Mobilisierungsgrades $K_{\text{mob}}/\bar{K}_{\text{ph}}$ erforderliche Verschiebung nimmt mit der Tiefe zu.

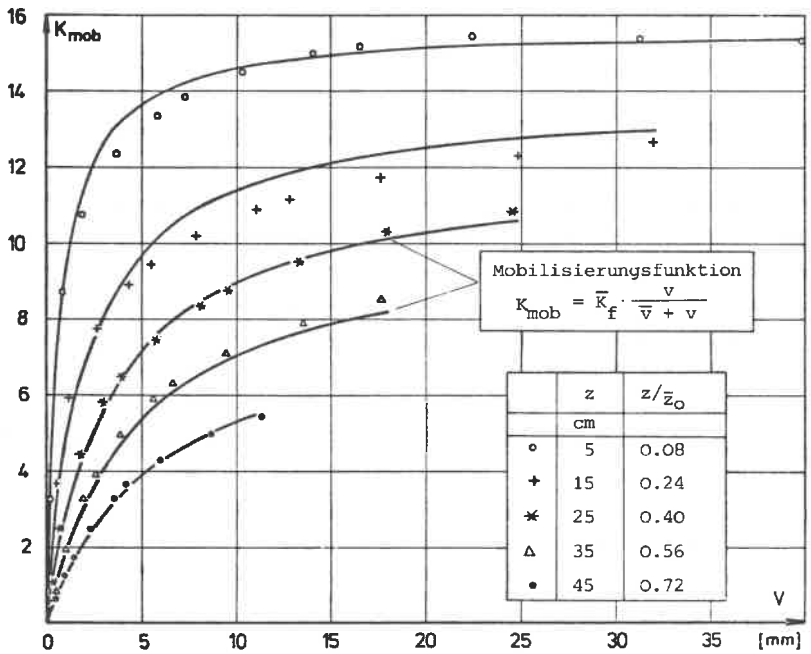


Bild 6.05: Weckung des Erdwiderstands (FE-Berechnung)

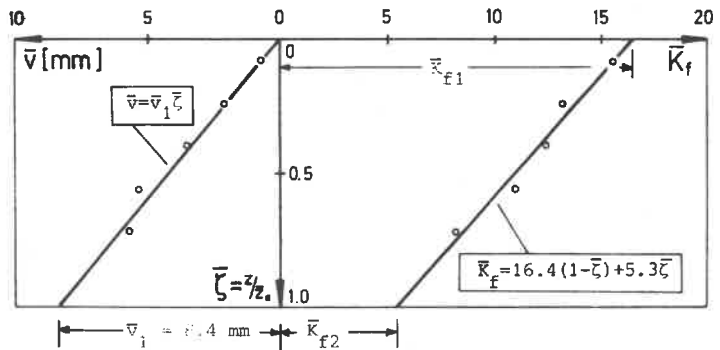


Bild 6.06: Parameterfunktionen $\bar{v}(z)$ und $\bar{K}_f(z)$

Für den in Bild 6.05 dargestellten Zusammenhang wird ein hyperbolischer Funktionsansatz gemacht

$$K_{\text{mob}} = \bar{K}_f \frac{\bar{v}}{\bar{v} + v} \quad (6.17),$$

worin $\bar{K}_f$ den asymptotischen Grenzwert und $\bar{K}_f/\bar{v}$ die Anfangssteigung einer Kurve darstellen. Die Verschiebung $\bar{v}$ wird in diesem Zusammenhang als Halbwertverschiebung bezeichnet, weil sie, wie man für $v = \bar{v}$ in (6.17) erkennt, gerade der Verschiebung entspricht, die erforderlich ist, in der betrachteten Tiefe 50% des maximalen Erdwiderstands zu wecken. Sowohl $\bar{K}_f$ als auch $\bar{v}$ können eine Funktion der Tiefe z sein und werden durch Auftragung der Berechnungsergebnisse in der Form

$$\frac{v}{K_{\text{mob}}} = A + B \cdot v \quad (6.18)$$

mit

$$A = \frac{\bar{v}}{\bar{K}_f}$$

$$B = 1/\bar{K}_f$$

ermittelt. Durch grafischen Kurvenausgleich erhält man jeweils für eine Tiefe z ein Wertepaar $(\bar{v}, \bar{K}_f)$, das wiederum über z aufgetragen wird. Wie aus Bild 6.06 zu ersehen ist, nimmt $\bar{v}$ linear mit der Tiefe zu und $\bar{K}_f$ mit der Tiefe ab. Die hier erhaltene Ausgleichsgerade $\bar{K}_f$ entspricht in etwa der Verteilung, wie sie sich nach der Bruchtheorie für $\delta_u = 0$ bis $\phi/3$ ergeben würde (vgl. Bild 6.03).

Die mit den im Bild 6.06 angegebenen Parameterfunktionen $\bar{v}$ und $\bar{K}_f$ und dem Ansatz (6.17) rückgerechneten Mobilisierungsfunktionen sind in Bild 6.05 als ausgezogene Kurven dargestellt und zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Berechnungswerten nach der FE-Methode.

Als einzige Verformungsgröße geht die Halbwertverschiebung $\bar{v}_1$ (vgl. Bild 6.06) in die Mobilisierungsfunktion (6.17) ein. Für das hier untersuchte Beispiel ($t = 0,80 \text{ m}$; $\gamma_d = 16,5 \text{ kN/m}^3$) wurde $\bar{v}_1 = 8,4 \text{ mm}$ erhalten, was einer mittleren Wandverdrehung von $\alpha_1 = 0,0134$ ($\approx 0,8^\circ$) entspricht, wenn der obere Wandteil, wie in Bild 2.05 schematisch dargestellt ist, durch eine starre Wand der Höhe $\bar{z}_0 = 0,625 \text{ m}$ ersetzt wird. Da $\bar{v}_1$ die Kopfpunktverschiebung angibt, bei der in Wandmitte $\bar{z}_0/2$ gerade 50% des vollen Erdwiderstands geweckt werden, kann $\bar{v}_1$ auch als die für den Gebrauchszustand maßgebende Kopfpunktverschiebung bezeichnet werden. Die Größe dieser Verschiebung wird in erster Linie eine Funktion der Lagerungsdichte des Sandes und der geometrischen Abmessungen (Wandhöhe, Wandsteifigkeit) sein. Es ist aber zu erwarten, daß der zugeordnete Dreh-

winkel $\alpha_1 = \bar{v}_1 / \bar{z}_0$ bei einer starren Wand nur noch von der Lagerungsdichte abhängig ist, was in Vergleichsberechnungen mit veränderlicher Wandhöhe noch überprüft werden müßte.

Wenn man berücksichtigt, daß zwischen dem Erdwiderstandsbeiwert K_{mob} und dem Bettungsmodul k_s aufgrund der Definitionen (2.05) und (2.02) folgender Zusammenhang besteht

$$k_s = \frac{\gamma_d \cdot z \cdot K_{mob}}{v} \quad (6.19),$$

dann läßt sich (6.17) unmittelbar zur Bestimmung eines Bettungsmodulansatzes verwenden.

Durch Einsetzen von (6.17) in (6.19) erhält man

$$k_s = \gamma_d \cdot z \cdot \frac{\bar{K}_f}{\bar{v} + v} = \gamma_d \cdot z \cdot \frac{\bar{K}_{f1} \cdot (1 - \bar{\zeta}) + \bar{K}_{f2} \cdot \bar{\zeta}}{\bar{v}_1 \cdot \bar{\zeta} + v} \quad (6.20)$$

mit $\bar{\zeta} = z / \bar{z}_0$.

Der Bettungsmodul nimmt nach dieser Gleichung proportional zur Erdwiderstandsspannung ($\gamma_d \cdot z \cdot \bar{K}_f$) im Bruchzustand zu und fällt hyperbolisch mit der erfolgten Wandverschiebung v auf Null ab. Die Verformungseigenschaften des Bodens gehen

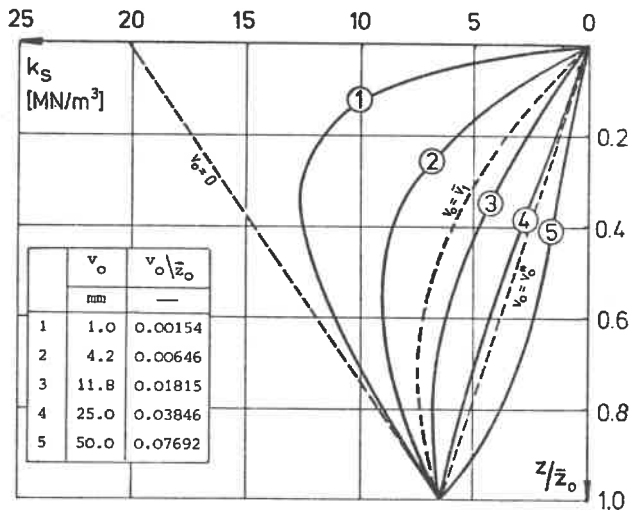


Bild 6.07: Bettungsmodulverlauf nach Gl.(6.20)

indirekt über die Halbwertverschiebung $\bar{v}_1$ in (6.20) ein.

Für die weitere Diskussion der Beziehung (6.20) nehmen wir eine starre Wand mit dem Drehpunkt in der Tiefe $z = \bar{z}_0$ an (vgl. Bild 2.05), so daß die Wandverschiebung durch

$$v = v_0 \cdot (1 - \bar{z}) \quad (6.21)$$

ausgedrückt werden kann.

Der Bettungsmodulansatz soll im folgenden für einige besondere Verschiebungszustände untersucht werden:

1) $v_0 = 0$ (Nullverschiebungszustand)

$$k_s = \frac{\gamma_d}{\bar{v}_1 / \bar{z}_0} \cdot \bar{K}_f \quad (6.22)$$

Der Ansatz (6.20) liefert also für $v = 0$ einen zu $\bar{K}_f$ affinen Bettungsmodulverlauf. Obwohl dieser Verlauf qualitativ dem Verhalten des Bodens bei Annahme eines elastischen Halbraumes nahekommt, bei dem ebenfalls die Steifigkeit an den Rändern der eingespannten Platte am größten ist, besitzt das hier erhaltene Ergebnis mehr theoretischen Wert. Für den Anfangszustand wird man in ausreichender Genauigkeit für die Bereiche oberhalb und unterhalb des Drehpunkts jeweils einen konstanten Bettungsmodul ansetzen können (vgl. Abschnitt 6.1).

Die Beziehung (6.22) kann jedoch dazu verwendet werden, einen Zusammenhang zwischen $\bar{v}_1$ und dem Elastizitätsmodul E herzustellen, indem man die Gleichheit der nach (6.05) und (6.22) für $z = 0$ berechneten Bettungsmoduln fordert.

Unter dieser Bedingung erhält man mit (6.09):

$$\bar{v}_1 = \frac{\gamma_d \cdot 2/3 \cdot L^*}{\kappa \cdot E} \cdot \bar{z}_0 \cdot \bar{K}_{f1} \quad (6.23)$$

Wenn man für das hier behandelte Beispiel die Daten einsetzt erhält man

$$\bar{v}_1 = \frac{16,5 \cdot 2/3 \cdot 0,325}{0,85 \cdot 5200} \cdot 0,625 \cdot 16,4 = 8,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

mit $L^* = \sqrt{\frac{4 \cdot 68,3}{25000}} = 0,325 \text{ m}$

$$E = 5200 \text{ kN/m}^2$$

$$\bar{z}_0 = 0,625 \text{ m}$$

$$\bar{K}_{f1} = 16,4$$

$$\kappa = 0,85.$$

Die berechnete Halbwertverschiebung ist mit der zuvor aus der Anfangssteigung der Mobilisierungsfunktion (s. Bild 6.06) abgeleiteten Verschiebung fast identisch.

2) $v_o = \bar{v}_1$ (Gebrauchszustand)

Durch Einsetzen in (6.20) erhält man mit (6.21) und $v = \bar{v}_1 \cdot \bar{z}$

$$k_s = \gamma_d \cdot z \cdot \frac{\bar{K}_f}{\bar{v}_1 \cdot \bar{z} + v_o \cdot (1 - \bar{z})} = \frac{\gamma_d}{\bar{v}_1 / \bar{z}_o} \cdot \bar{K}_f \cdot \bar{z} \quad (6.24).$$

Nach dem in Bild 6.07 dargestellten Verlauf nimmt k_s von 0 an der Geländeoberfläche parabolisch mit der Tiefe zu und fällt zum Drehpunkt hin wieder leicht ab.

3) $v_o = v_o^*$ (linearer Bettungsmodulverlauf)

Aus (6.20) erhält man durch geringe Umstellung

$$k_s = \gamma_d \cdot z \cdot \frac{\bar{K}_{f1}}{v_o} \cdot \frac{1 - \Delta K / \bar{K}_{f1} \cdot \bar{z}}{1 - \Delta v / v_o \cdot \bar{z}} \quad (6.25)$$

mit $\Delta K = \bar{K}_{f1} - \bar{K}_{f2}$
 $\Delta v = v_o - \bar{v}_1$

Ein linearer Bettungsmodulverlauf ergibt sich, wenn der letzte Faktor in (6.25) den Wert 1 annimmt.

Aus

$$\Delta v / v_o = \Delta K / \bar{K}_{f1}$$

folgt

$$v_o = v_o^* = \bar{K}_{f1} / \bar{K}_{f2} \cdot \bar{v}_1 = \begin{cases} \bar{v}_1 & \text{für } \bar{K}_{f2} = \bar{K}_{f1} \\ \infty & \text{für } \bar{K}_{f2} = 0 \end{cases} \quad (6.26).$$

Der Bettungsmodul in Höhe des Wanddrehpunktes $z = \bar{z}_o$ berechnet sich aus

$$(k_s)_{\bar{z}_o} = \gamma_d \cdot \bar{z}_o \cdot \bar{K}_{f2} / \bar{v}_1 \quad (6.27)$$

und mit (6.23)

$$(k_s)_{\bar{z}_o} = \kappa \cdot \bar{K}_{f2} / \bar{K}_{f1} \cdot E/B \quad (6.28),$$

wobei für elastische Einspannungen die Breite B der Erddruckspannungsfläche nach (6.09) angesetzt werden kann. Für das hier untersuchte Beispiel ergibt sich mit $\bar{K}_f$ nach Bild 6.06 und den Werten nach Seite 107

$$\begin{aligned} (k_s)_{\bar{z}_0} &= 0,41 \cdot E / L^* \\ &= 0,41 \cdot 5200 / 0,325 \hat{=} 6,5 \text{ MN/m}^3 \end{aligned}$$

Der hier formal aus der Mobilisierungsfunktion für den Erdwiderstand abgeleitete Bettungsmodulansatz (6.20) beschreibt für den Bereich oberhalb des Drehpunkts die Abhängigkeit des Bettungsmoduls von der Wandverschiebung v und der Tiefe z unter Geländeoberfläche (Bild 6.07), wobei als Materialkenngrößen der Elastizitätsmodul E des Ausgangszustandes ($v = 0$) und über $\bar{K}_f$ die Scherfestigkeit des Bodens eingehen.

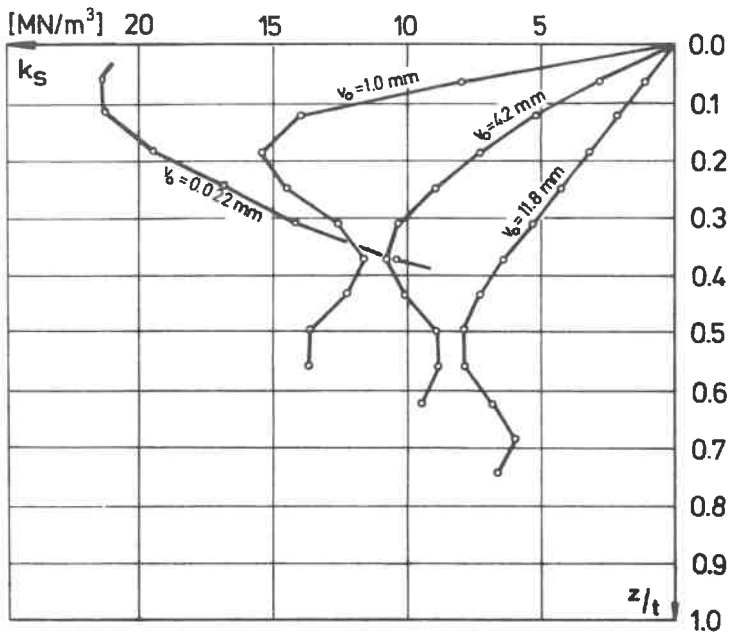


Bild 6.08: Tiefenabhängigkeit des Bettungsmoduls nach der FE-Berechnung bei zunehmender Wanddrehung

Zum Vergleich sind in Bild 6.08 die Bettungsmodulverläufe wiedergegeben, wie sie sich unmittelbar aus dem Verhältnis $\Delta\sigma_{xx}/v$ nach der FE-Berechnung ergeben. Sowohl für die hier aufgetragenen Werte als auch für die Ergebnisse nach dem Bettungsmodulansatz ist kennzeichnend, daß sich für kleine Verformungen, wenn der Boden noch näherungsweise als elastisches Kontinuum angesehen werden kann, die Bettungsmoduln im oberen Wandbereich größer sind als in der Nähe des Drehpunkts.

Mit Einsetzen der Plastifizierung am Wandkopf fällt dort der Bettungsmodul sehr schnell ab, während er sich in tieferliegenden Bereichen nur wenig ändert.

Für den Bereich unterhalb des Drehpunkts gelten andere als die in Gleichung (6.20) zum Ausdruck gebrachten Gesetzmäßigkeiten. Wie bereits von Smoltczyk in [8] festgestellt wurde, findet am Wandfuß im wesentlichen eine reine Verdichtung, in Oberflächennähe dagegen eine Verdrängung des Bodens statt. In hinreichender Entfernung von der Oberfläche kann der Bettungsmodul am besten über die Beziehung (6.05) abgeschätzt werden, wobei der Elastizitätsmodul analog zu (3.75) vom Spannungszustand abhängig zu machen ist.

Anschrift des Verfassers:

Dr.-Ing. Q.Laumans
p.a. Ingenieurbüro für Grundbau -
Erdbaulaboratorium
Prof.Dr.-Ing.Steinfeld
Alte Königstr.3
D2000 Hamburg 50

ANHANG

Anlage A

Ergänzender Auszug aus dem Forschungsbericht |12| an die DFG zum Thema:
"Modellversuche an einer in Sand eingespannten Wand"

Erläuterungen zu den Anlagen A1 - A30

A1 : Meßstellenanordnung der induktiven Wegaufnehmer

In der Draufsicht auf die Versuchsanordnung sind die Meßstellen dargestellt, an denen die horizontalen (Geber Nr. 71 bis 74) und die vertikalen (Geber in der Grundrißachse) Verschiebungen an der Sandoberfläche gemessen wurden.

Die Ansicht zeigt die Meßstellen zur Bestimmung der Wandauslenkung (vgl. auch hierzu Bild 2.01, Pos. 2 im Hauptteil der Arbeit).

A2 : Meßstellenanordnung der DMS-Kraftaufnehmer

In dem dargestellten Wandquerschnitt sind die Meßstellen der Kraftaufnehmer für den horizontalen Erddruck (Lamellenauflegerkräfte, Symbol ---), für die lotrechten Wandkräfte (Wandschub, Symbol ○) und für die Pressenkraft H am Wandkopf eingetragen.

Eine Doppelnummer an den Meßstellen bedeutet, daß an einer Lamelle beide Auflagerkräfte auf die beiden Vierkantstäbe der Wandaussteifung gemessen wurden (s. Bild 2.01, Pos. 10).

A3 : Kraftaufnehmer

Dargestellt sind die Kraftaufnehmer für Vertikalkräfte (Meßstellen Nr. 61 bis 66 in Anlage A2) und für Auflagerkräfte der Lamellen (Geber auf der Lamellenoberseite, s. Bild 2.02, Pos. 7).

A4 : Ausbildung des Wandfußes

Die Lage des dargestellten Details ist aus Anlage A2 ersichtlich. Die Modellwand wird nach unten hin durch eine Sohlplatte abgeschlossen. Die bei der Wandauslenkung geweckten Sohlreaktionskräfte wurden über lotrechte und waagerechte Kraftaufnehmer gemessen.

A5 - A21 : Tabellen der Modellversuchsergebnisse

Die tabularische Zusammenstellung beschränkt sich aus Platzersparnisgründen auf je einen Versuch ohne Sandverdichtung (Versuch Nr.4, $\gamma = 16,0 \text{ kN/m}^3$) und einen Versuch mit Sandverdichtung (Versuch Nr.9, $\gamma = 16,5 \text{ kN/m}^3$). Ferner ist der Versuch Nr.5 aufgenommen worden, der mit Schmierung an den Seitenflächen des Modellkastens durchgeführt wurde (s. Bild 2.01, Pos.4).

Die Ergebnisse der Versuche Nr.6 bis Nr.8 werden, da sie lediglich Wiederholungsversuche darstellen, nur in Form von Diagrammen (s. A22 bis A29) wiedergegeben.

Hinsichtlich der Versuchsanordnung wird auf Bild 2.01 (S.7 im Hauptteil) verwiesen.

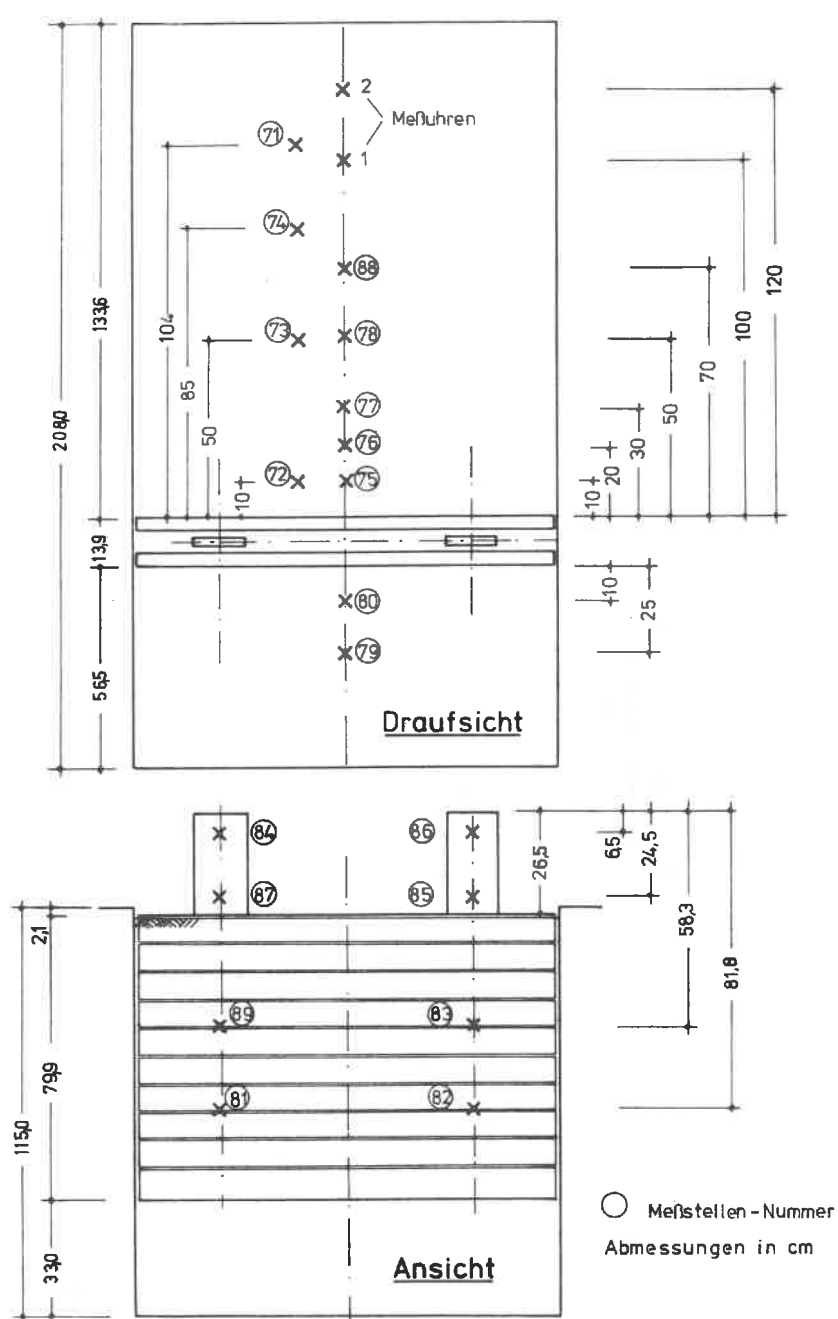
Es bedeutet im einzelnen:

Spalte 2:	Nummer der Laststufe Die Belastung der eingespannten Wand erfolgte weggesteuert über eine auf konstanten Vor-schub eingestellte Presse am Wandkopf.
Spalte 3:	Systempunkte der Wand Zur Anordnung der Systempunkte 1 bis 11 s. Anl. A2.
Spalten 4 - 6:	Änderung der Erddruckspannungen gegenüber dem Nullverschiebungszustand Aktivseite: Δe_a Passivseite: Δe_p } resultierender Erddruck $\Delta e = \Delta e_a - \Delta e_p$ $\Delta e_a, \Delta e_p, \Delta e$ entsprechen $\sigma_{xx}^a, \sigma_{xx}^p, \Delta \sigma_{xx}$ nach Bild 2.05, S.14
Spalte 7:	Biegemoment der Wand M Vorzeichen: Zugfaser auf der Passivseite
Spalte 8:	Wandverschiebung v Vorzeichen: positiv in Richtung Passivseite
Spalte 9:	Örtlicher Bettungsmodul: $k_s = \frac{\Delta e}{v}$
Spalte 10:	Mobilisierter Erdwiderstand: $K_{mob} = \frac{\Delta e}{\gamma \cdot z}$

Spalten 11 - 12: Pressenkraft H , resultierende Erddruckkräfte E_1 und E_2 sowie deren Hebelarme h , z_1 und z_2 bezogen auf Geländeoberkante (s. Bild 2.05, S.14)

Spalten 13 - 17: Wandschubspannungen τ und Wandreibungswinkel ϕ
Die Werte sind getrennt für Aktivseite (Sp.15 und 16) und Passivseite (Sp.13 und 14) und die Meßbereiche I bis III (vgl. Anl. A30) angegeben.
(Die Bereiche I und II sind für die Aktivseite zusammengefaßt.)

- A22 - A23 : Resultierender Erddruck für jeweils 4 Laststufen
Die Abstufung entspricht etwa $H_*/4$, wenn H_* die Belastung bei größter Wandauslenkung ist.
- A24 - A26: Mobilisierter Erdwiderstand für verschiedene Tiefenlagen in Abhängigkeit von der örtlichen Wandverschiebung
- A27 - A29: Mobilisierter Erdwiderstand für verschiedene Tiefenlagen in Abhängigkeit von der mittleren Wandverdrehung
Die mittlere Wandverdrehung α entspricht der Verdrehung einer starren Ersatzwand, die die Wandverschiebung der biegsamen Wand oberhalb des Drehpunktes möglichst gut annähert (vgl. Bild 2.05, S.14).
- A30 : Wandreibungswinkel
Der Wandreibungswinkel ergibt sich aus dem Verhältnis der Wandschubkraft ΔT_i zur horizontalen Erddruckkraft ΔE_i .
Die Wandschubkräfte ΔT_i wurden aus der Änderung ΔV_i der lotrechten Wandkräfte berechnet, die über in die Wandkonstruktion eingebaute lotrechte Kraftaufnehmer gemessen wurden (s. Bild 2.02, Pos.8, S.8).



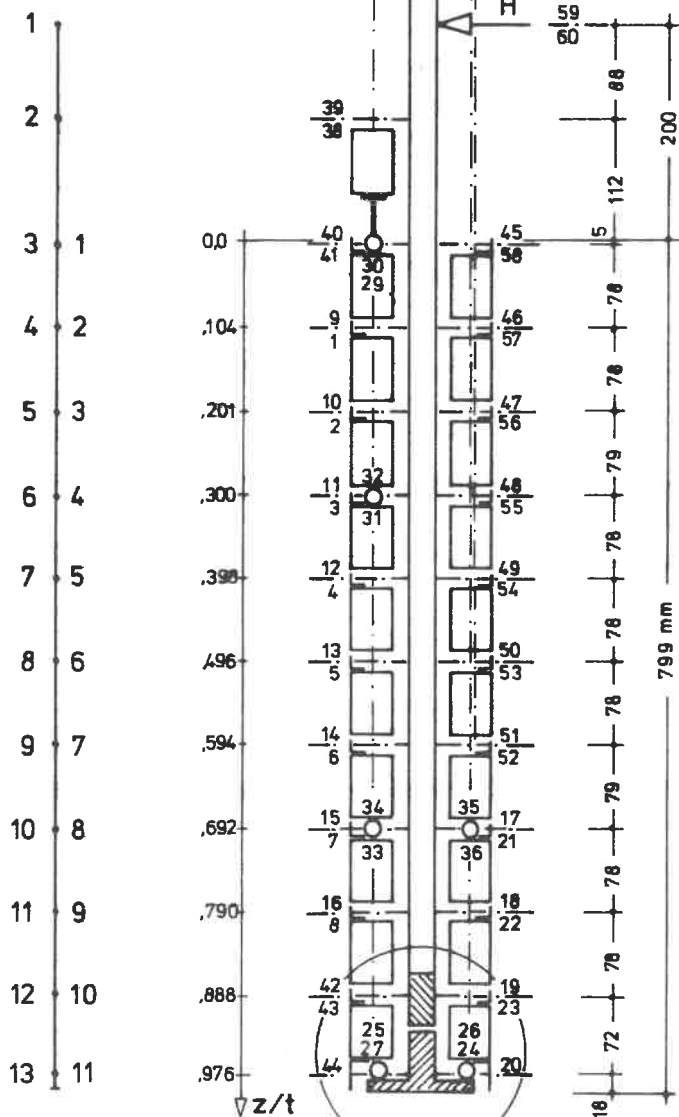
A1 : Meßstellen der Wegaufnehmer

Systempunkte

Computer -
rechnung
(Versuchs -
auswertung)

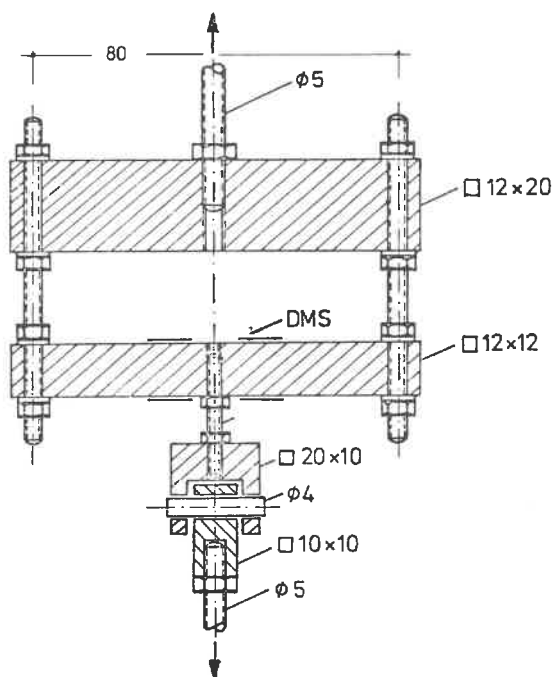
Ergebnis -
darstellung
(s. Tab. A5 ff)

Meßpunkte

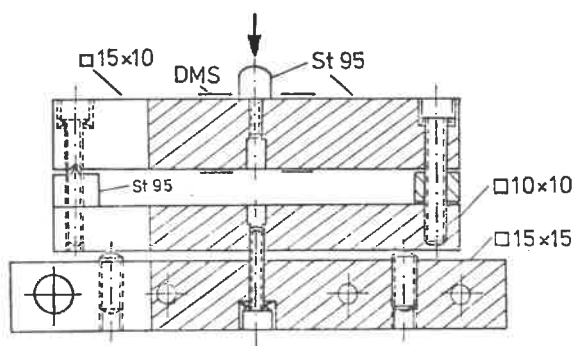


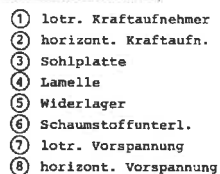
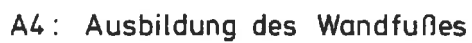
A2: Meßstellen der Kraftaufnehmer

a, Kraftaufnehmer zur Messung der Vertikalkräfte
(Maße in mm)



b, Kraftaufnehmer zur Erddruckmessung



$$t \rightarrow A$$

$$+ \rightarrow \rightarrow E$$


ILF		Pkt	$\Delta \epsilon_a$	$\Delta \epsilon_p$	$\Delta \epsilon$	M	v	K_s	K_{mob}	$H, E_{1,2}$	$h, z_{1,2}$	τ_p	δ	τ_a	δ		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
VERSUCH NR. 4 / $\gamma = 1,60 \text{ MP/m}^3$																	
1		1	.00	.01	.01	-11.47	.47	11	.62								
		2	-.04	.19	.23	-15.38	.37	620	1.73								
		3	-.06	.19	.25	-17.63	.27	923	.97	55	20.16	-.04	-12.53	.01	-9.46	I	
		4	-.06	.19	.25	-18.08	.19	1309	.65								
		5	-.06	.12	.18	-16.68	.13	1374	.35								
		6	-.04	.07	.11	-13.93	.07	1549	.17	104	21.38	-.00	.00			II	
		7	-.02	.02	.04	-10.41	.03	1290	.05								
		8	.00	-.03	-.03	-6.55	-.01	3333	.03								
		9	.10	-.08	-.18	-2.94	-.04	4615	.18	48	68.68	.02	-15.95	-.00	.00		III
		10	.13	-.10	-.23	-.62	-.07	3333	.20								
		11	.03	-.04	-.07	-.03	-.10	707	.06								
2		1	-.00	.01	.01	-25.01	2.08	6	1.50								
		2	-.05	.37	.42	-33.69	1.71	245	3.16								
		3	-.07	.47	.54	-39.33	1.36	397	2.10	122	20.07	-.10	-15.12	-.01	3.81	I	
		4	-.08	.44	.52	-41.06	1.04	500	1.35								
		5	-.09	.31	.40	-38.98	.76	526	.79								
		6	-.07	.20	.27	-34.01	.50	539	.43	238	24.61	.00	.00			II	
		7	-.07	.13	.20	-27.10	.27	738	.26								
		8	-.08	.02	.10	-18.64	.05	1961	.11								
		9	.18	-.12	-.30	-9.55	-.15	2013	.30	115	71.25	.01	-3.81	-.00	.00	III	
		10	.34	-.21	-.55	-2.66	-.34	1622	.48								
		11	.28	-.20	-.48	-.05	-.51	943	.38								

VERSUCH NR. 4 / $\nu = 1,60 \text{ MPa/m}^3$

VERSUCH NR. 4 / $\gamma = 1,60 \text{ Mp/m}^3$																
ILF	Pkt	$\Delta \epsilon_a$	$\Delta \epsilon_p$	$\Delta \epsilon$	M	v	K_s	K_{mob}	H, E _{1,2}	h, z _{1,2}	τ_p	δ	τ_a	δ		
	—	MP/m ²	MP/m ²	MP/m ²	Kp.m	mm	MP/m ³	—	Kp	cm	MP/m ²	°	MP/m ²	°		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
3																
	1		-.01	.02	.02	-34.78	3.70	4	2.00							
	2		-.05	.49	.54	-46.90	3.09	175	4.07							
	3		-.07	.66	.73	-55.05	2.50	292	2.83	170	20.03	-.15	-16.09	-.02	6.71	I
	4		-.08	.64	.72	-57.89	1.96	367	1.87							
	5		-.10	.46	.56	-55.43	1.46	383	1.10							
	6		-.07	.31	.38	-48.92	1.00	380	.60	332	25.36	-.00	.00			II
	7		-.08	.21	.29	-39.64	.57	508	.38							
	8		-.11	.07	.18	-28.08	.18	994	.20							
	9		.11	-.12	-.23	-15.35	-.20	1156	.23	162	72.47	-.01	3.37	-.00	.00	III
	10		.65	-.24	-.89	-4.29	-.56	1592	.78							
	11		.48	-.30	-.78	-.08	-.89	877	.62							
4																
	1		.00	.02	.02	-56.96	8.54	3	3.00							
	2		-.06	.80	.86	-76.89	7.22	119	6.48							
	3		-.08	1.12	1.20	-90.54	5.96	201	4.66	279	20.01	-.28	-17.84	-.04	10.31	I
	4		-.09	1.08	1.17	-95.50	4.75	246	3.05							
	5		-.12	.80	.92	-91.89	3.63	253	1.81							
	6		-.08	.53	.61	-81.52	2.57	237	.96	540	25.52	-.02	-1.97			II
	7		-.11	.36	.47	-66.68	1.58	297	.62							
	8		-.16	.15	.31	-46.21	.62	499	.35							
	9		.02	-.12	-.14	-27.70	-.30	468	.14	261	73.60	-.06	18.44	.01	.90	III
	10		1.21	-.28	-1.49	-8.17	-1.19	1253	1.31							
	11		1.14	-.37	-1.51	-.17	-2.00	755	1.21							

ILF		Pkt	$\Delta \epsilon_a$	$\Delta \epsilon_p$	$\Delta \epsilon$	M	v	K_s	K_{mob}	$H, E_{1,2}$	$h, z_{1,2}$	τ_p	δ	τ_a	δ	
			MPa/m ²	MPa/m ²	MPa/m ²	kp·m	mm	MPa/m ³	—	kp	cm	MPa/m ²	°	MPa/m ²	°	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
VERSUCH NR. 4 / $\gamma = 1,60 \text{ MPa/m}^3$	5	1	.00	.03	.03	-71.40	12.45	2	3.62							
		2	-.06	1.02	1.08	-96.41	10.58	102	8.13							
		3	-.08	1.41	1.49	-113.53	8.78	170	5.78	350	20.05	-.36	-18.12	-.06	14.62	I
		4	-.09	1.39	1.48	-119.85	7.04	210	3.85							
		5	-.13	1.02	1.15	-115.28	5.41	213	2.26							
		6	-.08	.69	.77	-102.29	3.87	199	1.22	672	25.36	-.04	-3.09			II
		7	-.11	.45	.56	-83.67	2.40	233	.74							
		8	-.18	.18	.36	-60.66	.98	367	.41							
		9	-.03	-.13	-.10	-35.31	-.38	264	.10	322	73.93	-.10	27.76	.03	2.07	III
		10	1.51	-.29	-1.80	-10.72	-1.72	1047	1.59							
		11	1.67	-.39	-2.06	-.18	-2.94	701	1.65							
VERSUCH NR. 4 / $\gamma = 1,60 \text{ MPa/m}^3$	6	1	.00	.03	.03	-83.75	16.17	2	4.12							
		2	-.06	1.21	1.27	-113.12	13.78	92	9.56							
		3	-.08	1.66	1.74	-133.22	11.47	152	6.75	411	20.00	-.42	-17.90	-.07	16.26	I
		4	-.09	1.66	1.75	-140.68	9.23	190	4.56							
		5	-.14	1.22	1.36	-135.33	7.13	191	2.67							
		6	-.08	.84	.92	-120.06	5.12	180	1.45	785	25.20	-.07	-4.55			II
		7	-.12	.52	.64	-98.08	3.20	200	.84							
		8	-.19	.19	.38	-71.11	1.33	285	.43							
		9	-.05	-.14	-.09	-41.68	-.47	192	.09	374	74.11	-.14	34.99	.05	2.86	III
		10	1.75	-.30	-2.05	-12.92	-2.23	920	1.81							
		11	2.16	-.39	-2.55	-.18	-3.85	663	2.04							

VERSUCH NR. 4 / $\gamma = 1,60 \text{ Mp/m}^3$																
ILF	Pkt	$\Delta \epsilon_a$	$\Delta \epsilon_p$	$\Delta \epsilon$	M	V	K_s	K_{mob}	$H, E_{1,2}$	$h, z_{1,2}$	τ_p	δ	τ_a	δ		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9																
	1		.00	.05	.05	-111.98	26.74	2	5.75							
	2		-.08	1.60	1.68	-151.24	22.89	73	12.65							
	3		-.07	2.24	2.31	-178.23	19.16	121	8.97	549	19.98	-.59	-18.53	-.12	26.57	I
	4		-.09	2.32	2.41	-188.50	15.51	155	6.28							
	5		-.13	1.65	1.78	-181.03	12.04	148	3.50	1042	24.88	-.14	-6.55			II
	6		-.07	1.23	1.30	-160.53	8.71	149	2.05							
	7		-.09	.70	.79	-130.52	5.49	144	1.04							
	8		-.22	.18	.40	-94.26	2.33	172	.45							
	9		-.10	-.21	-.11	-55.56	-.72	153	.11	493	74.27	-.22	45.00	.15	6.12	III
	10		2.26	-.32	-2.58	-17.67	-3.73	692	2.27							
	11		3.35	-.37	-3.72	-.10	-6.49	573	2.98							
10																
	1		.00	.04	.04	-118.39	30.30	1	4.50							
	2		-.08	1.67	1.75	-160.24	25.96	67	13.18							
	3		-.07	2.40	2.47	-189.31	21.74	114	9.59	579	20.07	-.66	-19.54	-.13	28.44	I
	4		-.09	2.47	2.56	-200.49	17.61	145	6.67							
	5		-.13	1.82	1.95	-192.83	13.67	143	3.83							
	6		-.07	1.35	1.42	-170.94	9.88	144	2.24	1103	24.98	-.16	-6.86			II
	7		-.09	.74	.83	-138.69	6.21	134	1.09							
	8		-.22	.16	.38	-99.88	2.59	147	.43							
	9		-.09	-.23	-.14	-58.79	-.90	156	.14	524	74.23	-.23	45.00	.18	6.71	III
	10		2.40	-.32	-2.72	-18.71	-4.35	625	2.40							
	11		3.70	-.36	-4.06	-.01	-7.51	541	3.25							

ILF		PKT		$\Delta \epsilon_a$	$\Delta \epsilon_p$	$\Delta \epsilon$	M	v	k_s	K_{mob}	$H, E_{1,2}$	$h, z_{1,2}$	τ_p	δ	τ_a	δ
				MP/m^2	MP/m^2	MP/m^2	kpm	mm	MP/m^3	—	kp	cm	MP/m^2	°	MP/m^2	°
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
VERSUCH NR. 5 / $\gamma = 1,60 MP/m^3$																
1																
	1		-0.00	.01	.01	-7.66	.32	22	.87							
	2		-0.01	.11	.12	-10.22	.24	498	.90							
	3		-0.03	.09	.12	-11.86	.18	663	.47	37	20.44		-0.03	-0.01	9.46	I
	4		-0.04	.13	.17	-12.61	.13	1298	.44							
	5		-0.05	.10	.15	-12.14	.08	1852	.29							
	6		-0.04	.07	.11	-10.61	.05	2157	.17	75	25.42		-0.01			II
	7		-0.03	.04	.07	-8.33	.02	3333	.09							
	8		-0.03	.00	.03	-5.53	.00	30000	.03							
	9		.03	-.07	-.10	-2.56	-.02	5263	.10	37	69.75		.02	.00	.00	III
	10		.14	-.11	-.25	-.32	-.04	6410	.22							
	11		.00	-.03	-.03	.00	-.05	612	.02							
2																
	1		-0.00	.01	.01	-21.48	1.98	4	1.00							
	2		-0.02	.33	.35	-29.09	1.64	213	2.64							
	3		-0.04	.29	.33	-34.16	1.32	250	1.28	107	19.28		-0.07	-0.04	15.95	I
	4		-0.06	.39	.45	-36.81	1.02	441	1.17							
	5		-0.08	.33	.41	-36.17	.75	546	.81							
	6		-0.07	.26	.33	-32.52	.51	646	.52	219	27.55		-0.02			II
	7		-0.07	.15	.22	-26.46	.30	731	.29							
	8		-0.09	.06	.15	-18.65	.10	1485	.17							
	9		.01	-.11	-.12	-9.80	-.09	1348	.12	113	71.71		.00	-0.00	.00	III
	10		.49	-.31	-.80	-1.88	-.26	3089	.71							
	11		.12	-.20	-.32	.01	-.42	764	.26							

VERSUCH NR. 5 / $\gamma = 1,60 \text{ MP/m}^3$																
ILF	Pkt	$\Delta \epsilon_d$ MP/m ²	$\Delta \epsilon_p$ MP/m ²	$\Delta \epsilon$ MP/m ²	M kp·m	v mm	K_s MP/m ³	K_{mob} —	H, E _{1,2} kp	h, z _{1,2} cm	τ_p MP/m ²	δ °	τ_d MP/m ²	δ °		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
3	1		-0.00	.01	-30.79	3.67	3	1.25								
	2		-0.02	.48	-41.72	3.08	162	3.77								
	3		-0.05	.45	-49.00	2.52	198	1.94	152	19.48	-0.12	-15.95	-0.05	15.52	I	
	4		-0.06	.55	-52.67	1.98	308	1.59								
	5		-0.09	.48	-51.86	1.50	380	1.12								
	6		-0.08	.38	-46.83	1.05	438	.73	309	27.47	-0.03	-5.04			II	
	7		-0.09	.22	-38.41	.63	491	.41								
	8		-0.13	.10	-27.54	.24	954	.26								
	9		-0.01	-0.10	-15.19	-0.13	698	.09	157	72.66	-0.02	5.71	-0.01	-1.91	III	
	10		.73	-0.36	-3.48	-0.48	2276	.96								
	11		.32	-0.31	-0.01	-0.01	788	.50								
4	1		-0.00	.01	-50.41	8.44	2	1.75								
	2		-0.03	.78	-68.25	7.17	113	6.10								
	3		-0.05	.81	-80.20	5.96	144	3.34	247	19.75	-0.23	-17.95	-0.06	15.26	I	
	4		-0.06	.90	-85.93	4.79	200	2.50								
	5		-0.11	.82	-84.58	3.69	252	1.83								
	6		-0.10	.64	-76.43	2.66	278	1.17	495	27.03	-0.07	-7.00			II	
	7		-0.12	.35	-62.85	1.69	278	.62								
	8		-0.17	.16	-45.67	.74	445	.37								
	9		-0.07	-0.10	-26.31	-0.15	201	.03	247	73.67	-0.04	9.87	-0.06	.00	III	
	10		1.16	-0.41	-7.15	-1.03	1526	1.38								
	11		.98	-0.41	-1.39	-0.05	760	1.11								

VERSUCH NR. 5 / $\gamma = 1,60 \text{ Mp/m}^3$															
ILF		Pkt	$\Delta \epsilon_d$	$\Delta \epsilon_p$	$\Delta \epsilon$	M	v	k_s	K_{mob}	$H, E_{1,2}$	$h, z_{1,2}$	τ_p	δ	τ_a	δ
		—	Mp/m^2	Mp/m^2	Mp/m^2	$\text{kp}\cdot\text{m}$	mm	Mp/m^3	—	kp	cm	Mp/m^2	$^\circ$	Mp/m^2	$^\circ$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
5															
		1	-0.00	.02	.02	-63.24	12.53	2	2.37						
		2	-0.04	.97	1.01	-85.61	10.69	94	7.61						
		3	-0.05	1.05	1.10	-100.66	8.92	123	4.27	312	19.81	-0.31	-19.01	-0.09	21.37
		4	-0.04	1.13	1.19	-107.78	7.21	165	3.10						I
		5	-0.13	1.05	1.18	-106.07	5.59	211	2.32						
		6	-0.10	.82	.92	-95.73	4.05	227	1.45	615	26.81	-0.11	-8.69		II
		7	-0.13	.43	.56	-78.73	2.58	217	.74						
		8	-0.19	.18	.37	-57.43	1.15	321	.42						
		9	-0.12	-0.11	.01	-33.64	-0.22	46	.01	304	74.06	-0.05	11.77	.01	.78
		10	1.41	-0.42	-1.83	-9.78	-1.56	1174	1.61						III
		11	1.53	-0.43	-1.96	-0.07	-2.79	703	1.57						
9															
		1	-0.00	.02	.02	-76.19	17.26	1	3.00						
		2	-0.04	1.16	1.20	-103.10	14.77	81	9.04						
		3	-0.05	1.28	1.33	-121.21	12.36	108	5.16	374	19.84	-0.41	-20.44	-0.12	25.64
		4	-0.06	1.38	1.44	-129.71	10.01	144	3.75						I
		5	-0.15	1.28	1.43	-127.58	7.79	184	2.81						
		6	-0.09	1.01	1.10	-115.07	5.66	194	1.74	735	26.55	-0.14	-9.04		II
		7	-0.13	.53	.66	-94.49	3.61	183	.87						
		8	-0.20	.18	.39	-68.78	1.60	237	.43						
		9	-0.15	-0.14	.01	-40.60	-0.32	31	.01	361	74.26	-0.07	15.64	.05	3.14
		10	1.63	-0.43	-2.06	-12.30	-2.22	928	1.82						III
		11	2.12	-0.43	-2.55	-0.06	-3.96	644	2.04						

ILF Pkt		$\Delta \epsilon_a$	$\Delta \epsilon_p$	$\Delta \epsilon$	M	V	K_s	K_{mob}	H, E _{1,2}	h, z _{1,2}	τ_p	δ	τ_a	δ	
—		Mp/m ²	Mp/m ²	Mp/m ²	kp·m	mm	Mp/m ³	—	kp	cm	Mp/m ²	°	Mp/m ²	°	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	17
VERSUCH NR. 5 / $\gamma = 1,60 \text{ Mp/m}^3$															
7		1	.00	.03	.03	-84.96	20.96	2	4.00						
		2	-.04	1.28	1.32	-114.84	17.98	73	9.94						
		3	-.05	1.43	1.48	-135.03	15.07	98	5.75	419	19.76	-.48	-21.32	-.14	I 29.25
		4	-.06	1.55	1.61	-144.49	12.23	132	4.19						
		5	-.15	1.44	1.59	-142.10	9.53	167	3.13						
		6	-.10	1.14	1.24	-128.10	6.94	179	1.96	816	26.36	-.16	-9.18	.08	II 4.44
		7	-.12	.60	.72	-105.10	4.44	162	.95						
		8	-.21	.17	.38	-76.45	1.99	191	.43						
		9	-.19	-.16	.03	-45.39	-.38	79	.03	396	74.39	-.07	15.07		
		10	1.75	-.44	-2.19	-14.16	-2.71	808	1.93						
		11	2.55	-.41	-2.96	-.07	-4.85	610	2.37						
8		1	-.00	.04	.04	-93.18	24.63	2	5.25						
		2	-.05	1.40	1.45	-125.80	21.16	69	10.92						
		3	-.05	1.57	1.62	-147.89	17.79	91	6.29	459	19.71	-.55	-22.02	-.13	I 27.48
		4	-.06	1.72	1.78	-158.26	14.48	123	4.64						
		5	-.15	1.59	1.74	-155.53	11.33	154	3.42						
		6	-.10	1.26	1.36	-140.06	8.29	164	2.15	889	26.09	-.18	-9.29		II
		7	-.11	.67	.78	-114.70	5.35	146	1.03						
		8	-.21	.15	.36	-83.26	2.47	146	.41						
		9	-.21	-.19	.02	-49.55	-.32	63	.02	430	74.49	-.08	16.50	.11	III 5.51
		10	1.84	-.44	-2.30	-15.74	-3.07	749	2.03						
		11	2.96	-.40	-3.36	-.05	-5.60	600	2.69						

ILF		Pkt	$\Delta \epsilon_a$ Mp/m ²	$\Delta \epsilon_p$ Mp/m ²	$\Delta \epsilon$ Mp/m ²	M kp.m	V mm	k_s Mp/m ³	K_{mob} —	$H, E_{1,2}$ kp	$h, z_{1,2}$ cm	τ_p Mp/m ²	δ °	τ_a Mp/m ²	δ °	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
VERSUCH NR. 5 / $\gamma = 1,60 \text{ Mp/m}^3$																
		1	-0.00	.05	.05	-101.08	28.54	2	6.50							
		2	-0.05	1.49	1.54	-136.36	24.56	63	11.60							
9		3	-0.06	1.72	1.78	-160.38	20.68	86	6.91	499	19.65	-62	-22.73	-14	29.25	I
		4	-0.06	1.88	1.94	-171.54	16.86	115	5.05							
		5	-0.15	1.75	1.90	-168.38	13.22	144	3.73							
		6	-0.09	1.34	1.43	-151.36	9.71	147	2.26	961	25.92	-20	-9.46			II
		7	-0.10	.73	.83	-123.90	6.31	132	1.09							
		8	-0.22	.15	.37	-89.92	2.95	125	.42							
		9	-0.23	-0.21	.02	-53.66	-0.30	67	.02	463	74.57	-10	19.65	.13	5.89	III
		10	1.97	-0.45	-2.42	-17.28	-3.50	692	2.13							
		11	3.37	-0.39	-3.76	-0.01	-6.45	583	3.01							
		1	-0.00	.05	.06	-108.20	32.31	2	7.00							
		2	-0.05	1.57	1.62	-145.99	27.81	58	12.20							
10		3	-0.06	1.88	1.94	-171.97	23.42	83	7.53	534	19.67	-68	-23.15	-12	26.57	I
		4	-0.06	2.05	2.11	-183.94	19.10	110	5.49							
		5	-0.15	1.88	2.03	-180.38	14.97	136	3.99							
		6	-0.08	1.44	1.52	-161.96	10.98	138	2.40	1025	25.78	-22	-9.61			II
		7	-0.10	.79	.89	-132.44	7.10	125	1.17							
		8	-0.22	.14	.36	-95.97	3.27	110	.41							
		9	-0.23	-0.23	.00	-57.30	-0.44	0	.00	492	74.63	-12	22.48	.16	6.71	III
		10	2.07	-0.45	-2.52	-18.64	-4.10	615	2.22							
		11	3.74	-0.38	-4.12	.02	-7.47	552	3.30							

VERSUCH NR. 5 / $\gamma = 1,60 \text{ Mp/m}^3$																	
ILF Pkt		Δe_a	Δe_p	Δe	M	v	k_s	K_{mob}	H, E _{1,2}	h, z _{1,2}	τ_p	δ	τ_a	δ			
		Mp/m ²	Mp/m ²	Mp/m ²	kp·m	mm	Mp/m ³	—	kp	cm	Mp/m ²	°	Mp/m ²	°			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
11		1	.00	.04	.04	-114.52	35.80	1	5.50								
		2	-.05	1.65	1.70	-154.81	30.80	55	12.80								
		3	-.07	2.01	2.08	-182.66	25.92	80	8.07	563	19.93	-.75	-24.06	-.10	22.62	I	
		4	-.06	2.22	2.28	-195.50	21.11	108	5.94								
		5	-.16	2.00	2.16	-191.53	16.50	131	4.25								
		6	-.08	1.51	1.59	-171.75	12.03	132	2.51	1083	25.82	-.24	-9.87			II	
		7	-.02	.85	.94	-140.35	7.69	122	1.24								
		8	-.22	.13	.35	-101.57	3.40	103	.40								
		9	-.26	-.25	.01	-60.75	-.76	13	.01	520	74.66	-.13	23.43	.17	6.69	III	
		10	2.10	-.46	-2.65	-19.88	-4.88	543	2.34								
		11	4.04	-.37	-4.41	.02	-8.66	509	3.53								
12		1	.00	.04	.04	-121.05	39.49	1	4.75								
		2	-.05	1.74	1.79	-163.85	34.03	53	13.48								
		3	-.07	2.16	2.23	-193.53	28.69	78	8.66	594	19.99	-.82	-24.86	-.09	20.56	I	
		4	-.07	2.37	2.44	-207.10	23.43	104	6.35								
		5	-.16	2.10	2.26	-202.65	18.38	123	4.44								
		6	-.10	1.64	1.74	-181.70	13.48	129	2.75	1142	25.75	-.25	-9.72			II	
		7	-.10	.86	.96	-148.06	8.72	110	1.27								
		8	-.22	.08	.30	-106.88	4.00	75	.34								
		9	-.30	-.27	.03	-64.00	-.57	53	.03	548	74.66	-.14	24.31	.17	6.34	III	
		10	2.33	-.46	-2.79	-20.93	-5.10	547	2.46								
		11	4.31	-.36	-4.67	.04	-9.26	504	3.74								

VERSUCH NR. 5 / $\gamma = 1.60 \text{ Mp/m}^3$

VERSUCH NR.9 / $\gamma = 1,65 \text{ Mp/m}^3$																
ILF	Pkt	$\Delta \sigma_0$	$\Delta \sigma_p$	$\Delta \epsilon$	M	v	k_s	K_{mob}	H, E _{1,2}	h, z _{1,2}	τ_p	τ_d	δ			
		Mp/m ²	Mp/m ²	Mp/m ²	kPm	mm	Mp/m ³	—	kP /	cm.	Mp/m ²	Mp/m ²	°			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	1	-.01	.03	.04	-32.65	.83	46	4.61								
	2	-.08	.55	.63	-43.08	.61	1031	4.60								
	3	-.14	.64	.78	-48.92	.42	1853	2.94	157	20.87	-.11	-11.11	.06	-26.57	I	
	4	-.21	.52	.73	-49.03	.27	2694	1.84								
	5	-.28	.26	.54	-43.77	.15	3576	1.03								
	6	-.21	.04	.25	-34.54	.06	4098	.38	299	19.67	.01	5.19				II
	7	-.05	-.09	-.04	-23.47	.00	40000	.05								
	8	.16	-.13	-.29	-12.59	-.04	7436	.32								
	9	.33	-.29	-.62	-4.02	-.07	8986	.60	141	63.92	.05	-15.52	-.01	-2.12	III	
	10	.40	-.15	-.55	.03	-.10	5556	.47								
	11	-.02	-.03	-.01	.10	-.13	78	.01								
2	1	-.01	.04	.05	-50.30	1.88	24	5.58								
	2	-.09	.71	.80	-67.01	1.45	551	5.84								
	3	-.14	.93	1.07	-77.88	1.06	1008	4.03	244	20.47	-.12	-8.64	.04	-5.44	I	
	4	-.21	.89	1.10	-80.96	.73	1505	2.78								
	5	-.31	.57	.88	-75.95	.46	1909	1.68								
	6	-.32	.30	.62	-64.48	.25	2470	.95	480	23.22	-.01	-1.74				II
	7	-.32	.01	.33	-48.45	.08	4074	.42								
	8	-.07	-.10	-.03	-29.75	-.05	612	.03								
	9	.59	-.42	-1.01	-11.56	-.16	6352	.97	235	67.82	-.02	3.95	-.00	.00	III	
	10	1.04	-.32	-1.36	-.70	-.26	5251	1.16								
	11	.01	-.11	-.12	.17	-.35	344	.09								

VERSUCH NR. 9 / $\gamma = 1,65 \text{ Mp/m}^3$																
ILF	Pkt	$\Delta \epsilon_a$	$\Delta \epsilon_p$	$\Delta \epsilon$	M	V	k_s	K_{mob}	$H, E_{1,2}$	$h, z_{1,2}$	τ_p	δ	τ_a	δ		
		Mp/m ²	Mp/m ²	Mp/m ²	Kp·m	mm	Mp/m ³	—	Kp	cm	Mp/m ²	°	Mp/m ²	°		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
5	1	-0.00	.06	.06	-100.88	8.27	8	7.76								
	2	-0.09	1.18	1.27	-135.76	6.80	187	9.27								
	3	-0.15	1.83	1.98	-161.36	5.42	365	7.45	492	20.15	-0.28	-10.86	.00	I		
	4	-0.20	2.03	2.23	-172.70	4.15	537	5.63								
	5	-0.32	1.48	1.80	-167.61	3.02	596	3.43								
	6	-0.32	1.23	1.55	-149.33	2.01	771	2.37	1009	26.78	-0.15	-7.70		II		
	7	-0.38	.66	1.04	-119.70	1.12	928	1.33								
	8	-0.46	-0.02	.44	-81.95	.30	1462	.48								
	9	.26	-0.52	-0.78	-41.50	-0.45	1737	.75	517	71.08	-0.16	21.80	-0.02	-0.84	III	
	10	3.30	-0.43	-3.73	-6.75	-1.17	3191	3.19								
	11	.75	-0.34	-1.09	.13	-1.82	599	.85								
9	1	-0.00	.09	.10	-122.53	11.59	8	11.88								
	2	-0.09	1.52	1.61	-164.33	9.61	168	11.76								
	3	-0.15	2.19	2.34	-194.36	7.75	302	8.81	599	20.00	-0.56	-17.01	.01	-0.88	I	
	4	-0.19	2.44	2.63	-207.46	6.01	438	6.64								
	5	-0.33	1.76	2.09	-201.20	4.44	471	3.98								
	6	-0.32	1.51	1.83	-179.71	3.03	604	2.80	1210	26.38	-0.16	-6.71		II		
	7	-0.38	.91	1.29	-144.90	1.74	741	1.65								
	8	-0.48	.00	.48	-100.10	.55	871	.53								
	9	.12	-0.54	-0.66	-52.34	-0.56	1181	.63	610	71.63	-0.21	27.70	-0.05	-1.70	III	
	10	4.03	-0.44	-4.47	-9.40	-1.62	2761	3.82								
	11	1.23	-0.31	-1.54	.08	-2.60	593	1.20								

ILF		Pkt	$\Delta \epsilon_a$	$\Delta \epsilon_p$	$\Delta \epsilon$	M	v	k_s	K_{mob}	$H, E_{1,2}$	$h, z_{1,2}$	τ_p	δ	τ_a	δ		
		—	Mp/m ²	Mp/m ²	Mp/m ²	kp·m	mm	Mp/m ³	—	kp	cm	Mp/m ²	°	Mp/m ²	°		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
VERSUCH NR.9 / $\gamma = 1,65 \text{ Mp/m}^3$																	
7		1	-0.00	.11	.12	-141.77	15.05	8	14.06								
		2	-0.09	1.76	1.85	-190.07	12.55	147	13.51								
		3	-0.14	2.62	2.76	-224.88	10.20	271	10.39	693	20.00	-0.78	-19.94	.02	-1.79	I	
		4	-0.19	2.83	3.02	-239.70	7.98	378	7.63								
		5	-0.33	2.03	2.36	-232.31	5.96	396	4.50								
		6	-0.31	1.79	2.10	-207.69	4.12	510	3.21	1388	26.17	-0.16	-5.71				II
		7	-0.37	1.10	1.47	-167.76	2.42	607	1.88								
		8	-0.48	.02	.50	-116.45	.83	602	.55								
		9	.03	-0.55	-0.58	-62.13	-0.65	894	.56	694	72.00	-0.28	34.99	-0.06	-1.74		III
		10	4.62	-0.45	-5.07	-12.05	-2.08	2439	4.33								
		11	1.75	-0.30	-2.05	.06	-3.40	603	1.59								
8		1	-0.00	.14	.14	-158.29	18.53	8	17.58								
		2	-0.10	1.90	2.00	-211.40	15.53	129	14.60								
		3	-0.14	2.91	3.05	-249.91	12.69	240	11.48	768	20.56	-1.01	-22.82	.02	-1.82	I	
		4	-0.19	3.18	3.37	-266.39	10.00	337	8.51								
		5	-0.33	2.24	2.57	-258.08	7.55	340	4.90								
		6	-0.30	2.05	2.35	-231.03	5.28	445	3.60	1529	26.02	-0.16	-5.11				II
		7	-0.36	1.21	1.57	-186.77	3.18	494	2.01								
		8	-0.47	.06	.53	-130.33	1.19	445	.58								
		9	-0.10	-0.55	-0.45	-70.77	-0.68	663	.43	761	72.35	-0.28	35.68	-0.08	-2.07		III
		10	5.08	-0.45	-5.53	-14.56	-2.49	2222	4.73								
		11	2.28	-0.29	-2.57	.05	-4.15	619	1.99								

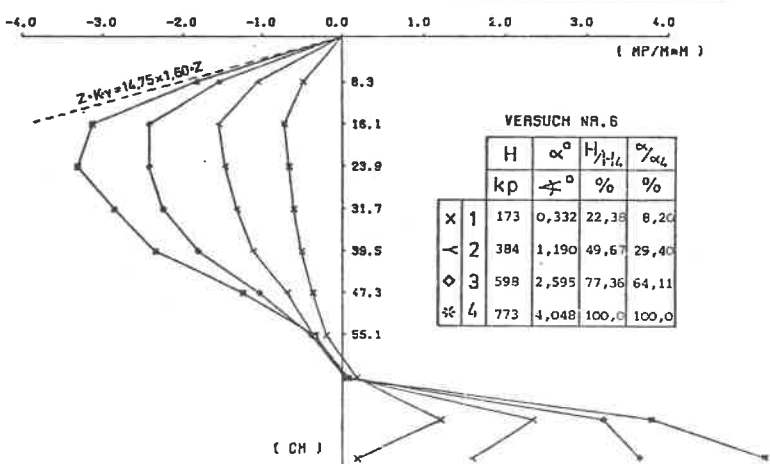
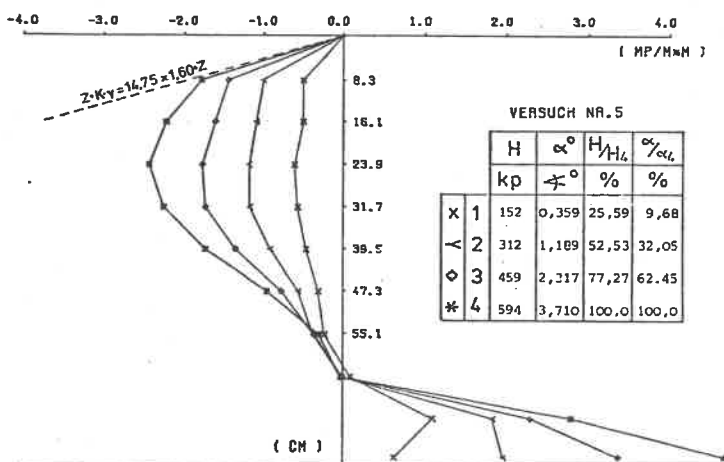
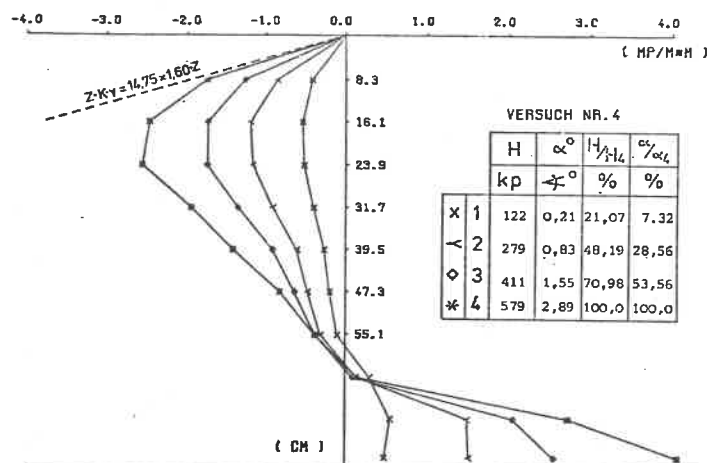
VERSUCH NR.9 / $\gamma = 1.65 \text{ Mp/m}^2$

VERSUCH NR. 9 / $\gamma = 1,65 \text{ Mp/m}^3$																
ILF	Pkt	$\Delta \epsilon_a$	$\Delta \epsilon_p$	$\Delta \epsilon$	M	v	k_s	K_{mob}	$H, E_{1,2}$	$h, z_{1,2}$	τ_p	δ	τ_a	δ		
		Mp/m^2	Mp/m^2	Mp/m^2	kpm	mm	Mp/m^3	—	kp	cm	Mp/m^2	°	Mp/m^2	°		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	1	-0,01	.16	.17	-173,12	21,89	8	20,12	847	20,01	-1,29	-25,42	.01	-0,92	I	
	2	-0,10	2,06	2,16	-231,53	18,42		15,77								
	3	-0,14	3,20	3,34	-274,21	15,12		221								
	4	-0,19	3,60	3,79	-292,77	11,98		316								
	5	-0,32	2,45	2,77	-203,44	9,10		304								
	6	-0,30	2,30	2,60	-253,84	6,42		405								
	7	-0,35	1,34	1,69	-205,29	3,93		430								
	8	-0,45	.08	.53	-143,59	1,56		340								
	9	-0,17	-0,58	-0,41	-78,80	-0,67		613								
	10	5,49	-0,45	-5,94	-16,98	-2,84		2092								
	11	2,82	-0,27	-3,09	.06	-4,83		640								
10	1	-0,01	.18	.18	-187,77	25,30	7	22,42	915	20,35	-1,37	-25,91	.01	-0,94	I	
	2	-0,10	2,10	2,20	-250,81	21,34		16,06								
	3	-0,13	3,55	3,68	-297,77	17,56		210								
	4	-0,19	3,88	4,07	-318,14	13,96		292								
	5	-0,34	2,74	3,08	-308,55	10,63		290								
	6	-0,29	2,57	2,86	-276,50	7,53		380								
	7	-0,34	1,48	1,82	-223,55	4,63		393								
	8	-0,45	.06	.51	-156,42	1,87		273								
	9	-0,17	-0,59	-0,42	-86,46	-0,75		561								
	10	5,81	-0,45	-6,26	-19,54	-3,30		1898								
	11	3,39	-0,25	-3,64	.04	-5,64		646								

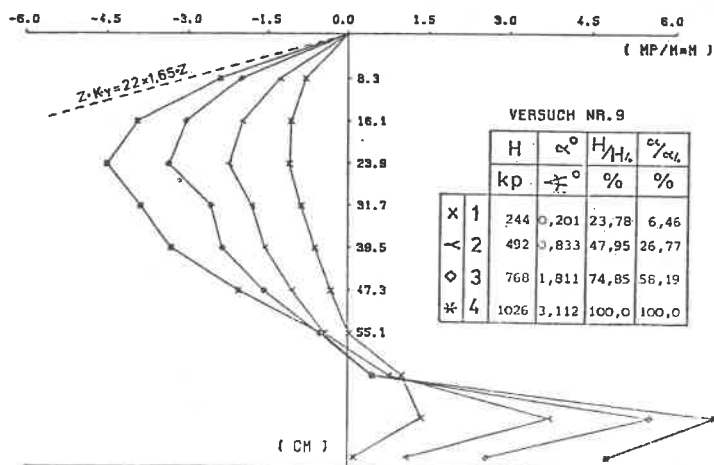
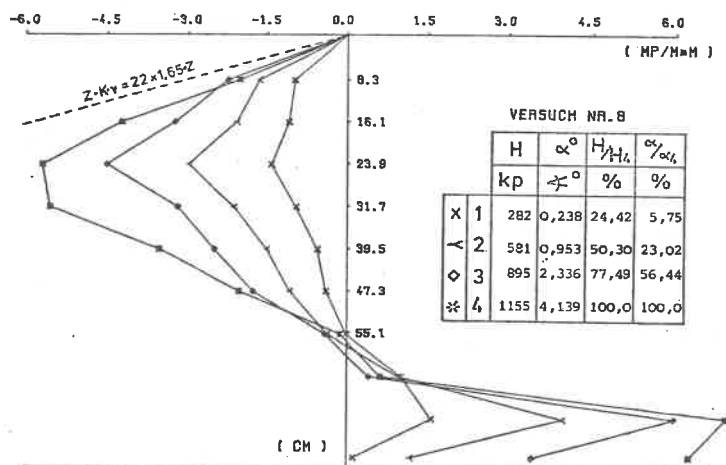
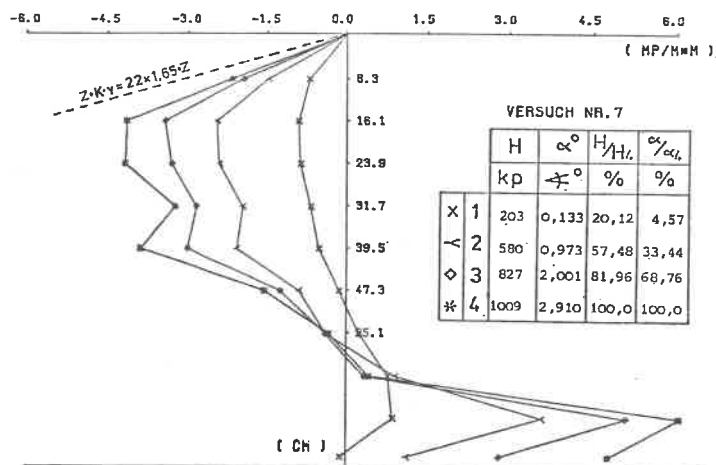
ILF Pkt		ΔE_a	ΔE_p	Δe	M	V	K_s	K_{mob}	$H, E_{1,2}$	$h, z_{1,2}$	τ_p	δ	τ_a	δ			
—		Mp/m ²	Mp/m ²	Mp/m ²	kp·m	mm	Mp/m ³	—	kp	cm·	Mp/m ²	°	Mp/m ²	°			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
11		1	-0.00	.19	.19	-198.94	28.57	7	23.27								
		2	-0.10	2.18	2.28	-266.23	24.14	94	16.65								
		3	-0.13	3.76	3.89	-316.82	19.90	195	14.64	973	20.00	-1.38	-25.07	.03	-2.82	I	
		4	-0.19	4.08	4.27	-339.30	15.85	269	10.78								
		5	-0.34	3.08	3.42	-330.34	12.09	283	6.52								
		6	-0.29	2.84	3.13	-296.38	8.58	365	4.79	1926	26.07	-0.29	-6.95				II
		7	-0.33	1.60	1.93	-239.54	5.28	365	2.47								
		8	-0.46	.03	.49	-167.62	2.12	231	.54								
		9	-0.15	-0.60	-0.45	-93.06	-0.88	512	.43	952	72.81	-0.28	34.99	-0.09	-1.81	III	
		10	6.05	-0.46	-6.51	-21.81	-3.80	1714	5.56								
		11	3.93	-0.23	-4.16	.06	-6.48	642	3.23								
12		1	-0.00	.18	.19	-209.62	32.12	6	22.91								
		2	-0.11	2.28	2.39	-280.97	27.17	88	17.45								
		3	-0.13	3.82	3.95	-334.89	22.43	176	14.87	1026	20.00	-1.36	-24.17	.06	-5.53	I	
		4	-0.19	4.32	4.51	-360.26	17.88	252	11.39								
		5	-0.34	3.55	3.89	-352.34	13.65	285	7.41								
		6	-0.29	3.03	3.32	-315.99	9.68	343	5.08	2035	26.26	-0.37	-8.13				II
		7	-0.33	1.71	2.04	-255.39	5.94	343	2.61								
		8	-0.47	.02	.49	-178.98	2.34	209	.54								
		9	-0.14	-0.61	-0.47	-99.98	-1.08	436	.45	1009	72.95	-0.28	34.33	-0.11	-2.09	III	
		10	6.25	-0.46	-6.71	-24.44	-4.42	1518	5.74								
		11	4.54	-0.22	-4.76	.05	-7.48	636	3.69								
VERSUCH NR.9 / $\gamma = 1,65 \text{ Mp/m}^3$																	

VERSUCH NR. 9 / $\gamma = 1,65 \text{ Mp/m}^3$

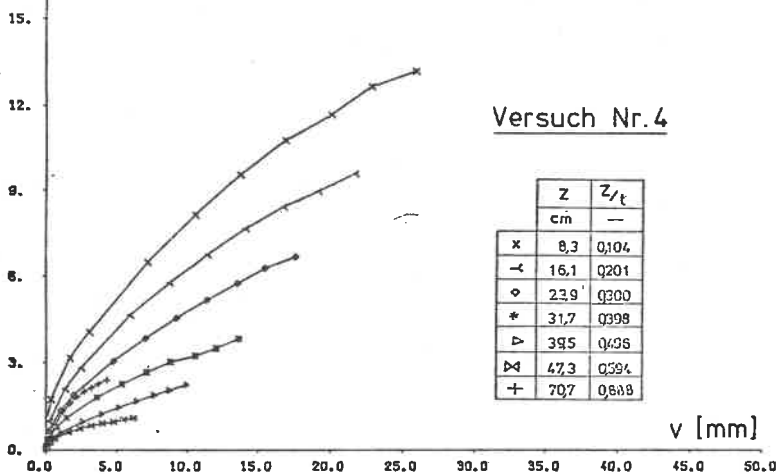
A22 : Resultierender Erddruck (unverdichtet)



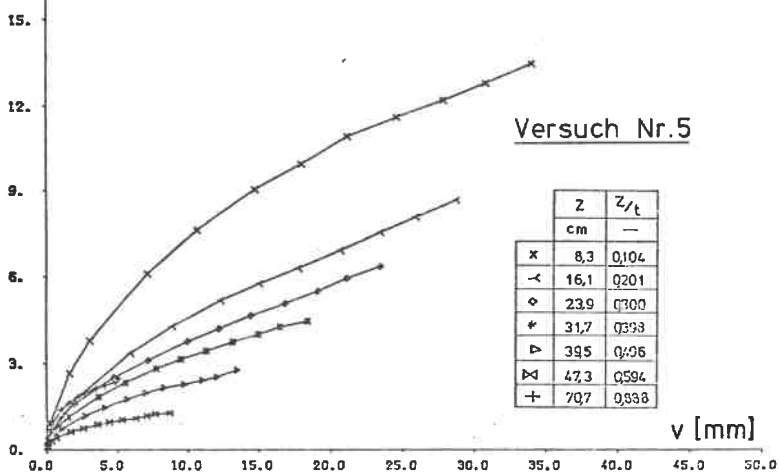
A23: Resultierender Erddruck (verdichtet)

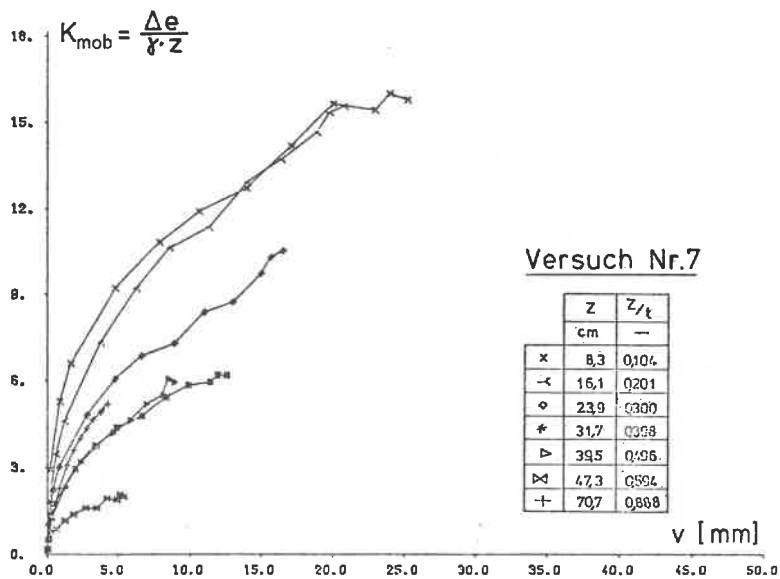
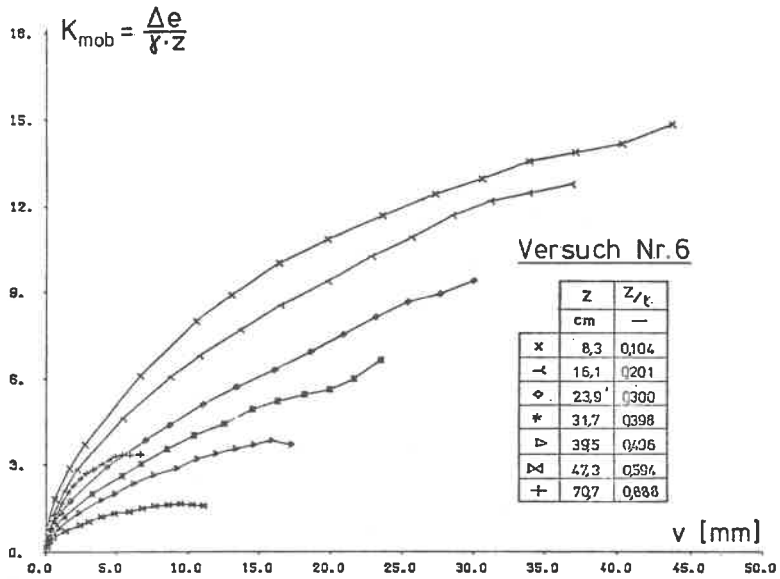


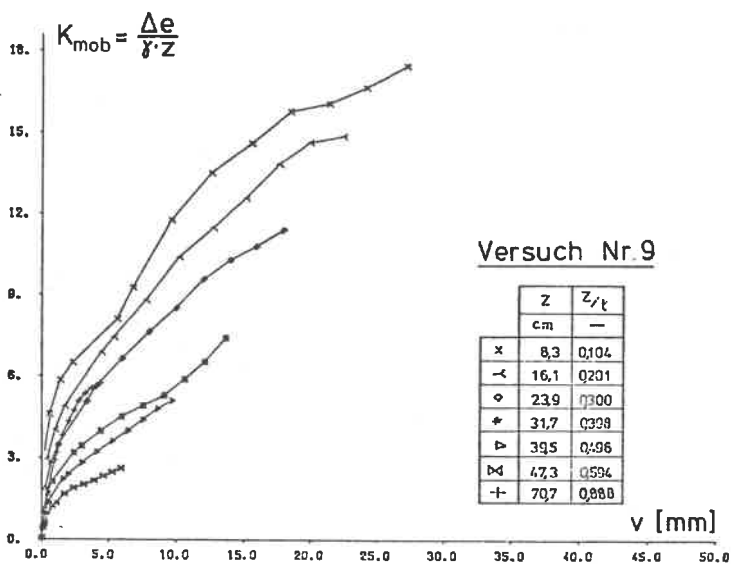
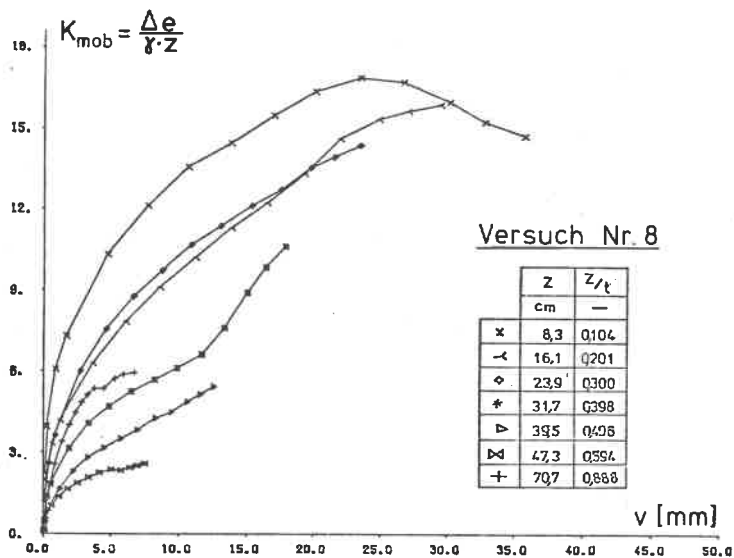
$$K_{\text{mob}} = \frac{\Delta e}{\gamma \cdot z}$$

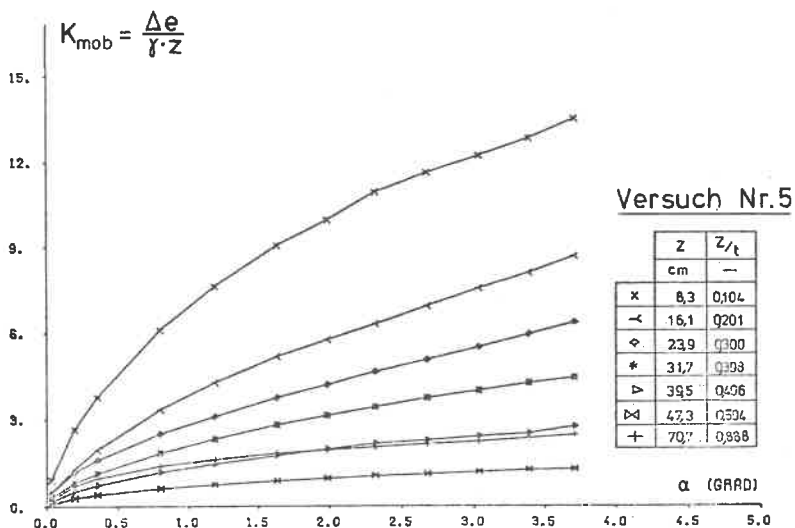
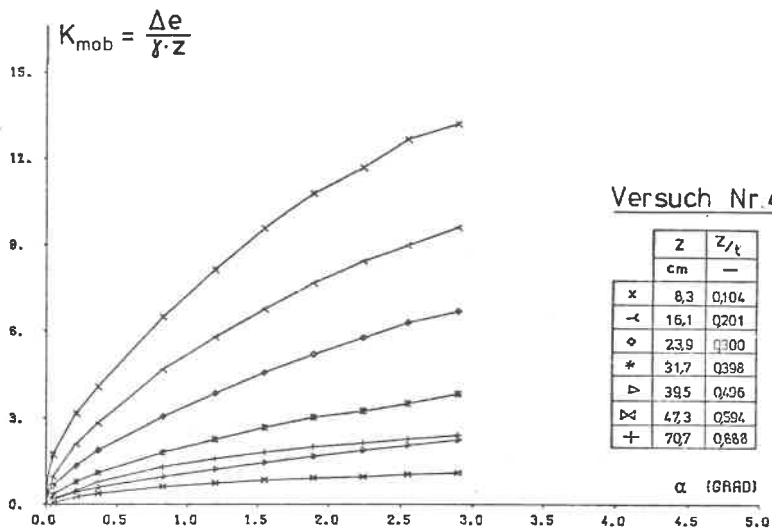


$$K_{\text{mob}} = \frac{\Delta e}{\gamma \cdot z}$$

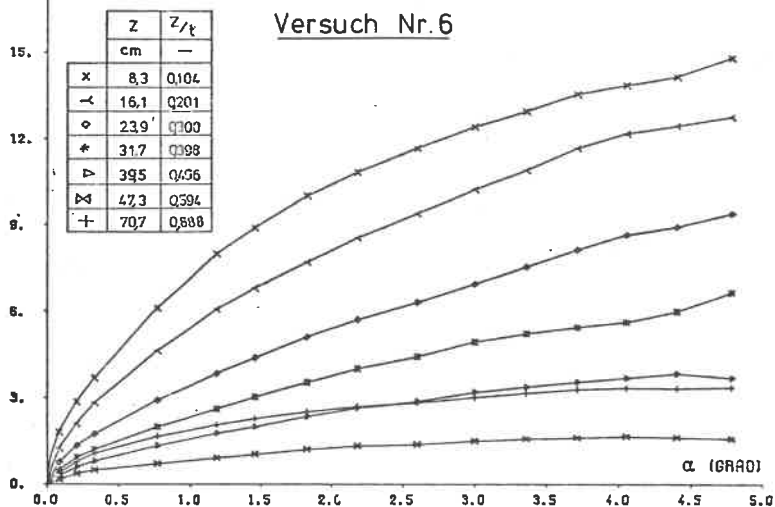




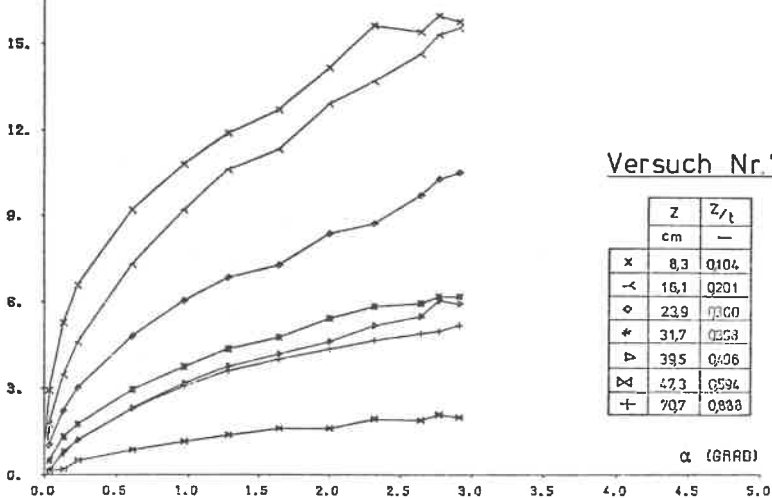


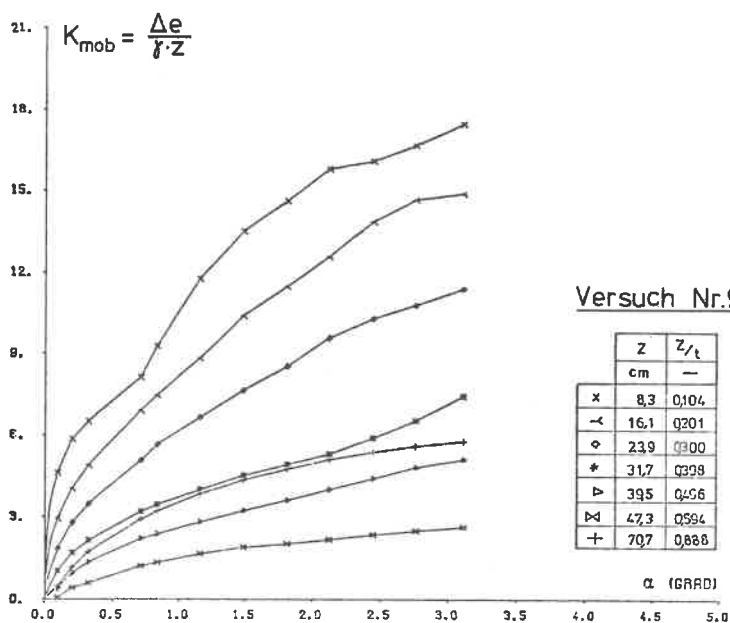
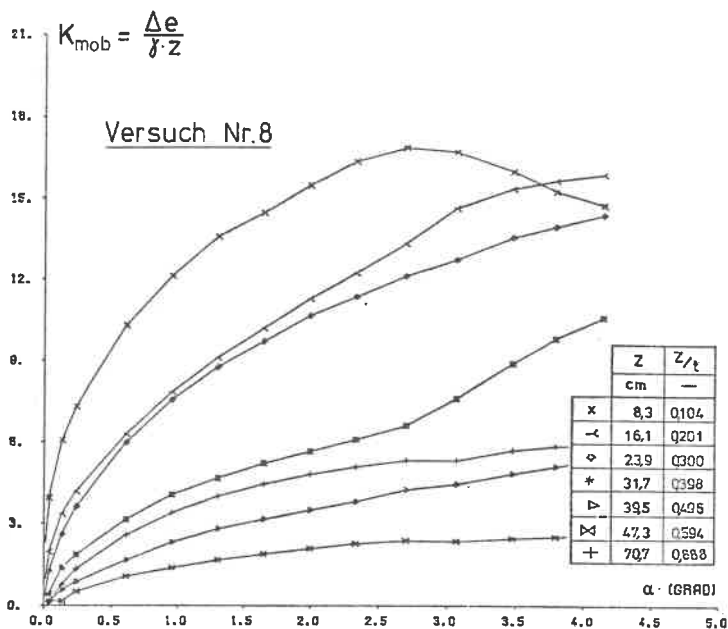


$$K_{\text{mob}} = \frac{\Delta e}{\gamma \cdot z}$$

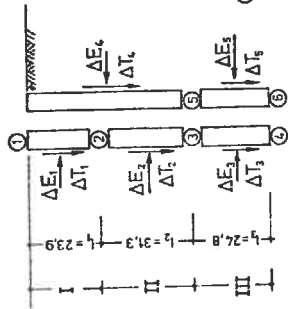


$$K_{\text{mob}} = \frac{\Delta e}{\gamma \cdot z}$$





Passivseite Aktivseite



$$\Delta T_1 = \Delta V_{k,1} - \Delta V_1$$

$$T_1 = \Delta T_1 / (B \times l_1)$$

$$e_1 = \Delta E_1 / (B \times l_1)$$

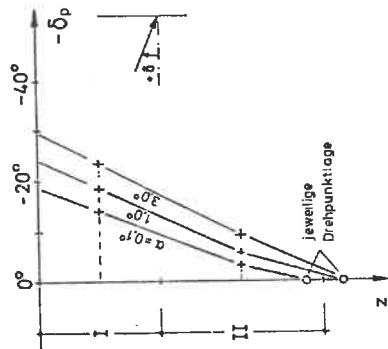
$$\tan \delta_1 = T_1 / e_1$$

$$B = 120 \text{ cm}$$

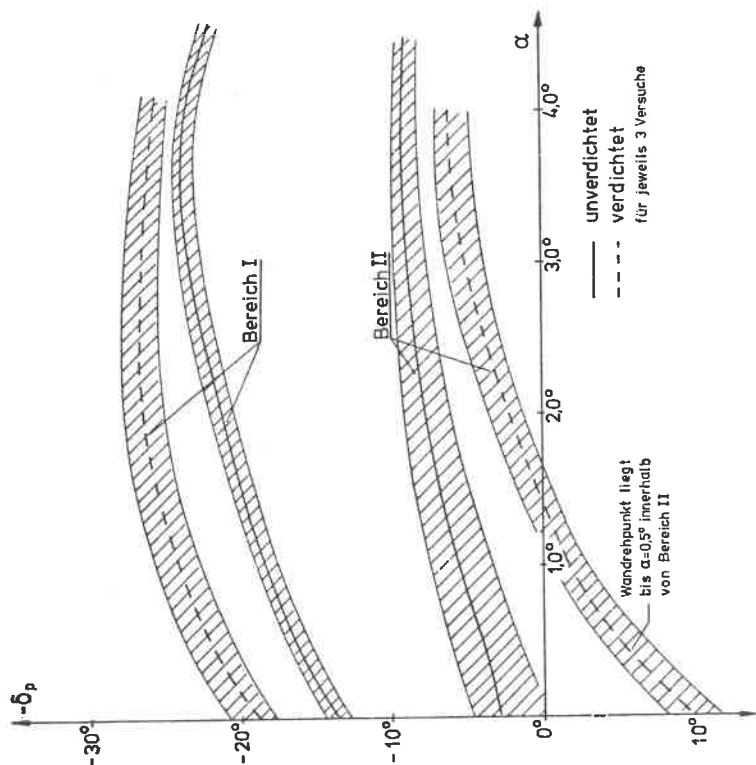
(Wandbreite)

O lothr. Kraftaufnehmer

a, Ermittlung des Wandreibungswinkels δ



c, Verlauf δ_p über z (Versuche 4÷6)



b, Entwicklung von δ_p inf. der Wandverdrehung α

A30: WANDREIBUNGSWINKEL

Anlage B

Ergebnisse der ebenen Scherversuche, durchgeführt im Quaderverformungsgerät des Instituts für Boden- und Felsmechanik der Universität Karlsruhe

Versuchsboden: Sand der Darmstädter Modellversuche (s. Bild 3.10)

Versuchsdiagramme s. Bild 3.04 bis 3.07

Erläuterung der Tabellen B1 - B10

Spalte 0: Kennzeichnung des Versuchstyps
(vgl. Tafel 3.01 und Erläuterungen auf S.32)

Tab. B1 - B5:

Abscheren von $S=0$ bis $S=1$ mit monoton ansteigender Scherverformung $\epsilon_1 - \epsilon_3$, Fortsetzung des Schervorganges nach Erreichen des Grenzspannungszustandes $S=1$

Tab. B6 - B10:

Abscheren vom nahezu spannungsfreiem Zustand aus ($\sigma_{m,0}=0$) mit verschiedenen Verhältnissen Volumenänderung/Gestaltänderung

Es ergeben sich Spannungswege $S \approx \text{const}$ (proportionale Belastung).

Bei den Versuchen 239 und 257 (Tab. B6 und B7) wurde auch eine Entlastung ausgeführt.

Spalten 1 - 3: Hauptdehnungen der Bodenprobe
(Verkürzung und Volumenverminderung positiv)
Die Hauptachsen 1,2,3 fallen mit den Achsen des Probenquaders (Achsen des Gerätes) zusammen, wobei die Achsen 1 und 3 die Scherebene bilden.

Formänderung senkrecht zur Scherebene: $\epsilon_2 = 0$

(gilt wegen noch vorhandener Nebeneinflüsse (Gummikompression) nur näherungsweise, s.S.33)

Genauigkeit der Verformungsmessung: $\pm 1/4 \cdot 10^{-4}$

Spalten 4 - 6: Hauptspannungen der Bodenprobe
(Druck positiv)

Die Hauptachsen des Spannungs- und Dehnungstensors fallen zusammen, wenn man von der noch verbliebenen Endflächenreibung (maximal 6% bei sehr kleinen Normalspannungen, weniger als 1% bei großen Normalspannungen) absieht.

Spalte 7: Verhältnis der mittleren Hauptspannung σ_z (senkrecht zur Scherebene wirkend) zum mittleren hydrostatischen Druck in der Scherebene: $\frac{\sigma_z}{\sigma_1 + \sigma_2}$
(s. hierzu S.29, Ziffer 1.)

Spalte 8: Spannungsverhältnis $b = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$ zur Kennzeichnung der Lage des Spannungspunktes in der Deviatorebene des Spannungsraumes:

$b=0$ entspricht den Bedingungen des triaxialen Kompressionversuches,

$b=1$ denen des triaxialen Extensionversuches.

(s. Bishop, A.W. "The Strength of Soils as Engineering Materials", Geotechnique 16 (1966), 89-130)

Spalte 9: mobilisierter Scherwinkel: $\varphi_{\text{mob}} = \arcsin \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$

Spalten 10-12: Spannungs- und Dehnungsinkremente

Spalte 13: Verformungsmodul $G_t = \frac{\Delta(\sigma_1 - \sigma_2)}{2 \cdot \Delta(\epsilon_1 - \epsilon_2)}$
(s.S.46ff)

Spalte 14: Winkel zur Kennzeichnung der durch die Versuchsrandbedingungen erzwungenen Volumenänderung

$$\sin \overline{\gamma}_t = - \frac{\Delta(\epsilon_1 + \epsilon_2)}{\Delta(\epsilon_1 - \epsilon_2)}$$

Der Winkel $\overline{\gamma}_t$ beschreibt das momentane Verhältnis Volumenänderung/Gestaltänderung und ist in Beziehung zu setzen zum Dilatanzwinkel γ_t (s.Bild 3.08, S.37).

Vorzeichenregelung: Auflockerung positiv

Verdichtung negativ

() Ergebnisse, die außerhalb des Gültigkeitsbereichs liegen, sind eingeklammert.

EBENER SCHERVERSUCH Nr.: 235 / trockener Mittelsand $\gamma_d=16,5 \text{ kN/m}^3$														
ε_1	ε_2	ε_3	σ_1	σ_2	σ_3	$\frac{\sigma_2}{\sigma_1+\sigma_3}$	$b=\frac{\sigma_2-\sigma_3}{\sigma_1-\sigma_3}$	φ_{mob}	$\Delta(\varepsilon_1-\varepsilon_3)$	$\Delta(\varepsilon_1+\varepsilon_3)$	G_ε	$\bar{\gamma}_z$		
%	%	%	kN/m ²	kN/m ²	kN/m ²	—	—	—	%	%	MN/m ²	—		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	0,21	0,04	0,23	469	284	454	0,31	—	—	179	0,10	0,02	90,0	-11,5°
	0,06	0,0	-0,04	522	278	328	0,33	(-0,26)	13,2°	109	0,25	0,03	22,0	-6,9°
	0,20	0,01	-0,15	539	271	236	0,35	0,12	23,0°	37	0,30	0,0	6,2	0,0°
	0,35	0,01	-0,30	534	263	194	0,36	0,20	27,8°	18	0,31	-0,01	2,9	1,9°
	0,50	0,02	-0,46	528	256	170	0,37	0,24	30,9°	23	0,47	-0,01	2,4	1,2°
	0,73	0,02	-0,70	531	252	150	0,37	0,27	34,0°	12	0,50	-0,04	1,2	4,6°
	0,96	0,02	-0,97	530	248	137	0,37	0,28	36,1°	11	0,51	-0,05	1,1	5,6°
	1,19	0,02	-1,25	536	245	132	0,37	0,28	37,2°	34	1,03	-0,11	1,7	6,1°
	1,65	0,02	-1,82	569	254	131	0,36	0,28	38,4°	32	1,04	-0,12	1,5	6,6°
	2,11	0,01	-2,40	598	264	128	0,36	0,29	40,4°	37	1,07	-0,13	1,7	7,0°
	2,58	0,0	-3,00	640	279	133	0,36	0,29	41,0°	44	1,43	-0,21	1,5	8,5°
	3,19	-0,01	-3,82	689	296	138	0,36	0,29	41,8°	27	0,90	-0,14	1,5	8,9°
	3,57	-0,02	-4,34	724	309	146	0,36	0,28	41,6°	16	0,73	-0,09	1,1	7,1°
	3,89	-0,03	-4,75	751	320	157	0,35	0,27	40,9°	8	0,92	-0,12	0,4	7,5°
	4,29	-0,04	-5,27	770	332	168	0,35	0,27	39,9°	12	1,08	-0,12	0,6	6,4°
	4,77	-0,05	-5,87	789	342	175	0,35	0,27	39,6°	7	1,79	-0,21	0,2	6,7°
	5,56	-0,06	-6,87	804	351	183	0,36	0,27	39,0°	1	1,79	-0,19	0,03	6,1°
	6,36	-0,06	-7,86	810	357	188	0,36	0,27	38,6°	4	3,74	-0,34	0,05	5,2°
	8,06	-0,06	-9,90	812	358	186	0,36	0,27	38,9°	-45	3,58	-0,36	(-0,6)	5,8°
	9,67	-0,06	-11,87	755	339	174	0,36	0,28	38,7°	-45	3,01	-0,27	(-0,7)	5,1°
	11,04	-0,05	-13,51	698	322	162	0,37	0,30	38,6°					

$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0$ $\uparrow$ $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0$

$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \text{const}$ $\uparrow$ $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \text{const}$

EBENER SCHERVERSUCH Nr.: 236 / trockener Mittelsand $\gamma_s=16,9 \text{ kN/m}^3$													
ε_1	ε_2	ε_3	σ_1	σ_2	σ_3	$\frac{\sigma_2}{\sigma_1+\sigma_3}$	$b=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma_1+\sigma_3}$	φ_{mob}	$\Delta(\varepsilon_1-\varepsilon_3)$	$\Delta(\varepsilon_1+\varepsilon_3)$	G_z	$\bar{\nu}_z$	
%	%	%	kN/m ²	kN/m ²	kN/m ²	—	—	—	kN/m ²	%	MN/m ²	—	
0	1	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0,02	0,0	0,02	174	85	157	0,26	—	—	132	0,14	0,02	47,0	-8,2°
0,08	-0,01	-0,06	228	93	79	0,30	0,09	29,0°	21	0,15	-0,01	7,0	4,8°
0,15	-0,01	-0,14	239	98	69	0,32	0,17	33,5°	12	0,15	-0,01	4,0	4,8°
0,22	-0,01	-0,22	245	101	63	0,33	0,21	36,2°	25	0,49	-0,07	2,5	8,2°
0,43	-0,02	-0,50	263	109	56	0,34	0,26	40,5°	26	0,49	-0,07	2,5	8,2°
0,64	-0,04	-0,78	292	120	59	0,34	0,26	41,6°	25	0,52	-0,08	2,4	8,8°
0,86	-0,05	-1,08	319	131	61	0,34	0,27	42,8°	49	0,87	-0,13	2,8	8,6°
1,23	-0,08	-1,58	379	155	72	0,34	0,27	42,9°	46	0,69	-0,11	3,3	9,2°
1,52	-0,09	-1,98	431	175	78	0,34	0,27	43,9°	47	0,71	-0,11	3,3	8,9°
1,82	-0,12	-2,39	487	197	87	0,34	0,28	44,2°	63	0,87	-0,15	3,6	9,9°
2,18	-0,14	-2,90	562	227	99	0,34	0,28	44,5°	74	0,88	-0,14	4,2	9,2°
2,55	-0,17	-3,41	649	261	112	0,34	0,28	44,9°	120	1,43	-0,23	4,2	9,3°
3,15	-0,21	-4,24	797	319	140	0,34	0,27	44,5°	98	1,08	-0,16	4,5	8,5°
3,61	-0,23	-4,86	922	368	167	0,34	0,27	43,9°	61	2,04	-0,38	1,5	10,7°
4,44	-0,26	-6,07	1045	420	229	0,33	0,23	39,8°	-68	1,08	-0,14	(-3,1)	7,5°
4,91	-0,27	-6,68	985	419	237	0,34	0,24	37,8°	-112	1,59	-0,17	(-3,5)	6,2°
5,62	-0,26	-7,56	835	384	199	0,37	0,23	38,0°	-80	2,08	-0,22	(-1,9)	6,1°
6,55	-0,24	-8,71	708	334	152	0,39	0,33	40,3°	-38	1,71	-0,21	(-1,1)	7,1°
7,30	-0,23	-9,67	655	308	137	0,39	0,33	40,9°	-14	1,04	-0,14	(-0,7)	7,7°
7,75	-0,22	-10,26	636	297	132	0,39	0,33	41,0°	-75	3,44	-0,46	(-1,1)	7,7°
9,24	-0,20	-12,21	539	258	110	0,40	0,34	41,4°					

$S_{\text{III}} = 1,0$ $\uparrow$ $S = 0$

$S_{\text{III}} = 1,0 = \text{const}$

EBENER SCHERVERSUCH Nr.: 240 / trockener Mittelsand $\gamma_d=16,16 \text{ kN/m}^3$														
	ε_1	ε_2	ε_3	σ_1	σ_2	σ_3	$\frac{\sigma_2}{\sigma_1+\sigma_3}$	$b=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma_1+\sigma_3}$	φ_{mob}	$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)$	$\Delta(\varepsilon_1-\varepsilon_3)$	$\Delta(\varepsilon_1+\varepsilon_3)$	G_z	$\bar{\gamma}_z$
	%	%	%	kN/m^2	kN/m^2	kN/m^2	—	—	—	kN/m^2	%	%	MN/m^2	—
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$s=1,0$	0,11	-0,03	0,10	315	263	341	0,40	—	—	113	0,14	0,06	40,5	-25,5°
	0,10	-0,01	-0,04	367	271	228	0,46	0,31	13,5°	34	0,11	0,03	15,5	-13,8°
	0,17	-0,01	-0,08	371	271	198	0,48	0,42	17,7°	32	0,25	0,03	6,4	-6,9°
	0,31	-0,02	-0,19	371	268	166	0,50	0,50	22,4°	28	0,39	0,05	3,6	-7,4°
	0,53	-0,02	-0,36	383	268	150	0,50	0,51	25,9°	22	0,41	0,03	2,7	-4,2°
	0,75	-0,03	-0,55	390	265	135	0,50	0,51	29,1°	13	0,42	0,0	1,6	0,0°
	0,96	-0,02	-0,76	393	260	125	0,50	0,50	31,2°	8	0,43	0,01	0,9	-1,3°
	1,18	-0,02	-0,97	396	257	120	0,50	0,50	32,3°	34	1,27	-0,01	1,3	1,3°
	1,81	-0,03	-1,61	431	263	121	0,48	0,46	34,2°	36	0,86	-0,02	2,1	1,3°
	2,23	-0,03	-2,05	469	276	123	0,47	0,44	35,6°	33	0,85	-0,03	1,9	2,0°
$s=0$	2,64	-0,04	-2,49	506	290	127	0,46	0,43	36,8°	100	1,92	-0,06	2,6	1,8°
	3,57	-0,08	-3,48	626	342	147	0,44	0,41	38,3°	110	2,25	-0,11	2,5	2,8°
	4,64	-0,12	-4,66	767	408	178	0,43	0,39	38,6°	36	1,06	-0,08	1,7	4,3°
	5,13	-0,13	-5,23	803	422	178	0,43	0,39	39,6°	18	0,79	-0,07	1,1	5,1°
	5,49	-0,14	-5,66	830	433	187	0,43	0,38	39,2°	10	0,95	-0,11	0,5	6,7°
	5,91	-0,14	-6,19	843	438	190	0,42	0,38	39,2°	8	1,00	-0,12	0,4	6,9°
	6,35	-0,14	-6,75	857	444	196	0,42	0,38	38,9°	-2	0,69	-0,11	(-0,1)	9,2°
	6,64	-0,14	-7,15	860	446	201	0,42	0,37	38,4°	-38	1,37	-0,19	(-1,4)	8,0°
	7,23	-0,14	-7,93	822	436	201	0,43	0,38	37,4°	-22	0,51	-0,05	(-2,0)	5,7°
	7,46	-0,13	-8,21	797	429	198	0,43	0,39	37,0°	-41	1,61	-0,15	(-1,3)	5,4°
$s=1,0$	8,19	-0,13	-9,09	750	414	192	0,44	0,40	36,3°					

$S = 1,0$ $\uparrow$ $S = 0$

$S = 1,0 = \text{const}$

EBENER SCHERVERSUCH Nr.: 241 / trockener Mittelsand $\gamma_d=15,98 \text{ kN/m}^3$													
ε_1	ε_2	ε_3	σ_1	σ_2	σ_3	$\frac{\sigma_2}{\sigma_1+\sigma_3}$	$b=\frac{\sigma_2-\sigma_3}{\sigma_1-\sigma_3}$	φ_{mob}	$\Delta(\sigma_1-\sigma_3)$	$\Delta(\varepsilon_1-\varepsilon_3)$	$\Delta(\varepsilon_1+\varepsilon_3)$	G_t	$\bar{\nu}_t$
%	%	%	kN/m^2	kN/m^2	kN/m^2	—	—	—	kN/m^2	%	%	MN/m^2	—
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0,21	-0,07	0,25	150	169	123	0,62	—	—	102	0,18	-0,02	28,4	6,4°
0,08	0,0	-0,10	221	158	92	0,50	0,51	24,3°	23	0,26	0,0	4,4	0,0°
0,21	0,0	-0,23	240	156	88	0,48	0,45	27,6°	12	0,42	0,0	1,4	0,0°
0,42	0,0	-0,44	246	157	82	0,48	0,46	30,0°	13	0,41	0,01	1,6	-1,4°
0,63	-0,01	-0,64	259	161	82	0,47	0,45	31,3°	12	0,44	0,0	1,4	0,0°
0,85	-0,01	-0,86	270	162	81	0,46	0,43	32,6°	6	0,42	0,0	0,7	0,0°
1,06	-0,01	-1,07	281	166	86	0,45	0,41	32,1°	9	0,42	0,0	1,1	0,0°
1,27	-0,02	-1,28	291	169	87	0,45	0,40	32,7°	20	0,86	-0,02	1,2	1,3°
1,69	-0,03	-1,72	310	178	86	0,45	0,41	34,5°	17	0,85	-0,03	1,0	2,0°
2,10	-0,04	-2,16	333	187	92	0,44	0,39	34,6°	20	0,85	-0,03	1,2	2,0°
2,51	-0,05	-2,60	361	198	100	0,43	0,38	34,5°	25	0,86	-0,02	1,4	1,3°
2,93	-0,06	-3,04	393	214	107	0,43	0,37	34,9°	32	0,85	-0,03	1,9	2,0°
3,34	-0,08	-3,48	436	233	118	0,42	0,36	35,0°	27	0,97	-0,05	1,4	3,0°
3,80	-0,09	-3,99	474	252	129	0,42	0,36	34,9°	53	1,54	-0,06	1,7	2,2°
4,54	-0,12	-4,79	549	285	151	0,41	0,34	34,7°	44	1,70	-0,04	1,3	1,3°
5,37	-0,14	-5,66	615	318	173	0,40	0,33	34,1°	39	1,53	-0,03	1,3	1,1°
6,12	-0,16	-6,44	669	346	188	0,40	0,33	34,1°	40	1,96	-0,04	1,0	1,2°
7,08	-0,18	-7,44	726	376	205	0,40	0,33	34,0°	25	1,97	-0,07	0,6	2,0°
8,03	-0,19	-8,46	762	396	216	0,40	0,33	33,9°	27	1,98	-0,02	0,7	0,6°
9,01	-0,21	-9,46	803	418	230	0,40	0,33	33,7°	25	2,39	-0,05	0,5	1,2°
10,18	-0,22	-10,68	840	437	242	0,40	0,33	33,6°					

EBENER SCHERVERSUCH Nr.: 239 / trockener Mittelsand $\gamma_d = 17,02 \text{ kN/m}^3$														
	ε_1	ε_2	ε_3	σ_1	σ_2	σ_3	$\frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_3}$	$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$	φ_{mob}	$\Delta(\sigma_1 - \sigma_3)$	$\Delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)$	$\Delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)$	G_t	$\bar{\nu}_t$
	%	%	%	kN/m ²	kN/m ²	kN/m ²	—	—	—	kN/m ²	%	%	MN/m ²	—
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Belastung $S_{1/2} = 0,85 = \text{const}$	0,04	-0,01	-0,03	45	30	12	0,53	0,55	35,4°	32	0,20	0,04	8,0	-11,5°
	0,12	-0,02	-0,08	86	44	21	0,41	0,35	37,4°	25	0,16	0,04	7,8	-14,3°
	0,22	-0,04	-0,14	119	59	29	0,40	0,33	37,5°	27	0,16	0,02	8,4	-7,2°
	0,31	-0,07	-0,21	157	76	40	0,39	0,31	36,4°	33	0,17	0,03	9,7	-10,1°
	0,41	-0,09	-0,28	201	96	51	0,38	0,30	36,5°	33	0,17	0,03	9,7	-10,1°
	0,51	-0,12	-0,35	248	119	65	0,38	0,30	35,8°	40	0,17	0,03	11,8	-10,1°
	0,61	-0,15	-0,42	303	145	80	0,38	0,29	35,6°	42	0,17	0,03	12,4	-10,1°
	0,71	-0,18	-0,49	364	173	99	0,37	0,28	34,9°	49	0,18	0,04	13,6	-12,7°
	0,82	-0,21	-0,56	431	203	117	0,37	0,27	35,0°	52	0,18	0,04	14,4	-12,7°
	0,93	-0,23	-0,63	501	235	135	0,37	0,27	35,1°	55	0,18	0,04	15,3	-12,7°
	1,04	-0,26	-0,70	579	269	158	0,36	0,26	34,8°	55	0,18	0,04	15,3	-12,7°
	1,15	-0,28	-0,77	654	303	178	0,36	0,26	34,9°	61	0,19	0,05	16,1	-15,1°
	1,27	-0,31	-0,84	739	339	202	0,36	0,26	34,8°	61	0,19	0,05	16,1	-15,1°
	1,39	-0,33	-0,91	826	377	228	0,36	0,25	34,6°	64	0,18	0,04	17,8	-12,7°
	1,50	-0,35	-0,98	916	416	254	0,36	0,24	34,5°	71	0,19	0,05	18,7	-15,1°
Entlastung	1,62	-0,37	-1,05	1015	457	282	0,35	0,24	34,4°	-106	0,0	0,0	∞	—
	1,62	-0,37	-1,05	914	450	287	0,37	0,26	31,5°	-207	-0,06	-0,02	172,5	19,1°
	1,58	-0,36	-1,03	719	426	299	0,42	0,30	24,4°	-214	-0,10	-0,02	107,0	11,5°
	1,52	-0,36	-0,99	504	386	298	0,48	0,43	14,9°	-93	-0,07	0,01	66,5	-8,2°
	1,49	-0,35	-0,95	400	358	287	0,52	0,65	9,5°	-93	-0,12	0,0	38,7	0
	1,43	-0,32	-0,85	278	311	258	0,60	(2,45)	2,1°					

[illegible]

EBENER SCHERVERSUCH Nr.: 238 / trockener Mittelsand $\gamma_d = 17,1 \text{ kN/m}^3$										
ε_1	ε_2	ε_3	σ_1	σ_2	σ_3	$\frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_3}$	$b = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}$	γ_{mob}	$\Delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)$	$\Delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)$
%	%	%	kN/m ²	kN/m ²	kN/m ²	—	—	—	%	%
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	0,07	-0,01	-0,10	25	22	0,0	0,88	0,88	—	25
	0,43	-0,01	-0,53	58	32	8	0,48	0,48	49,3°	16
	0,66	-0,03	-0,81	77	40	11	0,45	0,44	48,6°	23
	0,88	-0,04	-1,07	103	50	14	0,43	0,40	49,5°	22
	1,10	-0,06	-1,34	131	62	20	0,41	0,38	47,3°	24
	1,32	-0,08	-1,62	160	74	25	0,40	0,36	46,9°	31
	1,54	-0,11	-1,89	199	91	33	0,39	0,35	45,7°	33
	1,76	-0,13	-2,16	239	108	40	0,38	0,34	45,5°	37
	1,97	-0,15	-2,44	284	127	48	0,38	0,33	45,3°	40
	2,19	-0,18	-2,71	332	147	56	0,38	0,33	45,1°	39
	2,42	-0,20	-2,99	381	169	66	0,38	0,33	44,8°	48
	2,63	-0,23	-3,27	442	194	79	0,37	0,32	44,2°	49
	2,85	-0,25	-3,55	502	220	90	0,37	0,32	44,1°	55
	3,07	-0,27	-3,83	569	247	102	0,37	0,31	44,1°	59
	3,29	-0,29	-4,10	642	277	116	0,37	0,31	44,0°	64
	3,52	-0,32	-4,38	722	310	132	0,36	0,30	43,7°	68
	3,75	-0,34	-4,66	809	347	151	0,36	0,30	43,3°	44
	3,91	-0,35	-4,85	864	369	162	0,36	0,29	43,2°	

$$\sigma_{1,2} = \text{const}$$

[illegible]

L E B E N S L A U F

Name, Vorname : Laumans, Quirin

geboren : am 7.5.1942 in Bracht/Rheinland

Eltern : Quirin Laumans, Ziegeleiunternehmer
und Elisabeth L., geb. Dinnendahl

Schulen : 1948 - 1953 Volksschule Bracht
1953 - 1962 Humanistisches Gymnasium in
Ostbevern/Westf.
Abschluß: Abitur, Feb. 1962

Baupraktikum : 9 Monate bei Fa. Siempelkamp & Co., Krefeld
Fa. Goffart & Münzenberg, Aachen

Studium: : an der RWTH Aachen
WS 62 - WS 63 Mathematik
WS 63 - WS 68 Bauingenieurwesen
Abschluß: Hauptdiplom im WS 68

Berufliche
Tätigkeit : 1.3.69 - 31.10.70
Sachbearbeiter in der Brückenbauabteilung der
Fa. Wayss & Freytag, Frankfurt a.M.

1.11.70 - 31.12.76 wissenschaftlicher
Assistent am Institut für Grundbau und
Bodenmechanik der Universität Stuttgart
bei Herrn Prof.Dr.-Ing.Smolczyk.

Seit dem 1.1.1977 als Mitarbeiter im
Erdbaulaboratorium Prof.Dr.-Ing. Steinfeld
in Hamburg tätig.

Weitere Veröffentlichungen des Baugrundinstituts und seiner Mitarbeiter

- [1] Smoltczyk, U. (1974) *Studienunterlagen*
330 Seiten, broschiert DM 25,-
- [2] Gußmann, P. (1973) *Ausgleichsvorgänge eindimensionaler Strömungen bei beliebiger Anfangsbedingung unter besonderer Berücksichtigung der Konsolidation einseitig drainierter Tonschichten*
Die Bautechnik 50, 20-25 Sonderdruck
- [3] Thamm, B.R. (1973) *Die "Cam-Clay"-Theorie und das "Critical-State"-Konzept*
Der Bauingenieur 48, 311 - 314 Sonderdruck
- [4] Gußmann, P./Spotka, H. (1973) *Eindimensionale Konsolidation mehrschichtiger Tonböden*
Die Bautechnik 50, 265 - 272 Sonderdruck
- [5] Thamm, B.R. (1973) *Anwendung der Finite-Element-Methode zur Berechnung von Spannungen in wassergesättigten Böden*
Der Bauingenieur 48, 370 - 374 Sonderdruck
- [6] Gußmann, P. (1974) *Different methods of evaluating the influence of seepage forces on slope stability*
Deutsche Beiträge zur Geotechnik Nr.2, 61-73
- [7] Gußmann, P./Schad, H. (1974) *Practical considerations in the application of finite element techniques to soil problems*
Deutsche Beiträge zur Geotechnik Nr.2, 74-90
- [8] Gußmann, P./Spotka, H. (1974) *One-dimensional consolidation of multi-layered clays*
Deutsche Beiträge zur Geotechnik Nr.2, 91-102
- [9] Gußmann, P./Thamm, B. (1974) *Two-dimensional consolidation of triaxial test specimen*
Deutsche Beiträge zur Geotechnik Nr.2, 103-117
- [10] Schad, H. et al. (1974) *Stresses in concrete caisson bells*
Deutsche Beiträge zur Geotechnik Nr.2, 118-121
- [11] Smoltczyk, U. (1974) *Improved technique for foundations on slopes*
Deutsche Beiträge zur Geotechnik Nr.2, 122-129
- [12] Smoltczyk, U./Diem, P./Spotka, H. (1974) *Pressure cell for the measurement of normal and shear tests*
Deutsche Beiträge zur Geotechnik Nr.2, 130-136
- [13] Smoltczyk, U./Ljöterud, L. (1974) *Stabilizing sand grains by overhead water pressure in bell bottoms of caisson piles*
Deutsche Beiträge zur Geotechnik Nr.2, 137-141

Die Nrn. 6 - 13 enthält das o.g. Heft 2, das von der Deutschen Gesellschaft für Erd- und Grundbau e.V., Essen, zum Preise von DM 20,- verkauft wird

- [14] Smoltczyk, U. et al. (1975) *Die Anwendung der Methode der Finiten Elemente in der Grundbaupraxis*
CAD-Berichte Heft 1 der Gesellschaft für Kernforschung Karlsruhe
- [15] Gußmann, P./Thamm, B.R. (1974), *Zweidimensionale Konsolidation dreiaxialer Versuchsproben*,
Der Bauingenieur 49, 293-298 (Sonderdruck)
- [16] Gußmann, P. (1974), *Über den Einfluß unterschiedlicher Wasserdruckansätze auf die Standsicherheit von durchströmten Böschungen*,
Der Bauingenieur 49, 298-301 (Sonderdruck)
- [17] Smoltczyk, U./Gußmann, P./Schulz, H. (1974) *DIN 4084 Beiblatt, Erläuterungen und Berechnungsbeispiele*,
20 S., Beuth-Verlag Berlin/Köln DM 18,-
- [18] Laumans, Q. (1975), *Die Anwendung der Methode finiter Elemente auf Flächengründungen*
Technische Akademie Wuppertal, Heft 14
- [19] Smoltczyk, U. (1975), *Graving Dock Foundation on Deep Fill*,
Proc. 1. Baltic Conf. Soil Mech. Found. Engng. III, 213-222
- [20] Smoltczyk, U./Du Thinh (1975), *Zur Bebaubarkeit von vorbelasteten Verwitterungsböden*,
Fortschritt-Berichte VDI-Z. Reihe 4, Nr. 25, 70 S.
- [21] Smoltczyk, U. (1975), *Anmerkungen zum Gleitkreisverfahren*,
in: Festschrift Lorenz, Techn. Univ. Berlin, 203-218
- [22] Smoltczyk, U. (1975), *Wie kann man Baugruben verbilligen?*
Der Architekt 2, 94-103
- [23] Smoltczyk, U. (1975), *Schwierigkeiten beim Bauen im entfestigten Tonstein*
Veröff. Inst. Felsmech. Bodenmech. Univ. Karlsruhe 63, 21-50
- [24] Smoltczyk, U. (1976), *Pfahlgründung eines Eisenbahndammes*,
Proc. 6. Europ. Conf. SMFE, 1.2, 561-566

MITTEILUNGEN DES BAUGRUNDINSTITUTS STUTTGART

Herausgegeben von Prof.Dr.-Ing.U.Smoltczyk

- Nr. 1 Thamm,B., Anfangssetzungen und Anfangsporenwasserüberdrücke
(1974) eines normalverdichteten wassergesättigten Tones
Preis: DM 10,-
- Nr. 2 Gußmann,P., Einheitliche Berechnung von Grundbruch und
(1975) Böschungsbruch
Preis: DM 5,-
- Nr. 3 Feeser,V., Die Bedeutung des Kalziumkarbonats für die
(1975) bodenphysikalischen Eigenschaften von Löß
Preis: DM 10,-
- Nr. 4 Du Thinh,K., Standsicherheit von Böschungen: Programm-
(1976) Dokumentation
Preis einschließlich Quellenprogramm
DM 200,-
- Nr. 5 Smoltczyk,U./Pertschi,O./Hilmer,K., Messungen an Schleusen
(1976) in der UdSSR. Schleusennorm der UdSSR (SN 303-65)
Preis: DM 18,-
- Nr. 6 Hilmer,K., Erddruck auf Schleusenkamerwände
(1976)
Preis: DM 18,-
- Nr. 7 Laumans,Q., Verhalten einer ebenen, in Sand eingespannten
(1977) Wand bei nichtlinearen Stoffeigenschaften des
Bodens
Preis: DM 18,-
- Nr. 8 Lächler,W., Beitrag zum Problem der Teilflächenpressung bei
(1977) Beton am Beispiel der Pfahlkopfanschlüsse
Preis: DM 15,-
- Nr. 9 Spotka,H., Einfluß der Bodenverdichtung mittels Oberflächen-
(1977) Rüttelgeräten auf den Erddruck einer Stützwand
bei Sand
Preis: DM 15,-

